KAPASİTANS VE İNDÜKTANS

KAPASİTANS VE İNDÜKTANS

Bu bölümde enerji depolayan pasif elemanlardan Kapasitörler ve İndüktörler tanıtılmaktadır

ÖĞRENME HEDEFLERİ

KAPASİTÖRLER
Elektrik alanında enerji depolarlar (elektrostatik enerji)
Devre elemanı olarak modeli

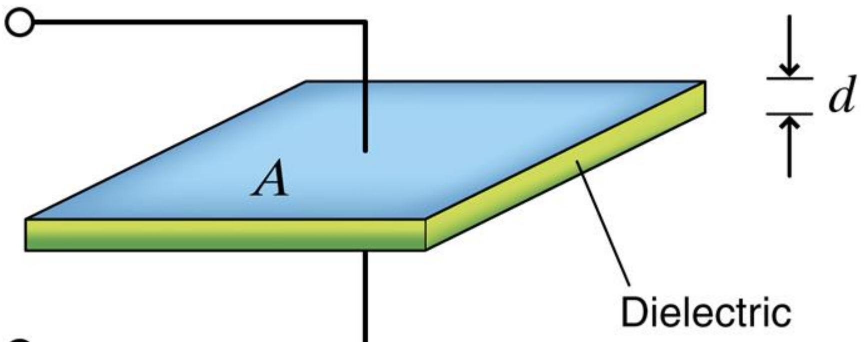
İNDÜKTÖRLER
Manyetik alanında enerji depolarlar
Devre elemanı olarak modeli

KAPASİTÖR VE İNDÜKTÖR BİLEŞİMLERİ
Elemanların seri/paralel bileşimleri

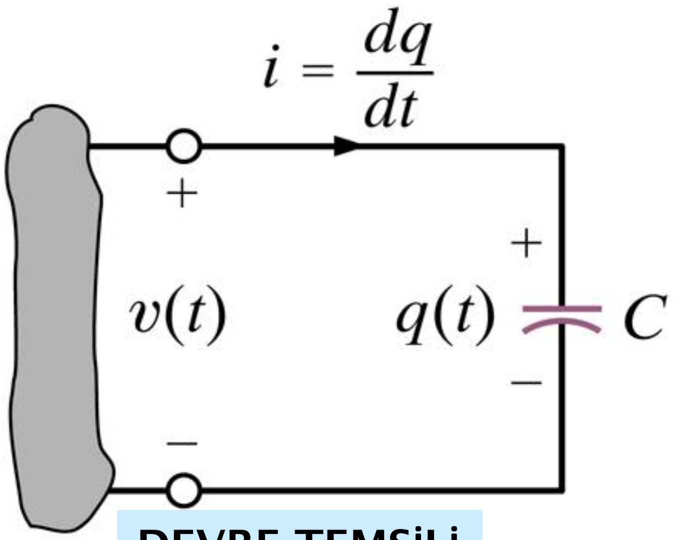
RC OP-AMP DEVRELERİ
İntegral ve türev alma devreleri

KAPASİTÖRLER

Kapasitör, iki iletken yüzeyin, bir iletken olmayan (dielektrik) madde ile ayrılmasıyla oluşan bir devre elemanıdır.



Temel paralel plakalı kapasitör



DEVRE TEMSİLİ

PASİF İŞARET KURALI KULLANIMINA DİKKAT EDİN

KAPASİTÖRLER

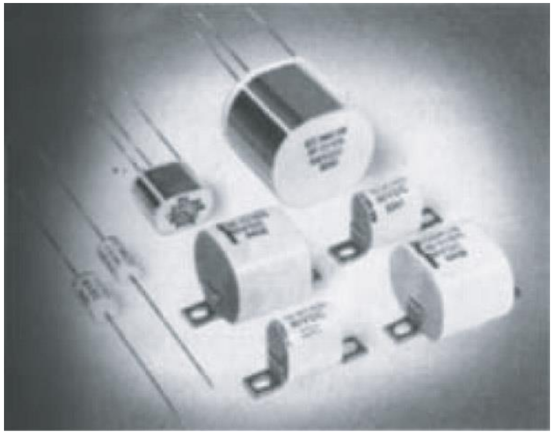
- İletken plakalar arasında kullanılan yalıtkan malzemenin türüne göre sınıflandırılırlar.

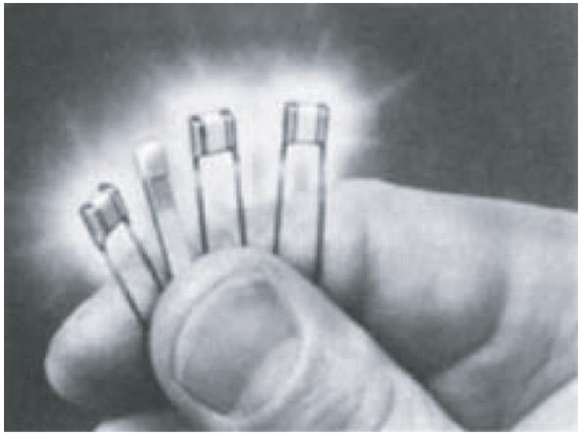
- Yalıtkan malzemeler; yağ, bal mumu, polistiren, seramik ya da mika emdirilmiş kağıt olabilir.

- Kapasitans'ın birimi, Farad (F)'tır.
  Kapasitörler sabit ya da değişken olabilirler

KAPASİTÖRLER

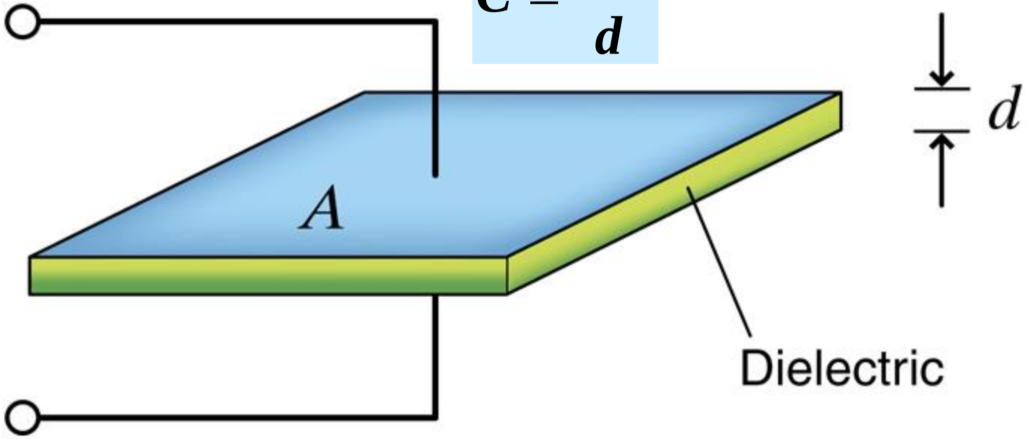
Tipik Kapasitörler





KAPASİTÖRLER

$$C = \frac{\varepsilon A}{d}$$



ε : aradaki malzemenin dielektrik sabiti

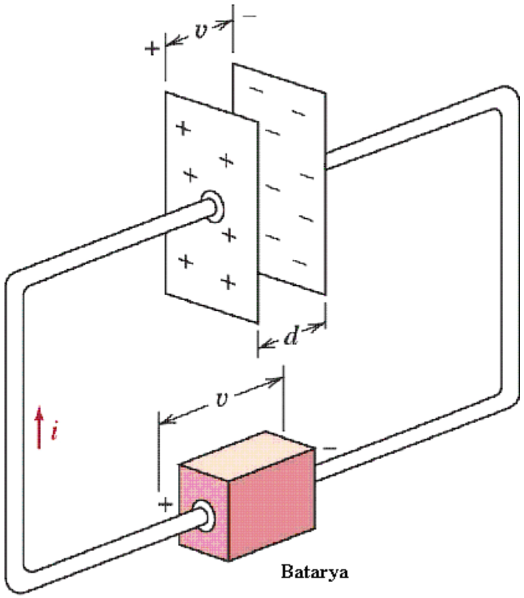
Yağ emdirilmiş kağıdın kalınlığı ile eşdeğer hava boşluğu kapasitörü için plaka boyutu

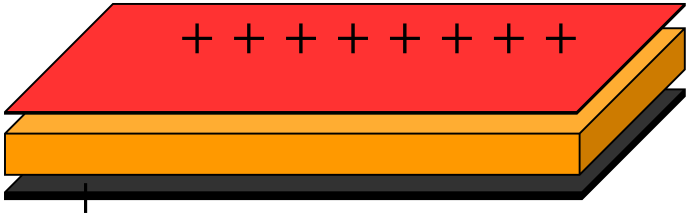
$$100F = \frac{8.85 \times 10^{-12} A}{1.016 \times 10^{-4}} \Rightarrow A = 1.148 \times 10^{9} m^{2}$$

Normal kapasitans değerleri küçüktür.
Microfarat çok yaygın olarak kullanılır.
Entegre devreler için, nano veya pico farad sıradışı değildir.

Kapasitans

İki iletkendeki elektrik yükü, enerji depolayan elektriksel bir alanı oluşturur.





İki iletken arasındaki gerilim farkı yük ile orantılıdır

$$q = C\,v \text{ (coulomb kanunu)}$$

Bu orantı sabiti C ***kapasitans*** olarak adlandırılır.

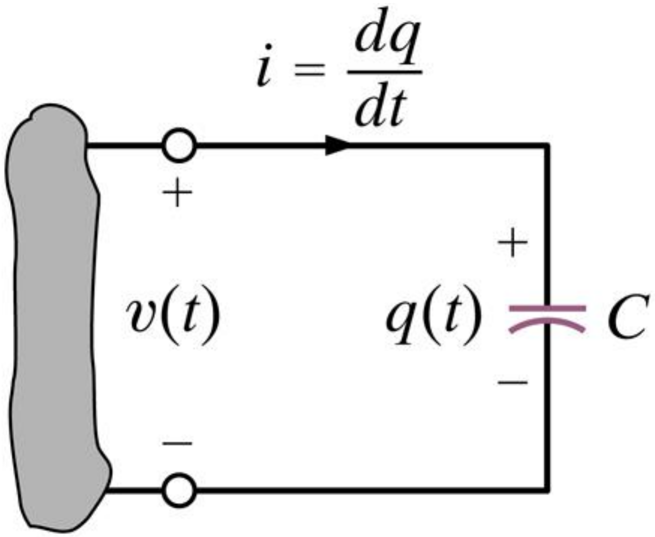
Temel kapasitans kanunu

$$Q = f(V_C)$$

Doğrusal kapasitörler Coulomb kanununa uyarlar

$$Q = CV_C$$

C, elemanın KAPASİTESİ olarak adlandırılır ve birimi $\frac{\text{yük}}{\text{gerilim}}$ **dir.**



Doğrusal kapasitör devre temsili

Bir Farad (F), bir Coulomb yükü bir Volt'ta depolayan bir elemanın kapasitesidir

$$\text{Farad} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}}$$

ÖRNEK

2 mikrofaradlık bir kapasitör 10mC luk yüke sahipse kapasitör uçlarındaki gerilimi bulun.

$$V_C = \frac{1}{C} Q = \frac{1}{2*10^{-6}} 10*10^{-3} = 5000$$ **V**

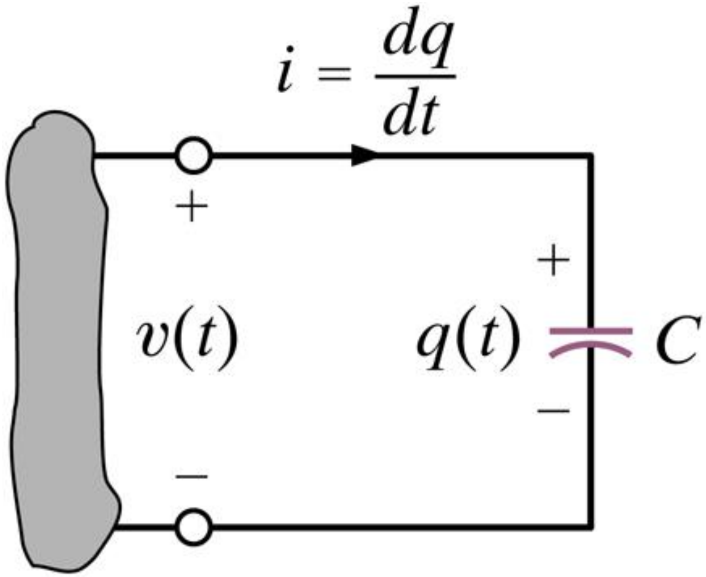
Kapasitörler tehlikeli olabilirler!!!

Kapasitans Farad olarak, yük Coulomb olarak alındığında gerilim Volt cinsinden bulunur.

KAPASİTÖRLER

Kapasitörler sadece ELEKTROSTATİK enerji depolar ve boşaltırlar. Kapasitörler enerji "yaratmazlar".

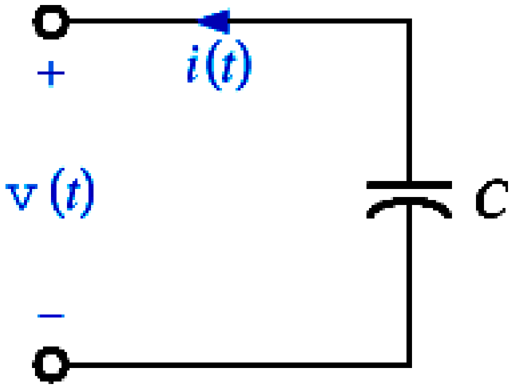
Kapasitör pasif devre elemanıdır ve pasif işaret kuralına uyar.



Doğrusal kapasitör devre temsili

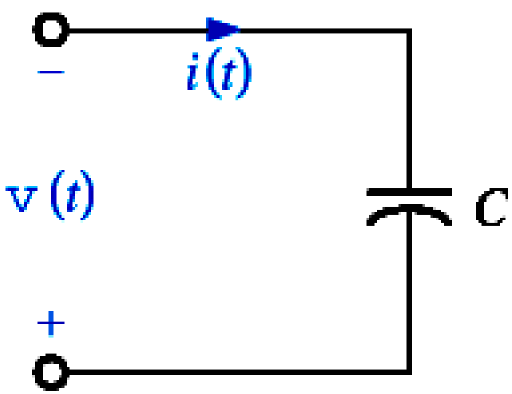
$$i(t) = C\frac{dv}{dt}(t)$$

ÖRNEK Aşağıdaki kapasitörler için *i*-*v* (akım-gerilim) ilişkisini yazın



$$\boxed{i(t) = -C\frac{dv(t)}{dt}}$$

(a)



$$\boxed{i(t) = -C\frac{dv(t)}{dt}}$$

(b)

Kapasitans Kanunu

$$Q_C = CV_C$$

Gerilim değişirse, yük değişir ve bir akım oluşur

Kapasitör uçlarındaki gerilim
akım cinsinden ifade edilebilir

$$V_C(t) = \frac{1}{C} Q = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t} i_C(x)dx$$

Kapasitans yasasının integral şekli

İntegral şeklinin matematiksel önemi ...

$$V_C(t-) = V_C(t+); \ \forall t$$

Kapasitör uçlarındaki gerilim sürekli olmalıdır

Kapasitans Kanunu

$$Q_C = CV_C$$

Gerilim değişirse, yük değişir ve bir akım oluşur

… Veya kapasitörden geçen akım, uçlarındaki gerilim cinsinden ifade edilebilir

$$i_C = \frac{dQ}{dt} = C\frac{dV_C}{dt}$$

Kapasitans yasasının diferansiyel şekli

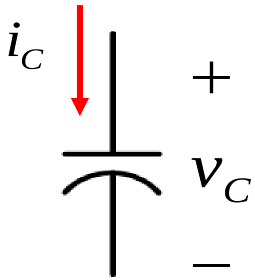
Diferansiyel formun etkileri ??

$$\boldsymbol{V_C = Sabit \Rightarrow i_C} = 0$$

DA veya kalıcı durum davranışı

Kalıcı durumda bir kapasitör AÇIK DEVRE olarak davranır

DEVRE ELEMANI OLARAK KAPASİTÖR



$$i_C(t) = C\frac{dv_c}{dt}(t)$$

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(x)dx$$

$$i_R = \frac{1}{R}v_R$$

$$v_R = Ri_R$$

Ohm Kanunu

$$\int_{-\infty}^{t} = \int_{-\infty}^{t_0} + \int_{t_0}^{t}$$

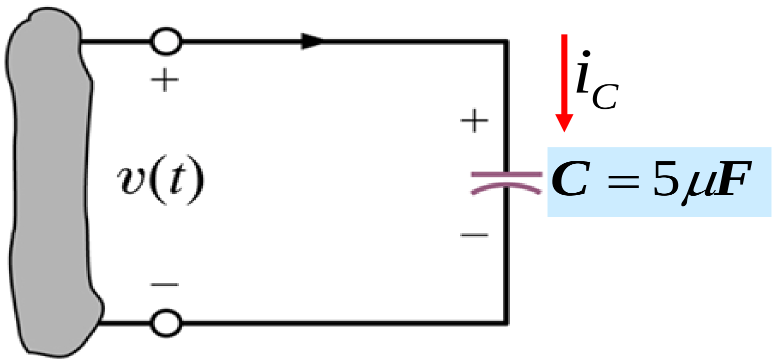
$$\boldsymbol{v_c(t_o)}$$

Buradaki $v_c(t_0)$, $t=-\infty$ anından $t=t_0$ anına kadar kapasitör üzerinde biriken yükten dolayı oluşan gerilimdir.

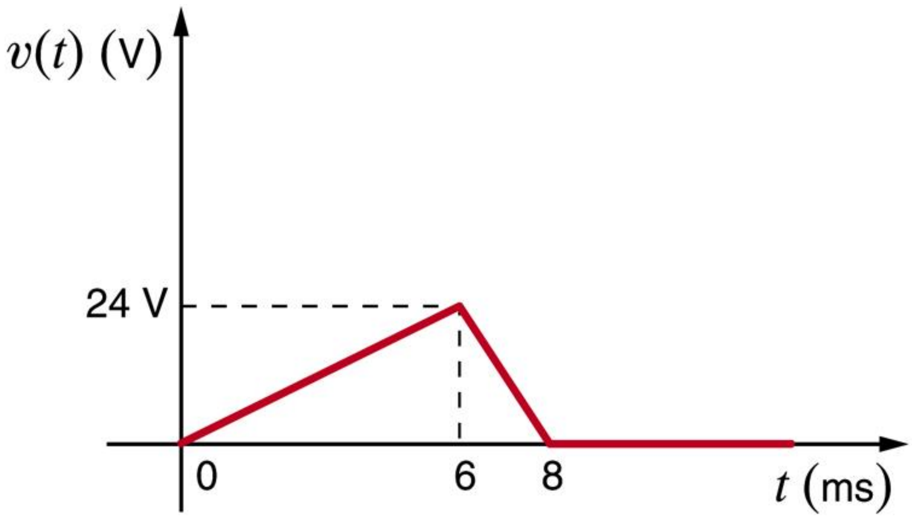
$$\boldsymbol{v_C(t) = \boxed{\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i_C(x)dx} + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_C(x)dx}$$

$$v_C(t) = v_C(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_C(x)dx$$

ÖRNEK Kapasitör uçlarındaki gerilimin dalga şekli aşağıdaki gibi ise akımı bulun



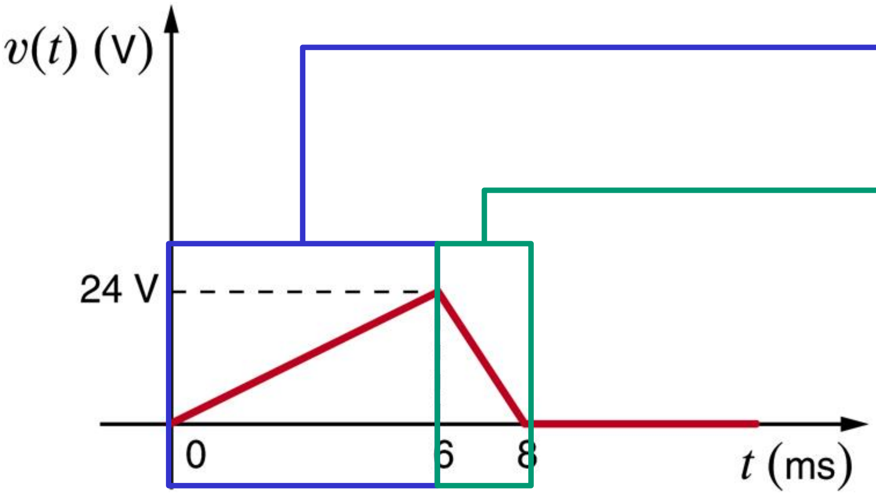
$$i(t) = C\frac{dv}{dt}(t)$$



$$v(t) = \begin{cases} \dfrac{24}{6\times10^{-3}}t & 0 < t \le 6\,ms \\ \dfrac{-24}{2\times10^{-3}}t + 96 & 6 < t \le 8\,ms \\ 0 & t > 8\,ms \end{cases}$$

ÖRNEK - devam

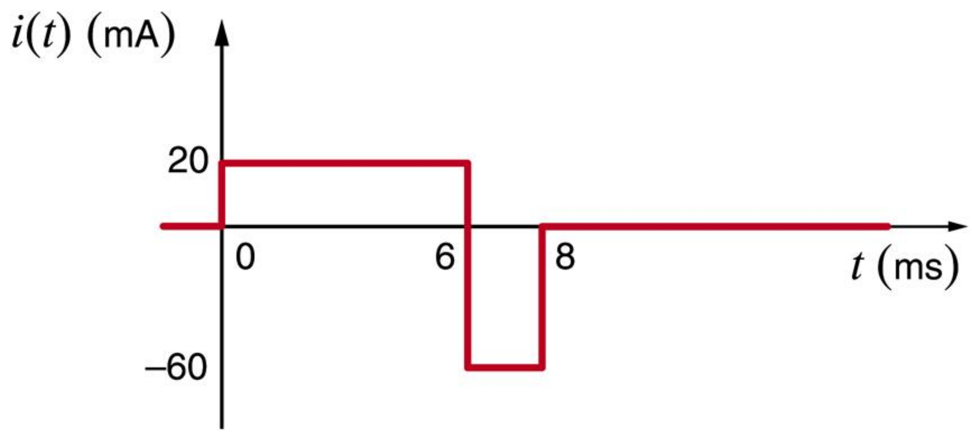
$$i(t) = C\frac{dv}{dt}(t)$$



$$i = 5\times10^{-6}[F]\times\frac{24}{6\times10^{-3}}\left[\frac{V}{s}\right] = 20mA$$

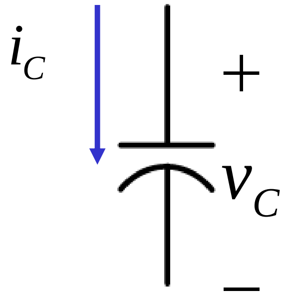
$$i = 5\times10^{-6}[F]\times\frac{-24}{2\times10^{-3}}\left[\frac{V}{s}\right] = -60mA$$

$$i(t) = 0 \quad diger \;\; yerlerde$$



ENERJİ DEPOLAYAN ELEMAN OLARAK KAPASİTÖR

Depolanan enerji elemana verilen anlık güç'ten hesaplanabilir



$$p_C(t) = v_C(t) i_C(t) \quad \boxed{\text{W}}$$

$$i_C(t) = C \frac{dv_c}{dt}(t)$$

$$p_C(t) = C v_C(t) \frac{dv_c}{dt}$$

Enerji gücün integralidir

$$w_C(t) = \int_{-\infty}^{t} p_C(x) dx$$

$$w_c(t) = \int_{-\infty}^{t} C v_c(x) \frac{dv_c(x)}{dx} dx = C \int_{-\infty}^{t} v_c(x) \frac{dv_c(x)}{dx} dx$$

$$w_c(t) = C \int_{v(-\infty)}^{v(t)} v_c(x) \, dv_c(x) = \frac{1}{2} C v_c^2(x) \Big|_{v(-\infty)}^{v(t)}$$

$$w_c(t) = \frac{1}{2} C v_c^2(t) \quad J$$

ENERJİ DEPOLAYAN ELEMAN OLARAK KAPASİTÖR

Belirli bir zaman aralığında depolanan enerji

$$p_C(t) = v_C(t) i_C(t)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv_c}{dt}(t)$$

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(x)dx = \frac{q_C(t)}{C}$$

$$p_C(t) = C v_C(t) \frac{dv_c}{dt}$$

$$p_C(t) = \frac{1}{C} q_C(t) \frac{dq_C}{dt}(t)$$

$$\boldsymbol{p_C(t) = C \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} v_C^2(t)\right)}$$

$$\boldsymbol{p_C(t) = \frac{1}{C}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} q_c^2(t)\right)}$$

Enerji gücün integralidir

$$\boldsymbol{w_C(t_2, t_1) = \int_{t_1}^{t_2} p_C(x)dx}$$

t1 eksi sonsuz ise, "t2 zamanında depolanan enerji" den bahsedilir.

Her iki sınır da sonsuzsa, "depolanan toplam enerji" den bahsedilir.

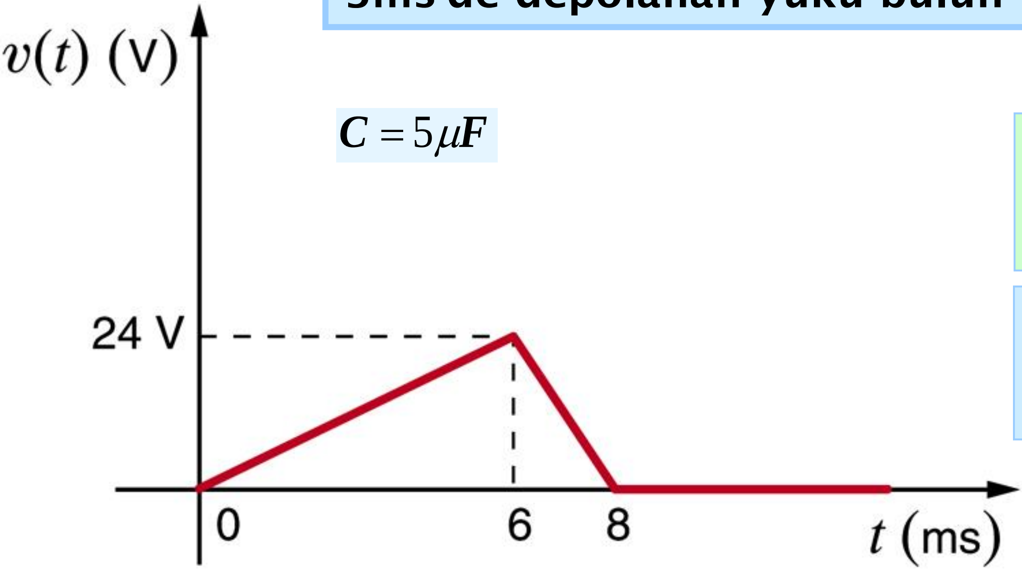
$$\boldsymbol{w_C(t_2, t_1) = \frac{1}{2} C v_C^2(t_2) - \frac{1}{2} C v_C^2(t_1)}$$

$$w_C(t_2, t_1) = \frac{1}{2C} q_C^2(t_2) - \frac{1}{2C} q_C^2(t_1)$$

ÖRNEK

0 - 6 ms aralığında depolanan enerjiyi bulun

3ms'de depolanan yükü bulun



$C = 5\mu F$

$$w_C(0,6) = \frac{1}{2}Cv_C^2(6) - \frac{1}{2}Cv_C^2(0)$$

$$w_C(0,6) = \frac{1}{2}5*10^{-6}[F]*(24)^2[V^2]$$

$$q_C(3) = Cv_C(3)$$

$$v_C(3) = 12\,volt$$

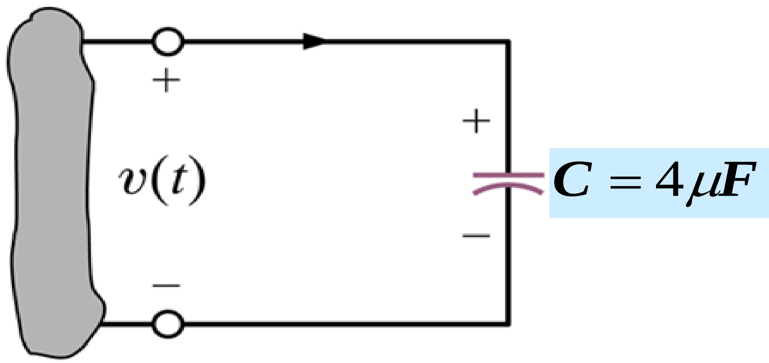
$$q_C(3) = 5*10^{-6}[F]*12[V] = 60\,\mu C$$

"toplam depolanan enerji?" …. 1440µJ

"toplam depolanan yük?" … 60µC

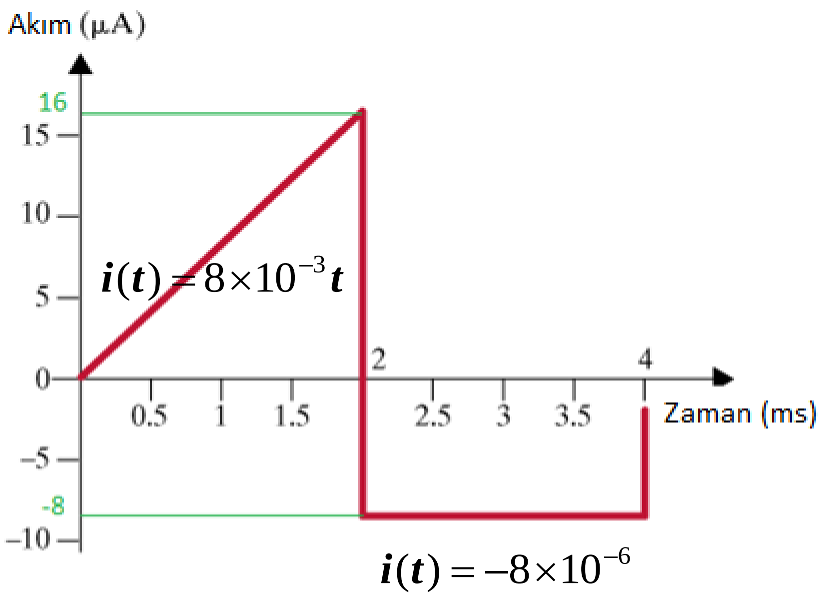
Eğer yük Coulomb
ve kapasitans Farad ise,
enerji …. joule

ÖRNEK **Aşağıda başlangıçta şarj edilmemiş 4 μF'lık bir kapasitöre ait akım dalga şekli gösterilmiştir. Gerilim dalga şeklini belirleyiniz.**



$$v(t) = v(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(x)dx; \ \ t > 0$$

$$v(0) = 0$$



$$i(t) = \begin{cases} \dfrac{16\times10^{-6}t}{2\times10^{-3}} & 0 < t \le 2\,ms \\ -8\times10^{-6} & 2\,ms < t \le 4\,ms \\ 0 & t > 4\,ms \end{cases}$$

ÖRNEK -devam

$v(0) = 0$

$$\boldsymbol{v(t) = v(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(x)dx;\ \ t > 0}$$

$$i(t) = \frac{16 \times 10^{-6}\, t}{2 \times 10^{-3}} \qquad 0 \le t \le 2 \text{ ms}$$
$$= -8 \times 10^{-6} \qquad 2 \text{ ms} \le t \le 4 \text{ ms}$$
$$= 0 \qquad 4 \text{ ms} < t$$

$$v(t) = \frac{1}{(4)(10^{-6})}\int_0^t 8(10^{-3})x\,dx = 10^3 t^2$$

$0 \le t \le 2$

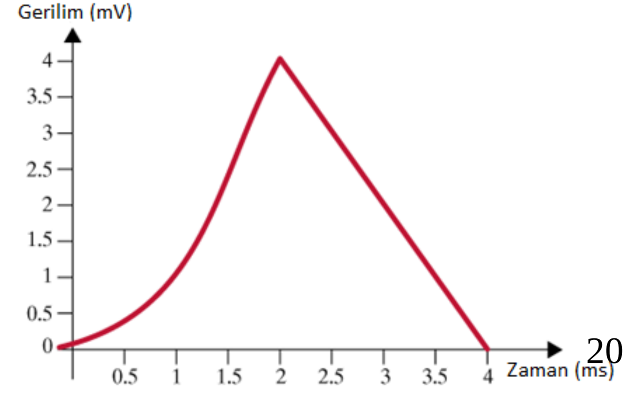
$$\boldsymbol{v(t) = v(2) + \frac{1}{C}\int_2^t i(x)dx;\ \ t > 2}$$

$$v(2\,ms) = 10^3(2\times10^{-3})^2 = 4\ mV$$

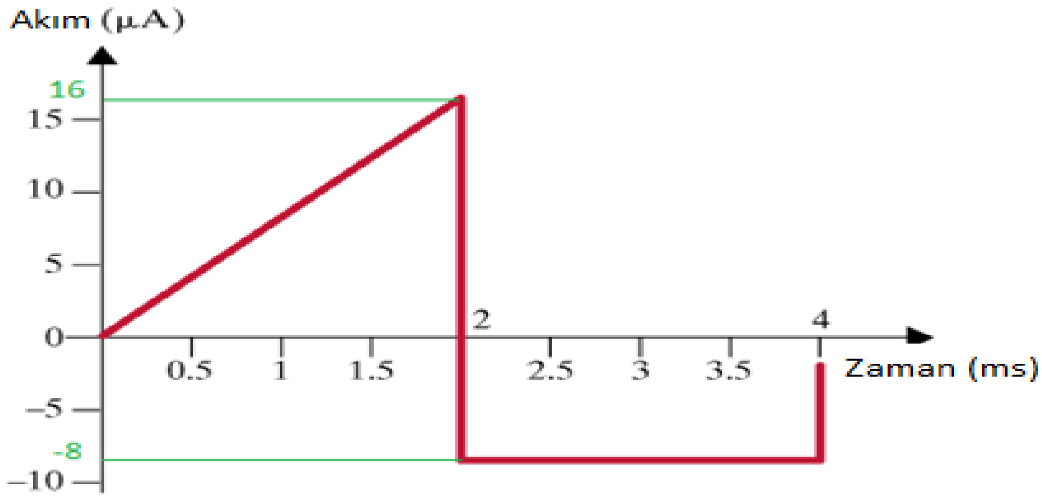
$$v(t) = \frac{1}{(4)(10^{-6})}\int_{2(10^{-3})}^t -(8)(10^{-6})\,dx + (4)(10^{-3}) = -2t + 8\times10^{-3}$$

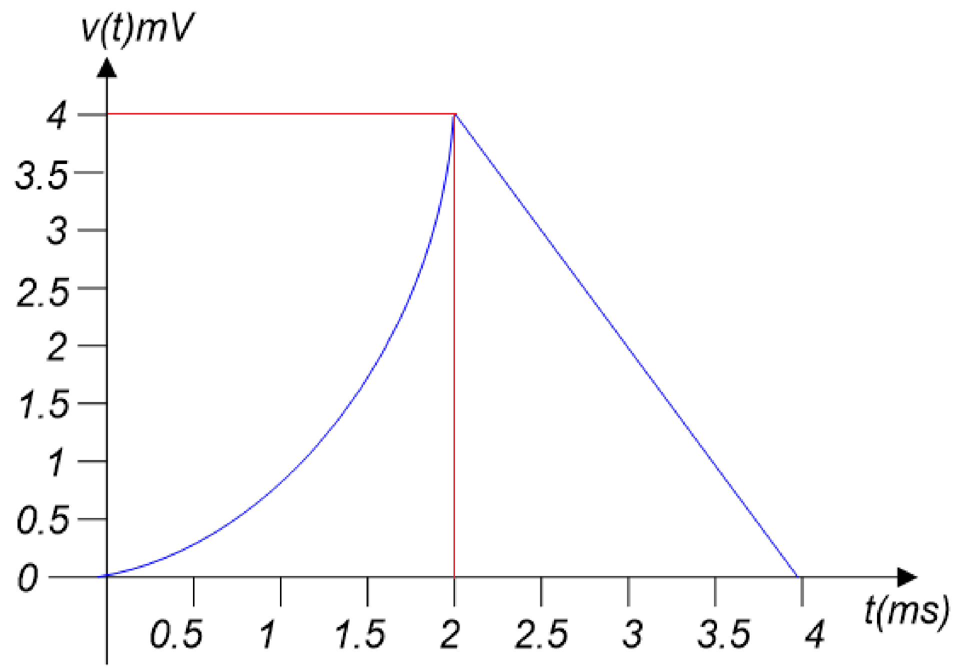
$2 < t \le 4ms$

$\boldsymbol{v(t) = -2t + 8\times10^{-3}[V]}$



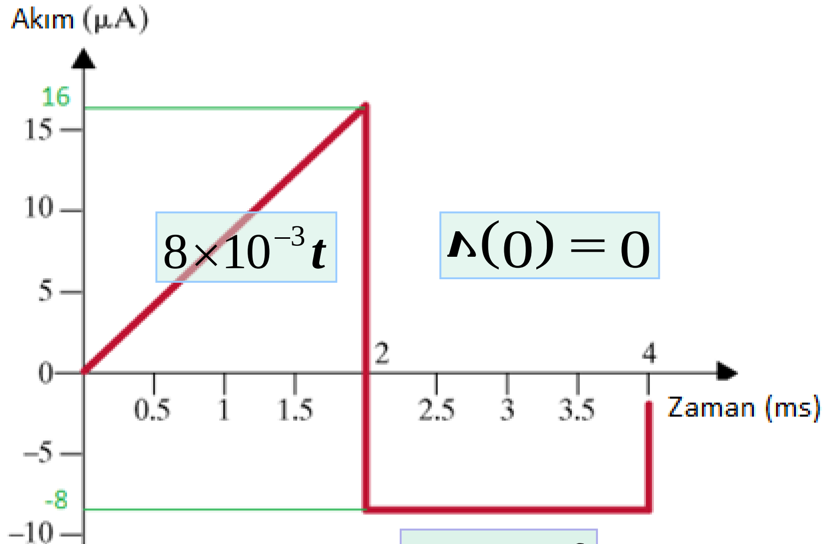
ÖRNEK -devam


Akım (µA)
16
15
10
5
0
−5
-8
−10
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
Zaman (ms)


v(t)mV
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
t(ms)

ÖRNEK -devam

$C = 4\mu F,$ Gücü bulun



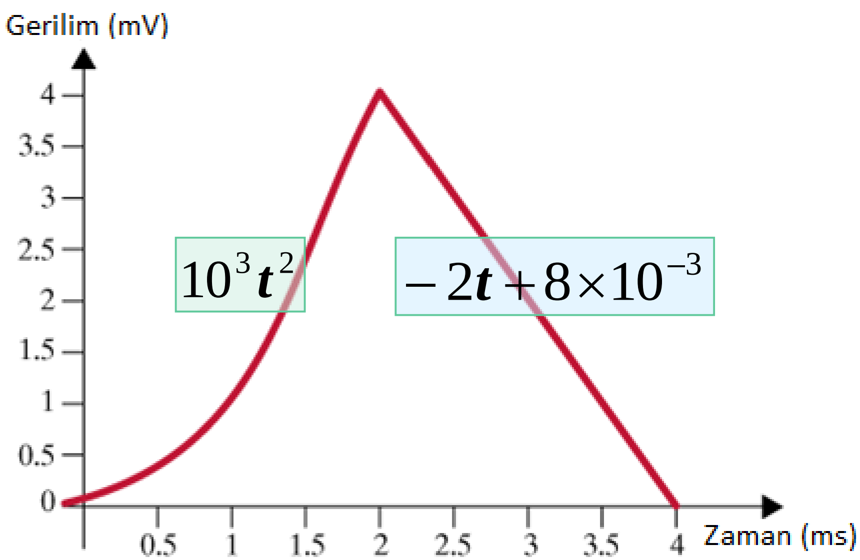
$$\boxed{p(t) = v(t)i(t)}$$

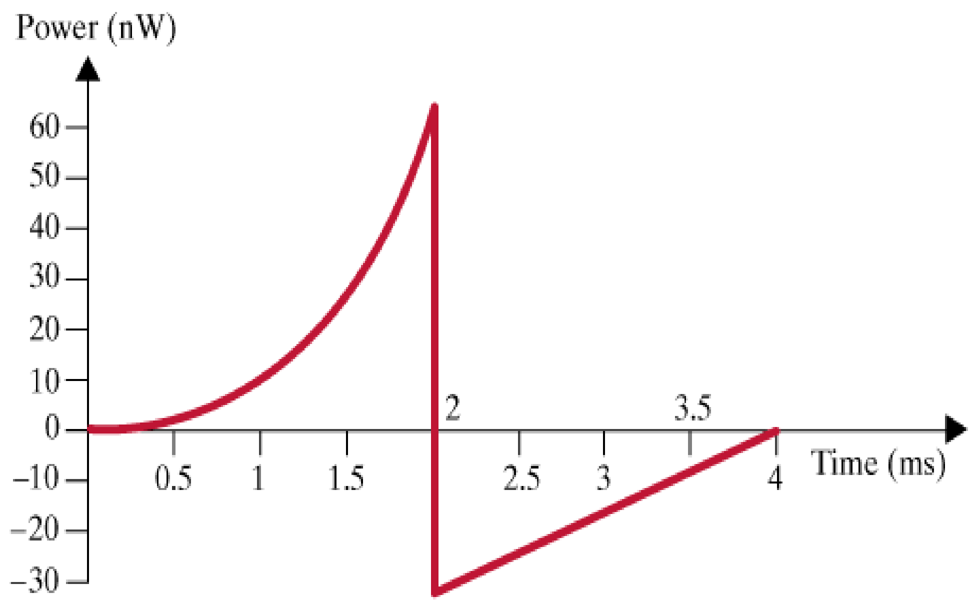
$$p(t) = 8t^3,\ 0 \le t \le 2ms$$

$$2 < t \le 4ms$$

$$\begin{aligned} p(t) &= -(8)(10^{-6})(-2t + 8\times10^{-3}) \\ &= 16(10^{-6})t - 64(10^{-9}) \end{aligned}$$

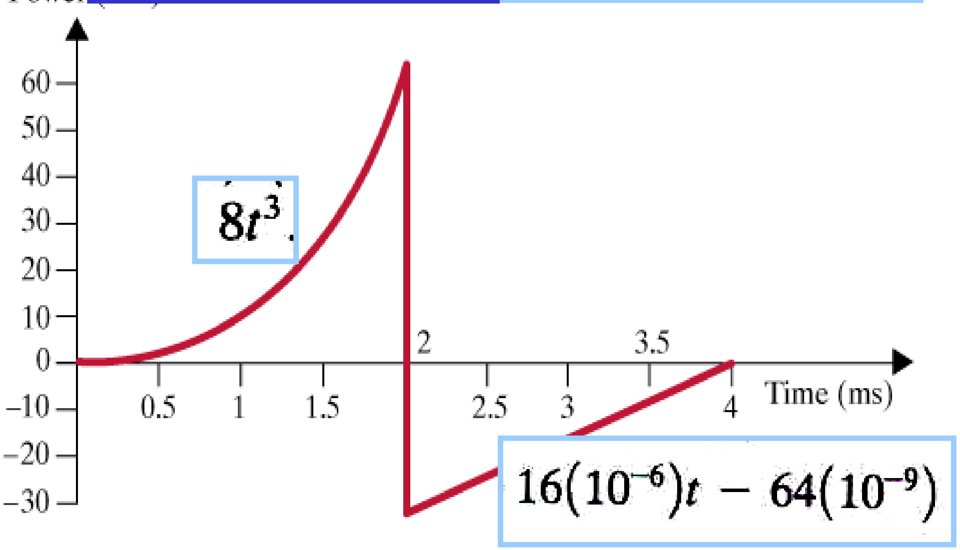
$$p(t) = 0,\ \ diger\ \ yerlerde$$

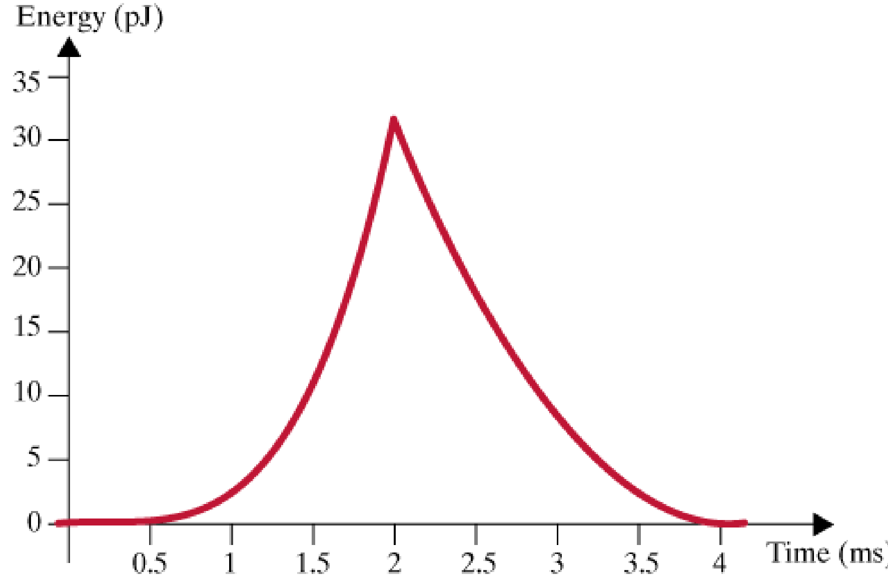




(c)

ÖRNEK -devam ENERJiYi BULUN





(d)

$$w(t) = \int_{t_0}^{t} p(x)\,dx + w(t_0)$$

$$p(t) = 8t^3, \ 0 \le t \le 2ms$$

$$w(t) = \int_0^t 8x^3\,dx = 2t^4$$

$$w(2\text{ ms}) = 32\text{ pJ}$$

$$p(t) = -(8)(10^{-6})(-2t + 8 \times 10^{-3})$$
$$= 16(10^{-6})t - 64(10^{-9})$$

$$2 < t \le 4ms$$

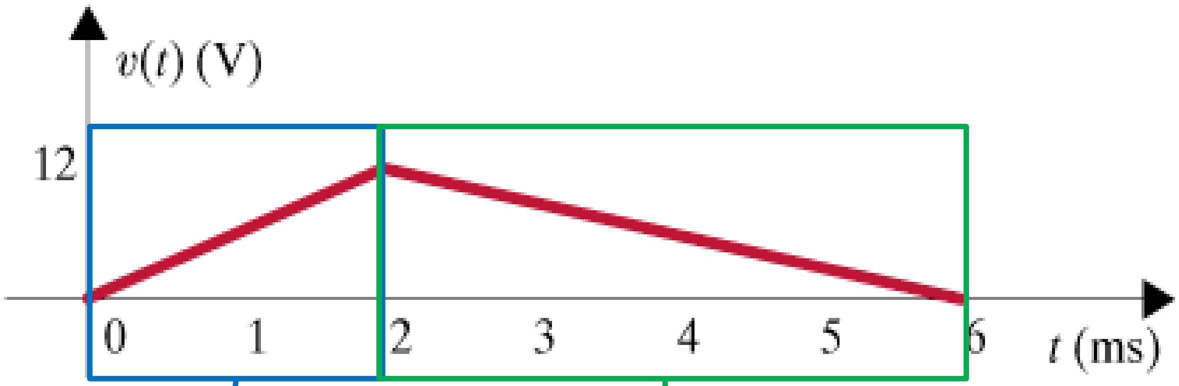
$$w(t) = \int_{2\times10^{-3}}^{t} [(16 \times 10^{-6})x - (64 \times 10^{-9})]\,dx + 32 \times 10^{-12}$$

$$= (8 \times 10^{-6})t^2 - (64 \times 10^{-9})t + 128 \times 10^{-12}$$

$$p(t) = 0, \ diger \ \ yerlerde$$

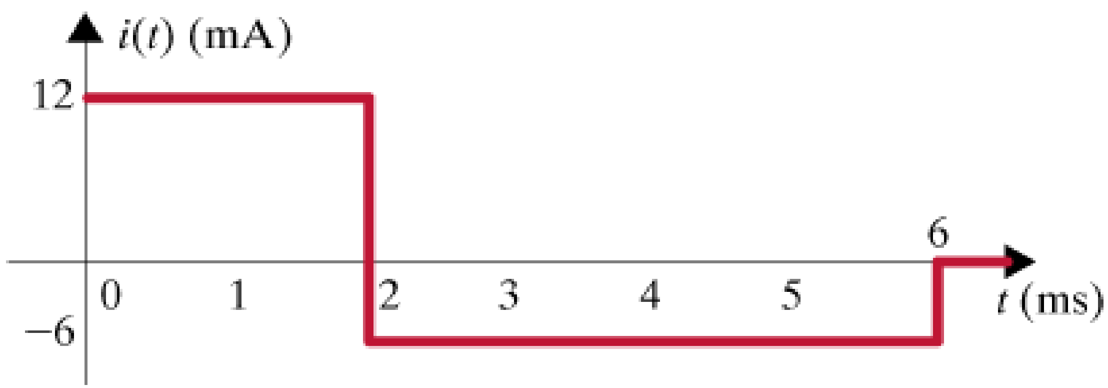
ÖRNEK $C = 2\mu F$ Akımı bulun

$$\boldsymbol{i(t) = C\frac{dv}{dt}(t)}$$

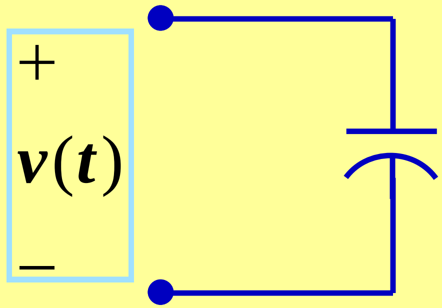


$$i = 2\times10^{-6}\,F \times \frac{12}{2\times10^{-3}}\left[\frac{V}{s}\right]$$

$$\boldsymbol{i = 2\times10^{-6}\,F \times \frac{-12}{4\times10^{-3}}\left[\frac{V}{s}\right]}$$



ÖRNEK PROBLEM



$C = 2\mu F$

$v(t) = 130 \sin(120\pi t)$

Hangi değişkenler hesaplanabilir?

Belli bir zamanda depolanan enerji $w(t) = \frac{1}{2} C v_C^2(t)$ $\quad w(1/240) = \frac{1}{2} 2*10^{-6}[F]*130^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right)$ **J**

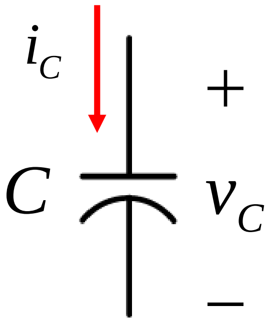
Belli bir zamanda depolanan yük $q_C(t) = C v_C(t)$ $\quad q_C(1/120) = 2*10^{-6}[C]*\sin(\pi)[V] = 0$ **C**

Kapasitörden geçen akım $i_C = C \frac{dv_C}{dt}(t)$ $\quad i_C(1/120) = 2*10^{-6}*130*120\pi\cos(\pi)$ **A**

Belli bir zamanda kapasitöre verilen elektrik gücü $p_C(t) = v_C(t) i_C(t)$ **W**

Belli bir zaman aralığında depolanan enerji $w(t_2, t_1) = \frac{1}{2} C v_C^2(t_2) - \frac{1}{2} C v_C^2(t_1)$ **J**

ÖRNEK PROBLEM

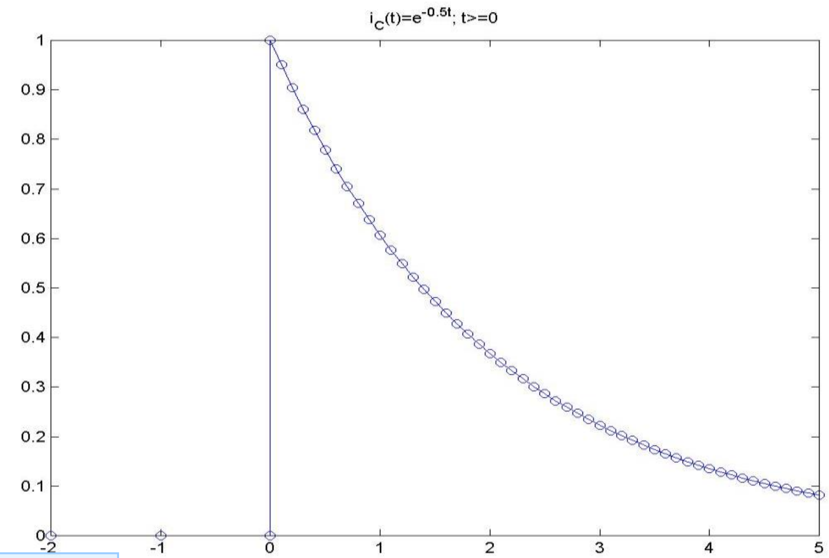


$C = 2\mu F$

Eğer akım biliniyorsa...

Kapasitörden geçen akım

$$i_C(t) = \begin{cases} e^{-0.5t};\ t \geq 0 \\ 0;\ t < 0 \end{cases} [mA]$$



t zamandaki gerilim

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(x)dx$$

$$v_C(0) = 0[V]$$

***to<t* anındaki gerilim biliniyorsa, belirli bir t anındaki gerilim**

$$v_C(t) = v_C(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_C(x)dx$$

$$v_C(2) = v_C(0) + \frac{1}{C}\int_0^2 e^{-0.5x}dx = \frac{1}{2*10^{-6}}\left[-\frac{1}{0.5}e^{-0.5x}\right]_0^2 = \frac{1}{2*10^{-6}}\frac{1}{0.5}\left(1-e^{-1}\right) = 0.6321*10^6 \text{ V}$$

Belirli bir andaki yük

$$q_C(t) = Cv_C(t) \qquad q_C(2) = 2*0.6321 \text{ C}$$

Zamanın fonksiyonu olarak gerilim

$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(x)dx \qquad v_C(t) = 0;\ t \leq 0 \qquad v_C(t) = v_C(0) + \frac{1}{C}\int_0^t e^{-0.5x}dx$$

Kapasitöre verilen elektrik gücü

$$p_C(t) = v_C(t)i_C(t) \text{ W}$$

$$v_C(t) = \begin{cases} 10^6(1-e^{-0.5t});\ t \geq 0 \\ 0;\ t < 0 \end{cases} \text{ V}$$

Belli bir anda kapasitörde depolanan enerji

$$w(t) = \frac{1}{2}Cv_C^2(t) \text{ J}$$

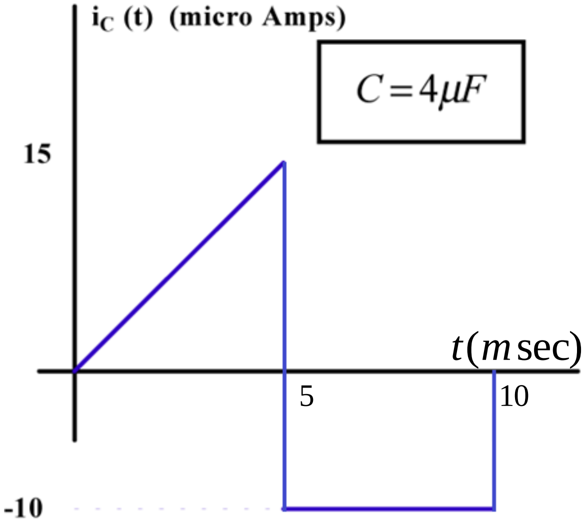
Kapasitörde depolanan "Toplam" enerji

$$w_T = \frac{1}{2}Cv_C^2(\infty) \qquad w_T = \frac{1}{2}2*10^{-6}*(10^6)^2 = 10^6 \text{ J}$$

ÖRNEK PROBLEM

Akım ve kapasitans verildiğinde, Gerilimi zamanın bir fonksiyonu olarak hesaplayın

$$V_c(t) = \frac{1}{C}\int_{t_o}^{t} i_C(t)dt + V_C(t_o)$$



Eksi sonsuzda her şey sıfırdır.
t<0 için akım sıfır olduğundan $\boldsymbol{V_C(t) = 0; t \le 0}$

$0 < t < 5m\sec \Rightarrow$ $\quad \boldsymbol{i_C(t) = \frac{15}{5}\frac{\mu A}{ms}t = 3\frac{10^{-6}A}{10^{-3}s}t = 3*10^{-3}\,t}$

$$V_C(0) = 0 \Rightarrow V_C(t) = \frac{3*10^{-3}}{4*10^{-6}}\int_0^t x dx\ [V] = \frac{3*10^3}{8}\boldsymbol{t}^2\ [\boldsymbol{V}]; 0 < \boldsymbol{t} < 5*10^{-3}[\boldsymbol{s}]$$

5ms de

$$V_C(5ms) = \frac{3*10^3*(5*10^{-3})^2}{8}[V] = \frac{75}{8}[mV]$$

$$5 < t < 10\ \ ms \Rightarrow i_C(t) = -10\ [\mu A]$$

$$\boldsymbol{V_C(5ms) = \frac{75}{8}\ [mV]}$$

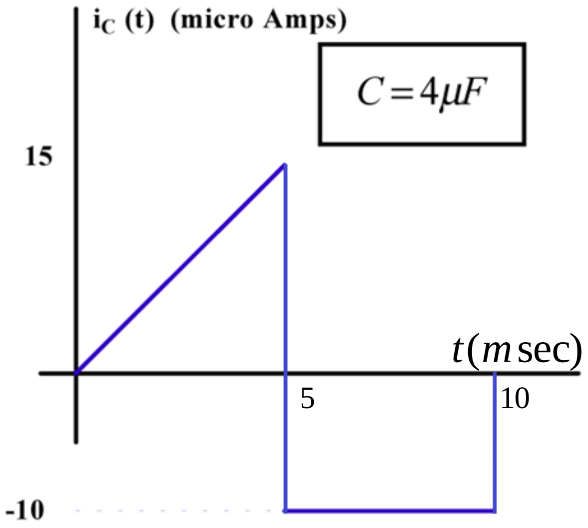
$$\boldsymbol{\Rightarrow V_C(t) = \frac{75*10^{-3}}{8} + \frac{1}{4*10^{-6}}\int_{5*10^{-3}}^{t}(-10*10^{-6})[A/s]dx}$$

$$\boldsymbol{V_C(t) = \frac{75*10^{-3}}{8} - \frac{10}{4}\left(t - 5*10^{-3}\right)[V];\ 5*10^{-3} < t < 10*10^{-3}\,[s]}$$

Cevaplanabilecek ek sorulara bakalım

ÖRNEK PROBLEM - devam

Akım ve kapasitans verildiğinde, Gerilimi zamanın bir fonksiyonu olarak hesaplayın



5ms'de depolanan yük

$$q_C(t) = CV_C(t)$$

$$q(5ms) = 4*10^{-6}[F]*\frac{75*10^{-3}}{8}[V]$$

$$q(5ms) = (75/2)\ [nC]$$

Depolanan toplam enerji

$$w = \frac{1}{2}CV_C^2$$

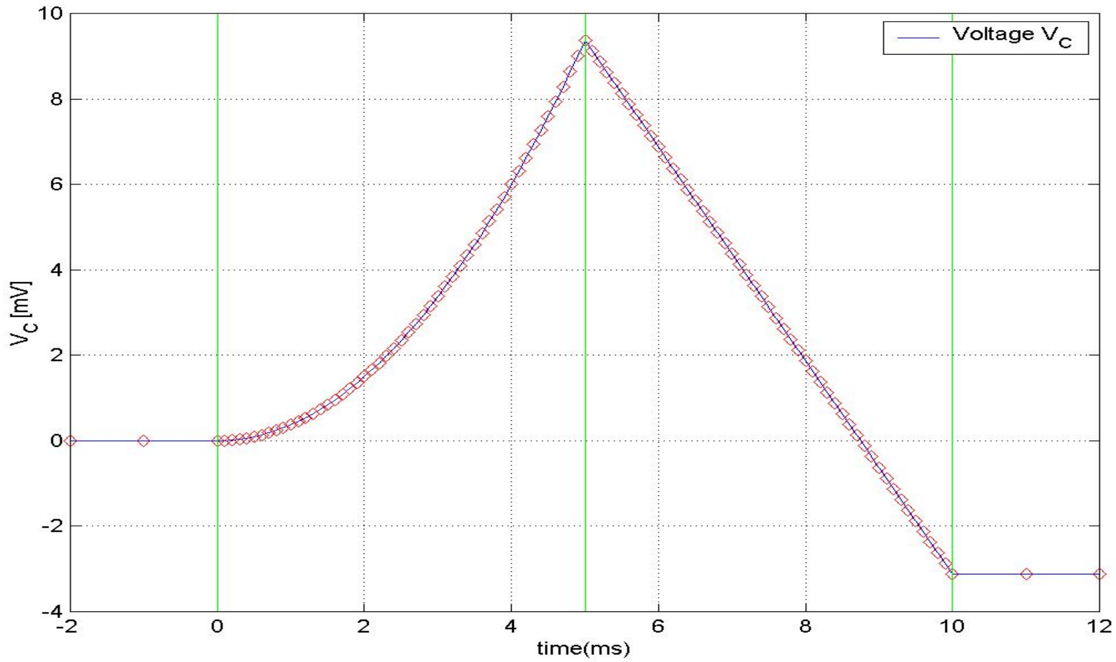
$$w_T = 0.5*4*10^{-6}\left(\frac{25*10^{-3}}{8}\right)^2 [J]$$

Şimdi, parçalı fonksiyonları temsil etmek için resmi bir yol ....

Parçalı analitik bir sinyalin formal temsili

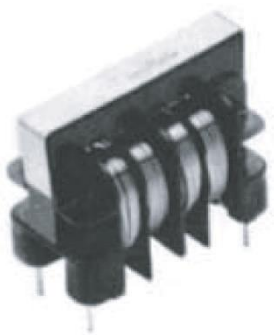
$$V_c(t) = \begin{cases} 0 & ; \quad t \le 0 \\ \dfrac{3}{8}t^2 & ; \quad 0 < t < 5ms \\ \dfrac{75}{8} - \dfrac{10}{4}(t-5) & ; \quad 5 < t \le 10\ [ms] \\ -\dfrac{25}{8} & ; \quad t > 10[ms] \end{cases}$$

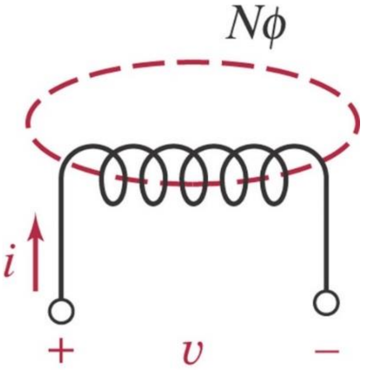
$$[mV]$$



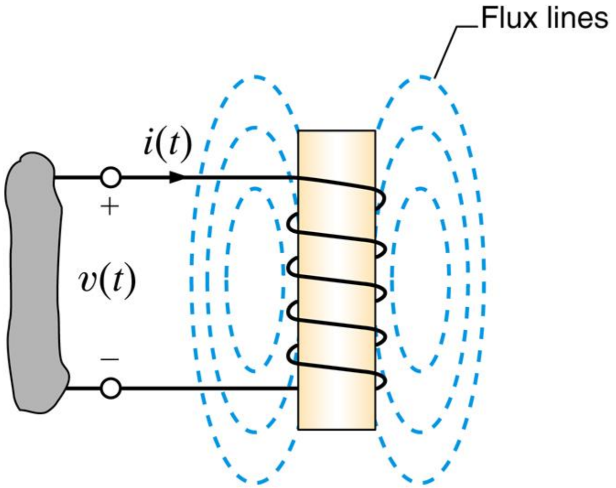
İNDÜKTÖRLER

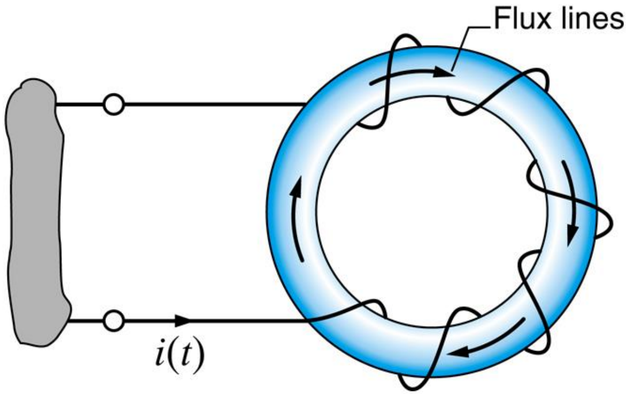
- Genellikle halka şeklindeki iletken bir telden oluşan bir devre elemanıdır.
- İndüktörler (bobinler) tipik olarak üzerine sarıldıkları nüve (çekirdek) türüne göre sınıflandırılırlar.
- Nüve malzemesi örneğin, hava ya da herhangi bir manyetik olmayan madde, veya demir olabilir.
- Hava ya da manyetik olmayan malzemelerle yapılan indüktörler, radyo, televizyon ve filtre devrelerinde geniş çapta kullanılırlar.





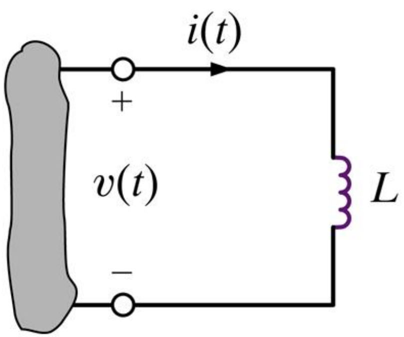
İNDÜKTÖRLER





Manyetik akı hatları, indüktör dışına uzanarak kaçak indüktans etkisi yaratabilirler

Zamanla değişen bir manyetik akı zıt elektromotor kuvveti (emf) oluşturur ve elemanın uçlarında bir gerilim oluşmasına sebep olur.



İndüktörün devre temsili

Pasif işaret kuralı kullanımına dikkat edin

İNDÜKTÖRLER

Zamanla değişen manyetik akı bir gerilim indükler

$$v_L = \frac{d\phi}{dt}$$

İndüksiyon kanunu

Doğrusal bir indüktör için manyetik akı akımla orantılıdır

$$\phi = Li_L \Rightarrow v_L = L\frac{di_L}{dt}$$

İndüksiyon yasasının diferansiyel formu

İndüktör uçlarındaki gerilim farkı akımın değişim oranı ile orantılıdır

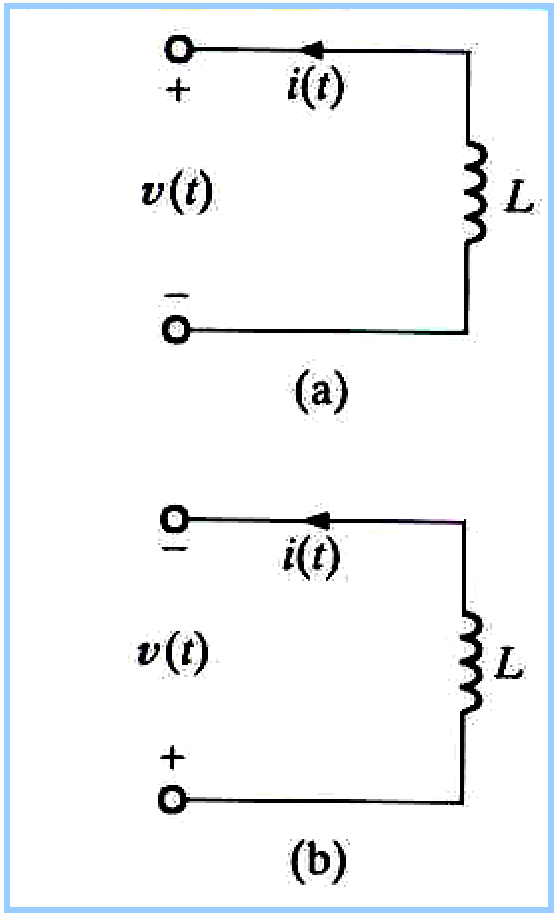
ORANTI SABITI L, ELEMANIN İNDÜKTANSI OLARAK ADLANDIRILIR

İndüktans, Henry (H) biriminde ölçülür.
Boyutsal olarak:

$$\text{HENRY} = \frac{\text{Volt}}{\text{Amp}/\text{sec}}$$

İndüktörler elektromanyetik enerjiyi depolarlar.
Depolanan enerjiyi devreye geri besleyebilirler, ancak enerji yaratamazlar.
Pasif işaret kuralına uymak zorundadırlar.

ÖRNEK Aşağıdaki indüktörler için i-v (akım-gerilim) ilişkisini yazın

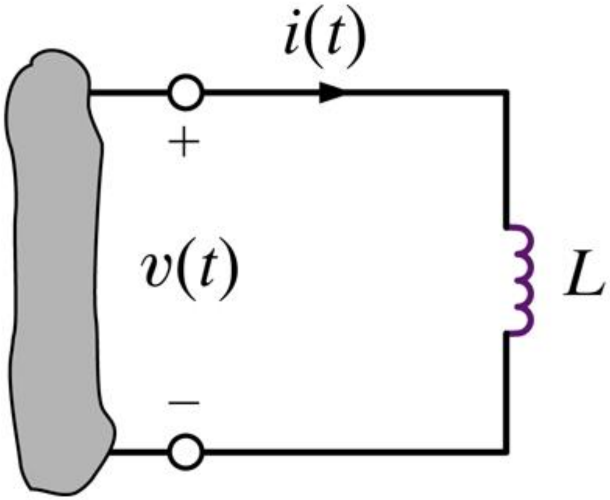


$$v(t) = -L\frac{di(t)}{dt}$$

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

Pasif işaret kuralını takip edin

DEVRE ELEMANI OLARAK İNDÜKTÖR



$$v_L = L\frac{di_L}{dt}$$

İndüksiyon kanununun diferansiyel formu

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_L(x)dx$$

İndüksiyon kanununun integral formu

$$i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v_L(x)dx; \;\; t \geq t_0$$

İntegral formun doğrudan bir sonucu

$$i_L(t-) = i_L(t+); \quad \forall t$$

Akım sürekli olmalıdır

İndüktörden geçen akım sürekli olmalıdır

Diferansiyel formun doğrudan bir sonucu

$$i_L = Sabit. \Rightarrow v_L = 0$$

DC (kalıcı durum) davranışı

Kalıcı durumda bir indüktör KISA DEVRE olarak davranır

ENERJİ DEPOLAYAN ELEMAN OLARAK İNDÜKTÖR

Depolanan enerji elemana verilen anlık güç'ten hesaplanabilir

Güç ve depolanan enerji

$$p_L(t) = v_L(t)i_L(t)$$ W

$$p_L(t) = L\frac{di_L}{dt}(t)i_L(t)$$

Enerji gücün integralidir

$$w_L(t) = \int_{-\infty}^{t} p_L(x)dx$$

$$w_L(t) = \int_{-\infty}^{t}\left[L\frac{di(x)}{dx}\right]i(x)\,dx$$ J

Akım Amper, İndüktans Henry ise enerji Joule olarak elde edilir

$$\boldsymbol{w_L(t) = \frac{1}{2}Li_L^2(t)}$$

" t zamanında depolanan enerji " negatif olmamalı. Pasif eleman !!!

ENERJİ DEPOLAYAN ELEMAN OLARAK İNDÜKTÖR

Belirli bir zaman aralığında depolanan enerji

$$p_L(t) = v_L(t) i_L(t) \quad \text{W}$$

$$p_L(t) = L \frac{di_L}{dt}(t) i_L(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} L i_L^2(t)\right)$$

$$\boldsymbol{w_L(t_2, t_1) = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} L i_L^2(x)\right) dx} \quad \text{J}$$

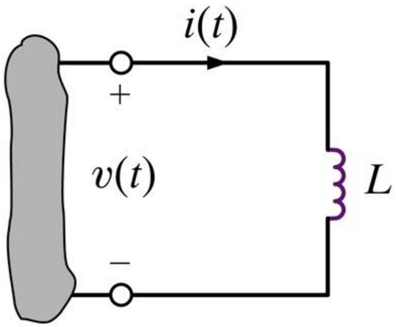
$$\boldsymbol{w(t_2, t_1) = \frac{1}{2} L i_L^2(t_2) - \frac{1}{2} L i_L^2(t_1)}$$

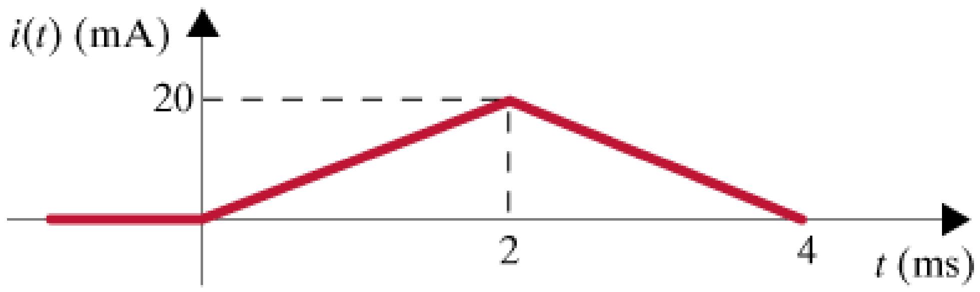
Belirli bir aralıkta depolanan enerji pozitif veya negatif olabilir

$$\boldsymbol{w_L(t) = \frac{1}{2} L i_L^2(t)}$$

" t zamanında depolanan enerji " negatif olmamalı. Pasif eleman !!!

ÖRNEK   L=10mH. İNDÜKTÖR UÇLARINDAKİ GERİLİMİ BULUN



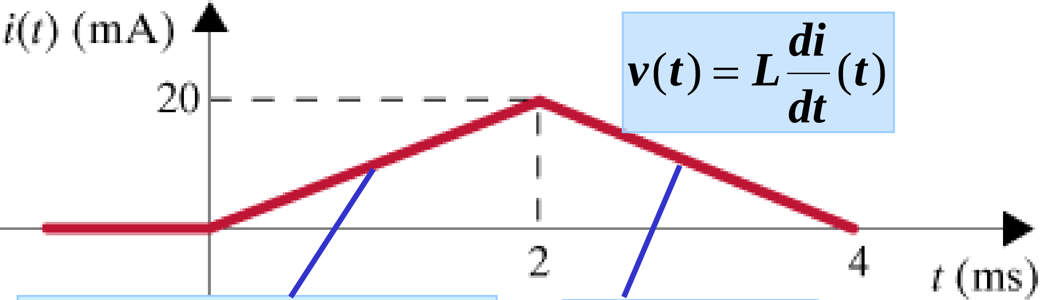


$$\boldsymbol{v(t) = L\frac{di}{dt}(t)}$$

$$i(t) = \begin{cases} \dfrac{20\times10^{-3}t}{2\times10^{-3}} & 0 < t \le 2\,ms \\ \dfrac{-20\times10^{-3}t}{2\times10^{-3}} + 40\times10^{-3} & 2 < t \le 4\,ms \\ 0 & t > 4\,ms \end{cases}$$

ÖRNEK - devam

L=10mH. İNDÜKTÖR UÇLARINDAKİ GERİLİMİ BULUN



$$v(t) = L\frac{di}{dt}(t)$$

$$m = \frac{20\times10^{-3}A}{2\times10^{-3}s} = 10\left[\frac{A}{s}\right]$$

$$m = -10\left[\frac{A}{s}\right]$$

DÜZ BİR ÇİZGİNİN TÜREVI EĞİMDİR.

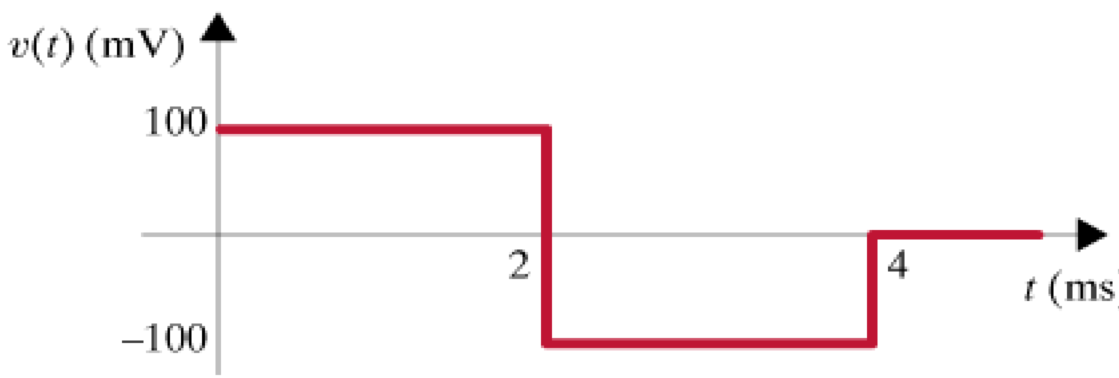
$$\frac{di}{dt} = \begin{cases} 10(A/s) & 0 \le t \le 2ms \\ -10(A/s) & 2ms < t \le 4ms \\ 0 & diger\ \ yerlerde \end{cases}$$

$0 < t \le 2ms$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{di}{dt}(t) = 10(A/s) \\ L = 10\times10^{-3}H \end{array}\right\} \Rightarrow v(t) = 10\times10\times10^{-3}V = 100mV$$

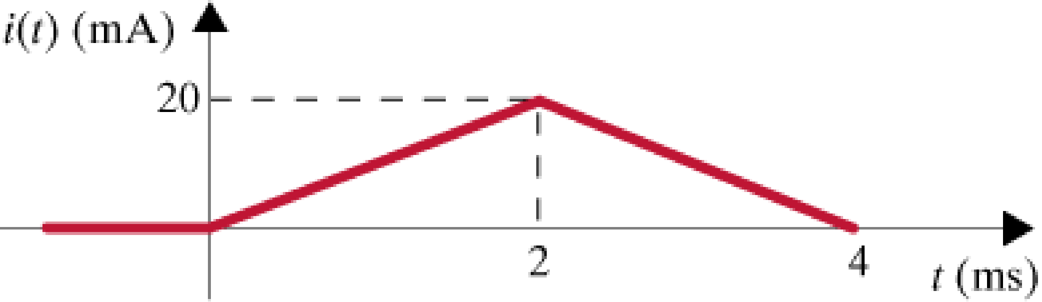
$2ms < t \le 4ms$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{di}{dt}(t) = -10(A/s) \\ L = 10\times10^{-3}H \end{array}\right\} \Rightarrow v(t) = -10\times10\times10^{-3}V = -100mV$$



ÖRNEK - devam

L=10mH. 2ms İLE 4 ms ARALIĞINDA DEPOLANAN ENERJİYİ BULUN



$$w(t_2,t_1)=\frac{1}{2}Li_L^2(t_2)-\frac{1}{2}Li_L^2(t_1)$$

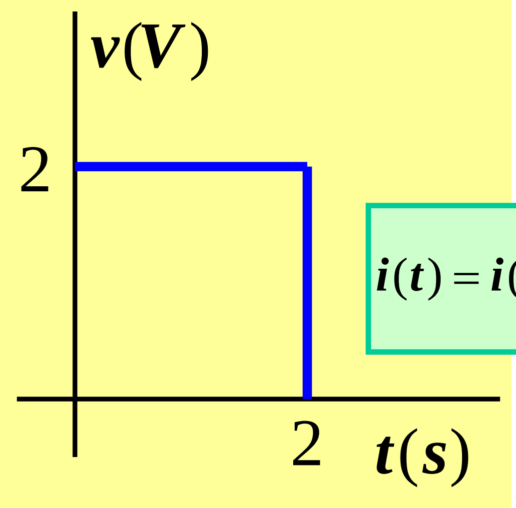
$$w(4,2)=\frac{1}{2}Li_L^2(4)-\frac{1}{2}Li_L^2(2)$$

$$w(4,2)=0-0.5*10*10^{-3}(20*10^{-3})^2 \text{ J}$$

İndüktör önceden depoladığı enerjiyi sağladığı için değer negatiftir.

ÖRNEK PROBLEM

L=0.1H, i(0)=2A. *t>0* için *i(t)*'yi bulun.



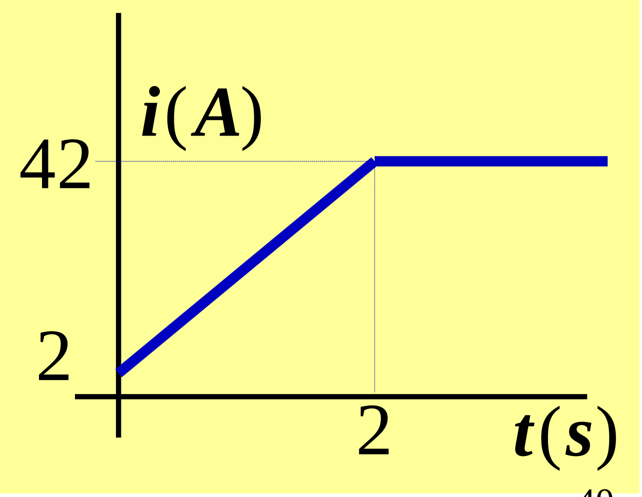
$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t v(x)dx$$

$$v(x) = 2 \Rightarrow i = 2 + \frac{1}{0,1}\int_0^t 2dx = 2 + 20t; \quad 0 < t \le 2s$$

$$L = 0.1H \Rightarrow i(t) = 2 + 20t;\ 0 \le t \le 2s$$

$$v(x) = 0;\ t > 2 \Rightarrow i(t) = i(2);\ t > 2s$$

$$i(2) = 2 + 20 \times 2 = 42;\ t \ge 2s$$



ÖRNEK PROBLEM - devam

L=0.1H, i(0)=2A.

ENERJİ HESAPLAMALARI

$$w(t_2,t_1)=\frac{1}{2}Li_L^2(t_2)-\frac{1}{2}Li_L^2(t_1)$$

Belirli bir aralıkta depolanan enerji pozitif veya negatif olabilir

İndüktörde depolanan başlangıç enerjisi

$$w(0)=\frac{1}{2}Li_L^2(0)$$

$$w(0)=0.5*0.1[H](2A)^2=0.2[J]$$

"İndüktörde depolanan toplam enerji"

$$w(\infty)=0.5*0.1[H]*(42A)^2=88.2J$$

0 ve 2 saniye aralığında depolanan enerji

$$w(2,0)=\frac{1}{2}Li_L^2(2)-\frac{1}{2}Li_L^2(0)$$

$$w(2,0)=0.5*0.1*(42)^2-0.5*0.1*(2)^2$$

$$w(2,0)=88[J]$$

ÖRNEK 2 mH'lik indüktörde akım i(t)=2sin377t A'dir.

ZAMANIN BİR FONKSİYONU OLARAK İNDÜKTÖR UÇLARINDAKİ GERİLİMİ VE DEPOLANAN ENERJİYİ BULUNUZ

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt} = (2 \times 10^{-3})\frac{d}{dt}(2 \sin 377t)$$

$$v(t) = 1.508 \cos 377t \text{ V}$$

İNDÜKTÖRDE DEPOLANAN ENERJİ

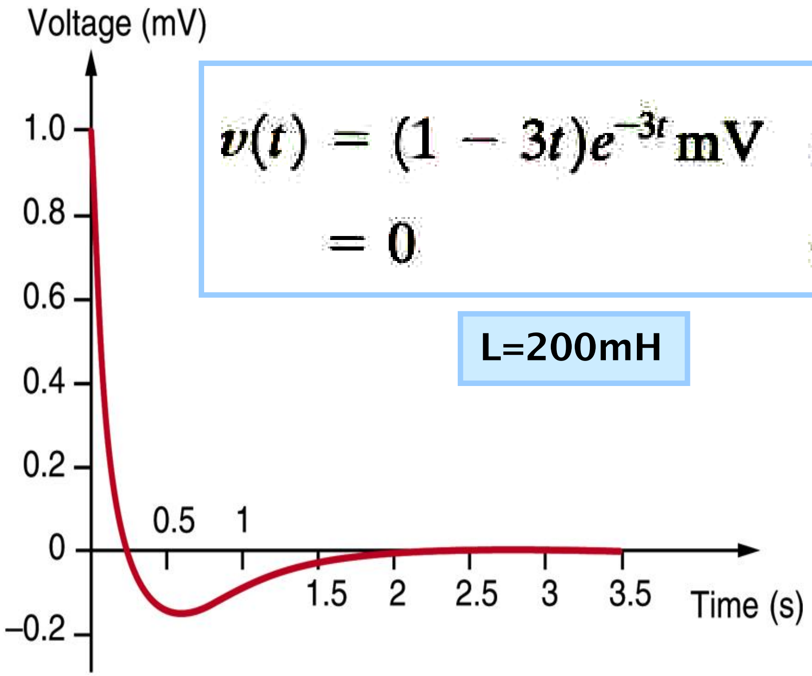
$$w_L(t) = \tfrac{1}{2}Li^2(t)$$

$$w_L(t) = \tfrac{1}{2}(2 \times 10^{-3})(2 \sin 377t)^2$$

$$= 0.004 \sin^2 377t \text{ J}$$

Herhangi bir zamanda depolanan enerjinin negatif olmadığına dikkat edin. İndüktör pasif bir elemandır.

ÖRNEK **AKIMI BULUN**



$$v(t) = (1-3t)e^{-3t}\,\mathrm{mV} \quad t \geq 0$$
$$= 0 \qquad t < 0$$

L=200mH

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t v(x)dx;\ t > 0$$

$$v(t) = 0;\ t < 0 \Rightarrow i(0) = 0$$

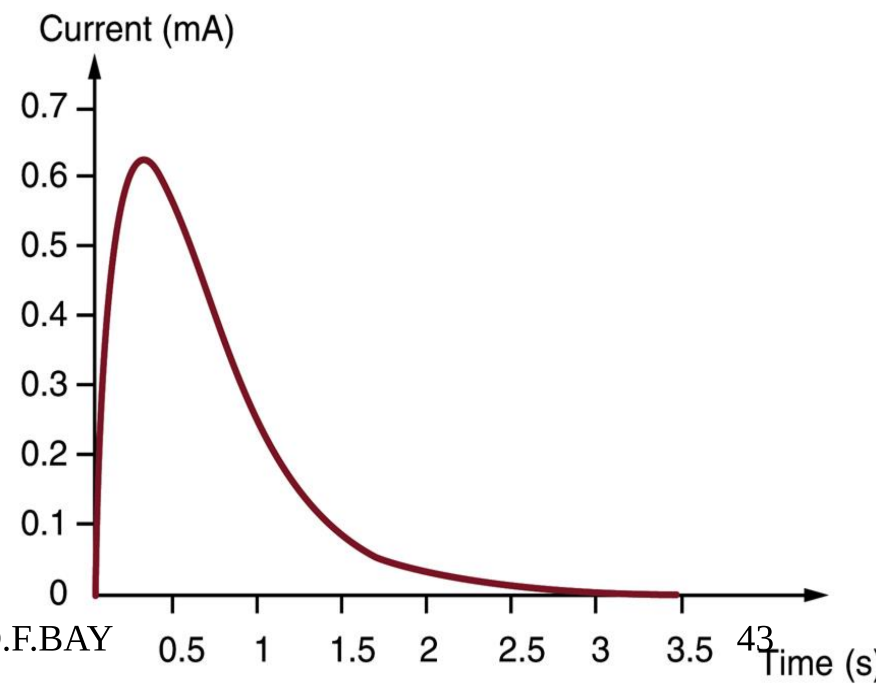
$$i(t) = \frac{10^3}{200}\int_0^t (1-3x)e^{-3x}dx$$

$$i(t) = 5\left\{\int_0^t e^{-3x}dx - 3\int_0^t xe^{-3x}dx\right\}$$

$$\int xe^{cx}\,\mathrm{d}x = \frac{e^{cx}}{c^2}(cx-1)$$

$$i(t) = 5\left\{\frac{e^{-3x}}{-3}\Bigg|_0^t - 3\left[-\frac{e^{-3x}}{9}(3x+1)\right]_0^t\right\}$$

$$i(t) = 5te^{-3t}\ mA \quad t \geq 0$$
$$= 0 \qquad t < 0$$



L=200mH

$$v(t) = (1 - 3t)e^{-3t}\,\text{mV} \qquad t \geq 0$$
$$= 0 \qquad t < 0$$

$i(t)$

$$= 5te^{-3t}\,\text{mA} \qquad t \geq 0$$
$$= 0 \qquad t < 0$$

GÜÇ

$$p(t) = v(t)i(t)$$

$p(t)$

$$= 5t(1 - 3t)e^{-6t}\,\mu\text{W} \qquad t \geq 0$$
$$= 0 \qquad t < 0$$

ENERJi

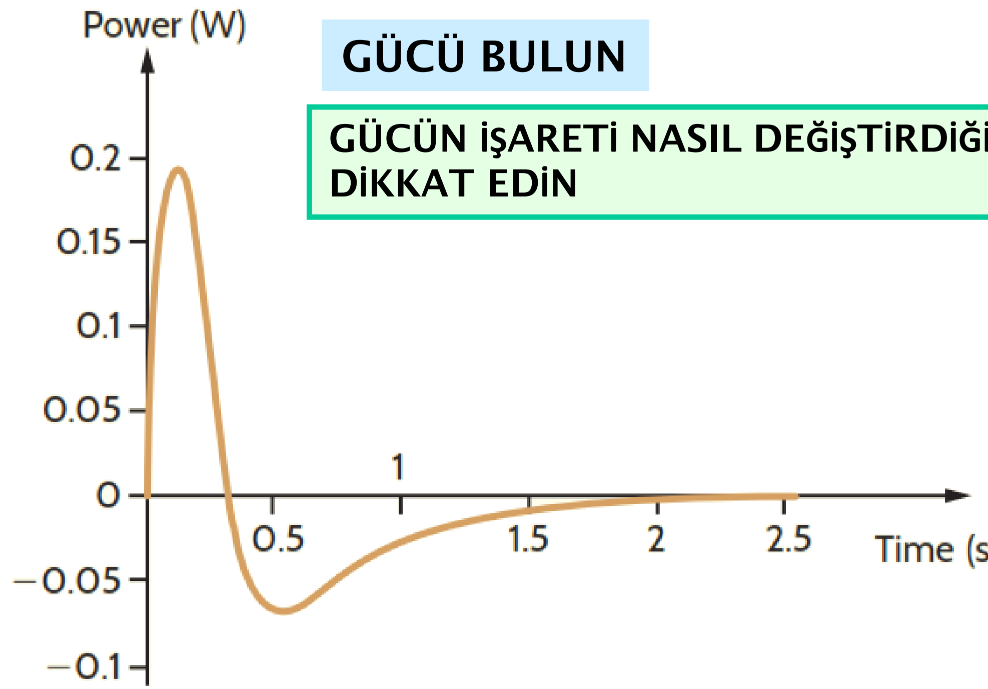
$$w(t) = \tfrac{1}{2}Li^2(t)$$

$w(t)$

$$= 2.5t^2e^{-6t}\,\mu\text{J} \qquad t \geq 0$$
$$= 0 \qquad t < 0$$

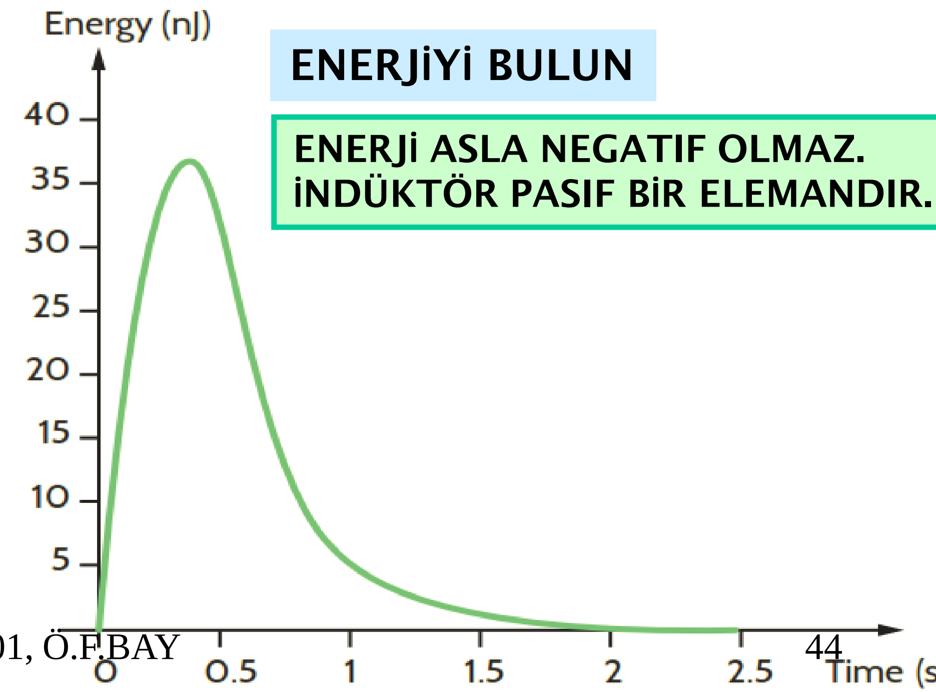
GÜCÜ BULUN

GÜCÜN İŞARETİ NASIL DEĞİŞTİRDİĞİNE DİKKAT EDİN



ENERJİYİ BULUN

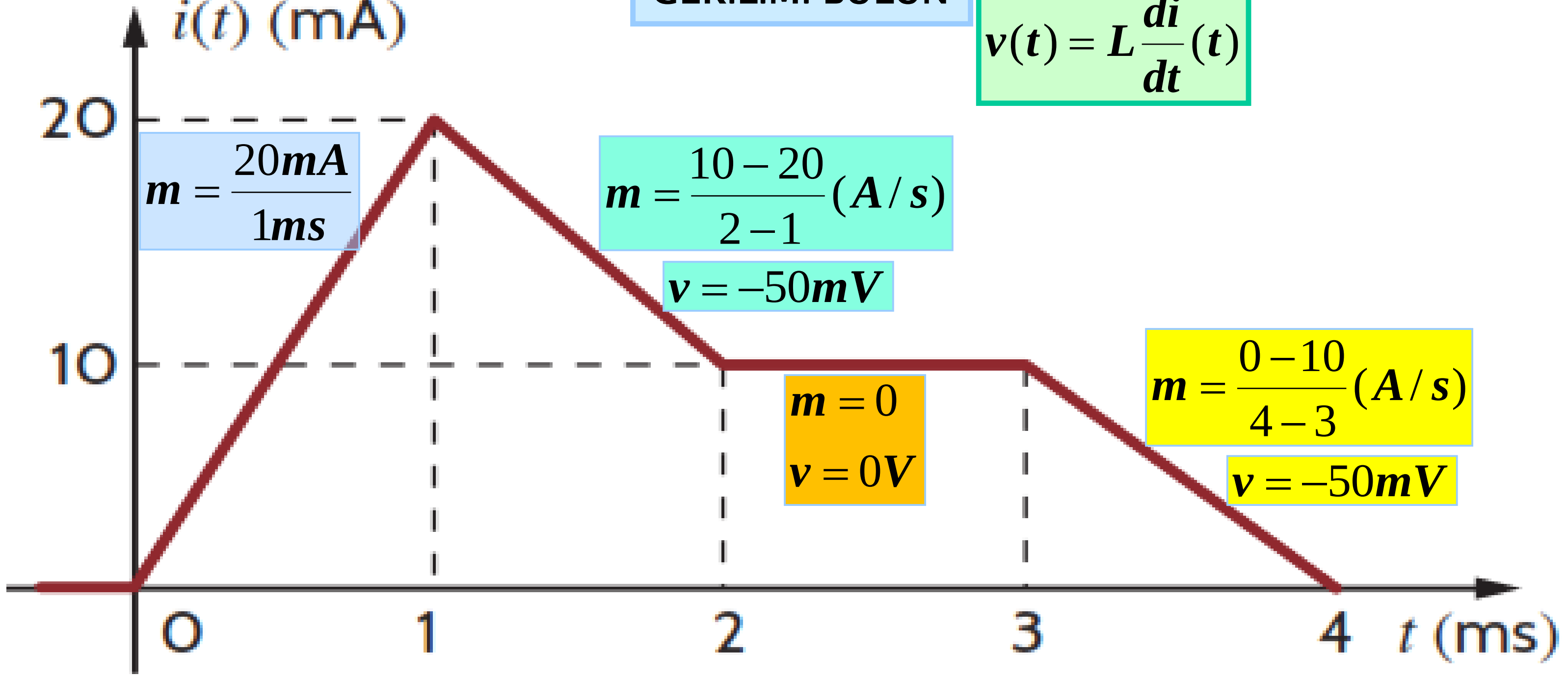
ENERJİ ASLA NEGATIF OLMAZ.
İNDÜKTÖR PASIF BİR ELEMANDIR.



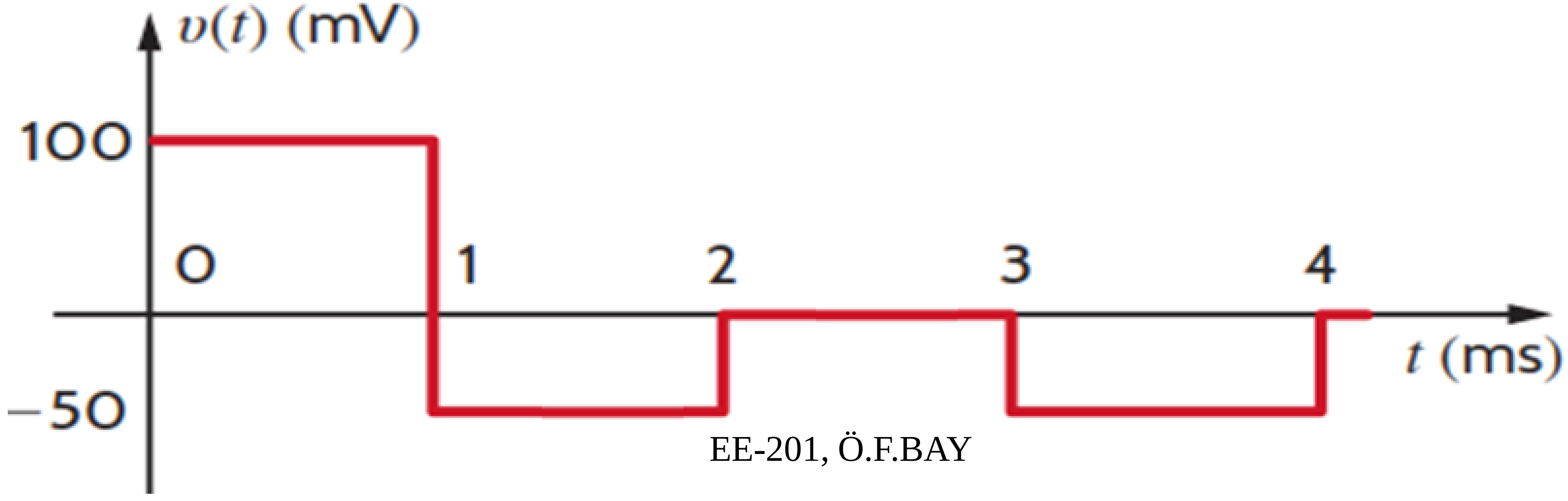
ÖRNEK

L=5mH
GERİLİMİ BULUN

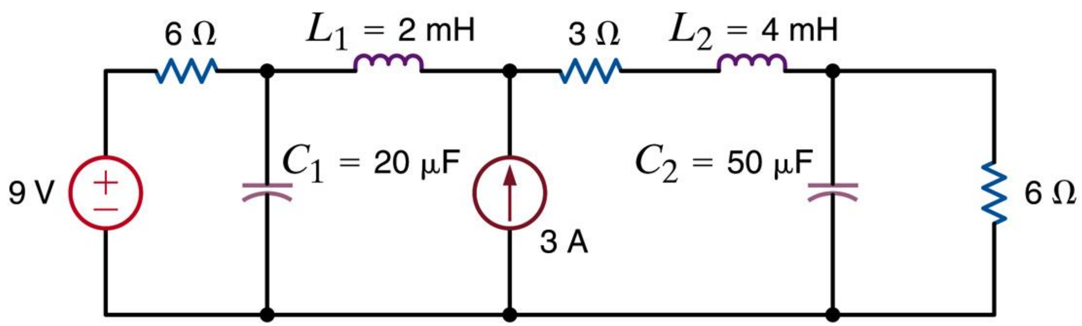
$$v(t) = L\frac{di}{dt}(t)$$



$$v = 5\times10^{-3}(H)\times 20(A/s);\ \ 0 \le t < 1ms = 100mV$$

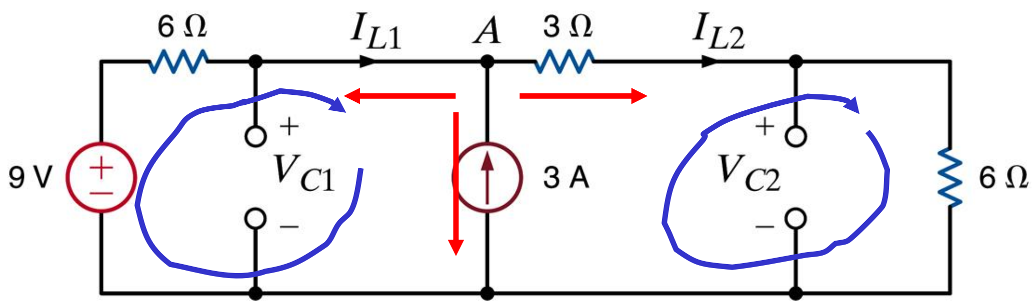


ÖRNEK **DEVREDE DEPOLANAN TOPLAM ENERJİYİ BULUN**



Kalıcı durumda, indüktörler kısa devre ve kapasitörler açık devre gibi davranırlar

$$W_C = \frac{1}{2} C V_C^2 \qquad W_L = \frac{1}{2} L I_L^2$$



$$@A: -3A + \frac{V_A}{9} + \frac{V_A - 9}{6} = 0$$

$$\Rightarrow V_A = \frac{81}{5}[V] = V_{C1}$$

$$V_{C2} = \frac{6}{6+3} V_A = 10.8V \qquad I_{L2} = \frac{V_A}{9} = 1.8A$$

$$I_{L1} + 3A = I_{L2} \Rightarrow I_{L1} = -1.2A$$

$$V_{C1} = 9 - 6I_{L1} \Rightarrow V_{C1} = 16.2V$$

$$w_{L1} = \frac{1}{2}(2 \times 10^{-3})(-1.2)^2 = 1.44 \text{ mJ}$$

$$w_{L2} = \frac{1}{2}(4 \times 10^{-3})(1.8)^2 = 6.48 \text{ mJ}$$

$$w_{C1} = \frac{1}{2}(20 \times 10^{-6})(16.2)^2 = 2.62 \text{ mJ}$$

$$w_{C2} = \frac{1}{2}(50 \times 10^{-6})(10.8)^2 = 2.92 \text{ mJ}$$

KAPASİTÖR ve İNDÜKTÖRLERİN TEMEL KARAKTERİSTİKLERİ

•Bir kapasitör üzerindeki gerilim sabitse (yani zamanla değişmiyorsa), kapasitörden geçen akım sıfırdır. Bu yüzden kapasitör, DA (doğru akım)'da açık devre gibi davranır.

•Bir indüktörden geçen akım sabitse, uçlarındaki gerilim sıfırdır. Bu yüzden indüktör, DA (doğru akım)'da kısa devre gibi davranır.

• Kapasitör uçlarındaki gerilimde, fiziksel olarak anlık bir sıçrama gerçekleştirilemez.

•Bir indüktörden geçen akımın anlık olarak değişmesi mümkün değildir.

KAPASİTÖR VE İNDÜKTÖR İÇİN İKİLİ İLİŞKİLER

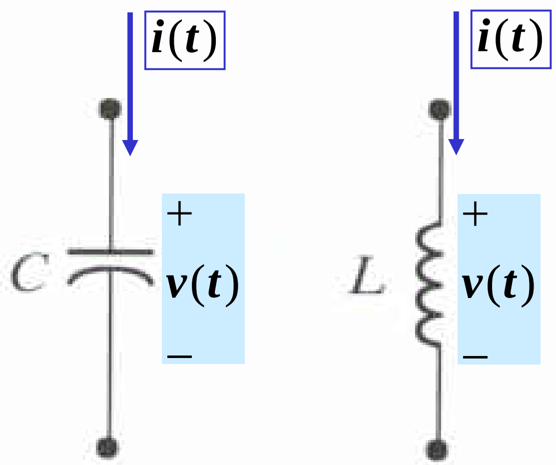
Kapasitör	İndüktör
$i(t) = C\dfrac{dv(t)}{dt}$	$v(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$
$v(t) = \dfrac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(x)\,dx + v(t_0)$	$i(t) = \dfrac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(x)\,dx + i(t_0)$
$p(t) = Cv(t)\dfrac{dv(t)}{dt}$	$p(t) = Li(t)\dfrac{di(t)}{dt}$
$w(t) = \dfrac{1}{2}Cv^2(t)$	$w(t) = \dfrac{1}{2}Li^2(t)$

$\boldsymbol{C \to L}$

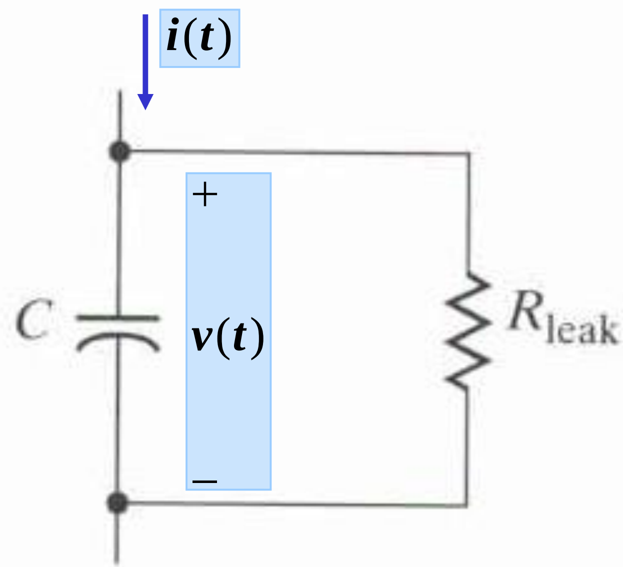
$\boldsymbol{v \to i}$

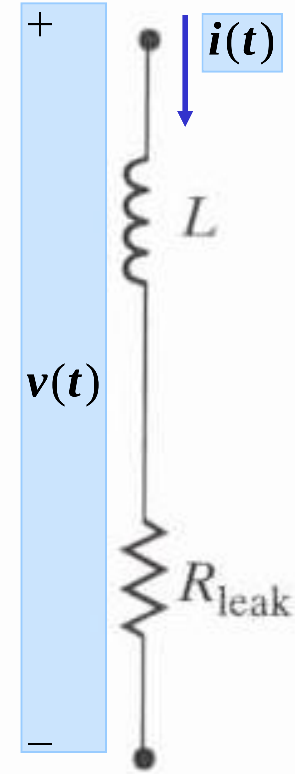
$\boldsymbol{i \to v}$

İDEAL VE GERÇEK ELEMANLAR



İDEAL ELEMANLAR





KAPASİTÖR/İNDÜKTÖR MODELLERİ
(SIZINTI DİRENCİ DAHİL OLAN)

$$i(t) = C\frac{dv}{dt}(t)$$

$$v(t) = L\frac{di}{dt}(t)$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_{leak}} + C\frac{dv}{dt}(t)$$

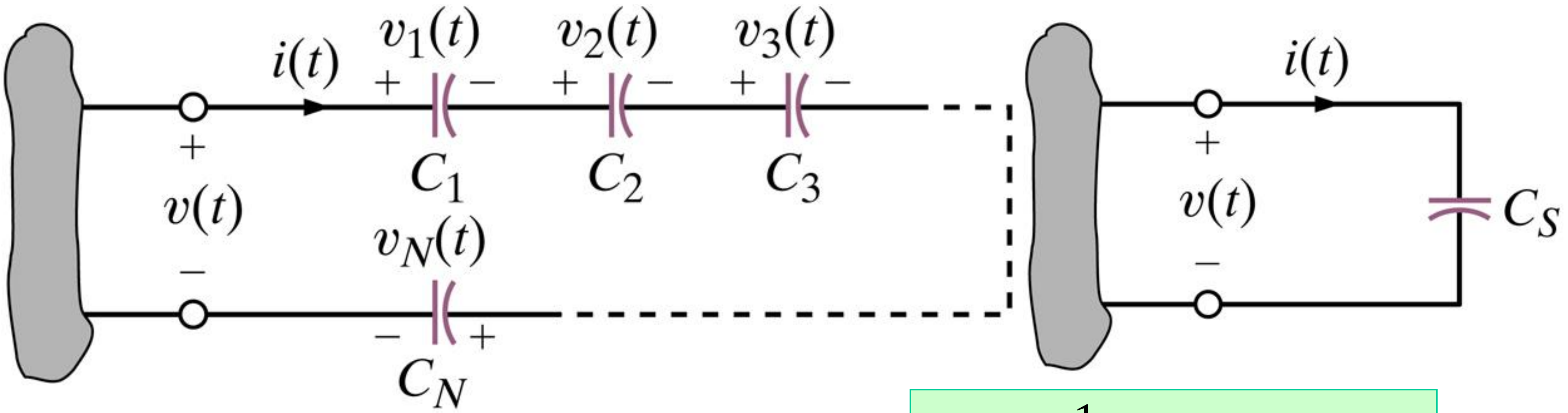
"sızdıran" kapasitör için model

$$v(t) = R_{leak}\, i(t) + L\frac{di}{dt}(t)$$

"sızdıran" indüktör için model

SERİ KAPASİTÖRLER

Eşdeğer kapasitansı bulmak için Kirchhoff'un Gerilim Kanunu'ndan yararlanabiliriz.



$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \cdots + v_N(t)$$

$$v_i(t) = \frac{1}{C_i}\int_{t_0}^{t} i(t)\,dt + v_i(t_0)$$

$$v(t) = \left(\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{C_i}\right)\int_{t_0}^{t} i(t)\,dt + \sum_{i=1}^{N} v_i(t_0)$$

$$v(t) = \frac{1}{C_S}\int_{t_0}^{t} i(t)\,dt + v(t_0)$$

$$v(t_0) = \sum_{i=1}^{N} v_i(t_0)$$

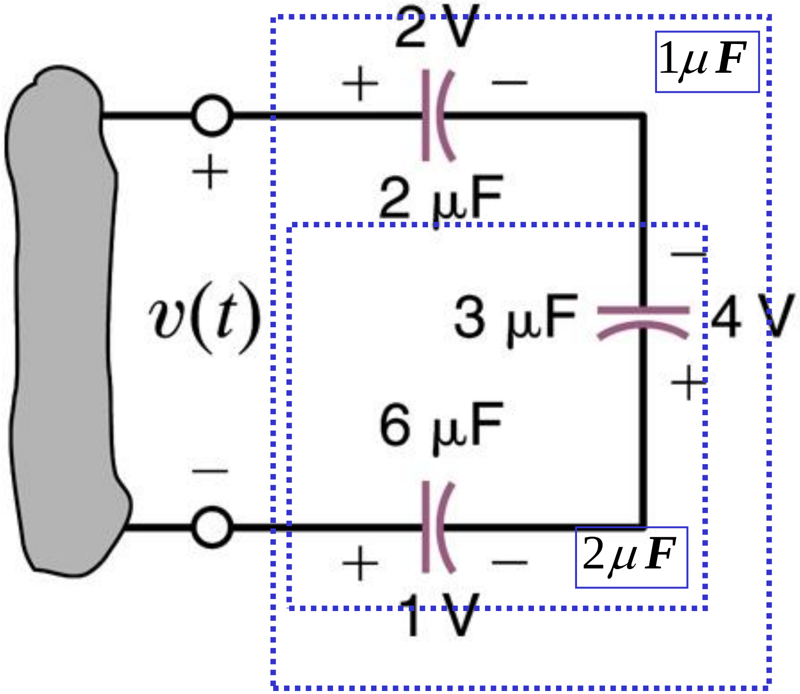
$$C_s = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$$

iki kapasitörün seri kombinasyonu

$$\frac{1}{C_S} = \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}$$

Paralel bağlı dirençlerle benzerliğe dikkat edin

ÖRNEK Eşdeğer kapasitansı ve başlangıç gerilimini belirleyin.



$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6}$$

ya da her seferinde iki kapasitörün eşdeğerini buluruz

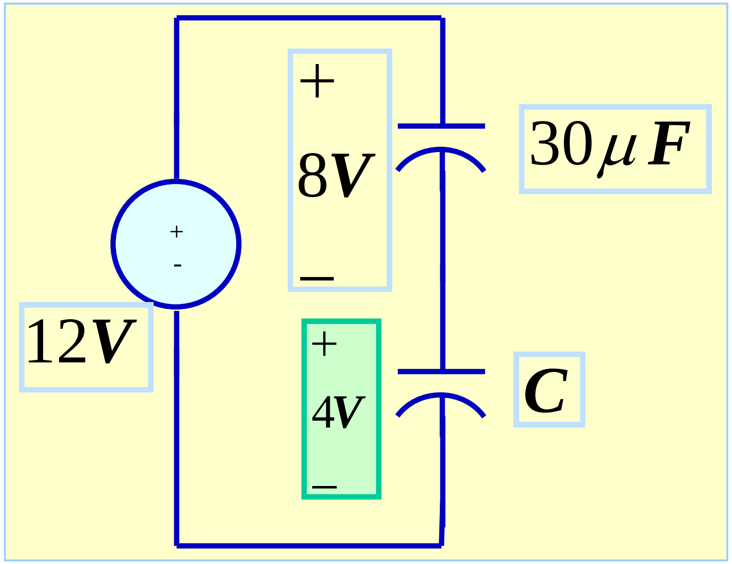
$$v(t_0) = -3\ \text{V} = +2V - 4V - 1V$$

Başlangıç gerilimlerinin cebirsel toplamı

Polarite gerilimin referans yönü tarafından belirlenir.

ÖRNEK

İki yüksüz kapasitör gösterildiği gibi bağlanmıştır. Bilinmeyen kapasitansı bulunuz.



AYNI AKIM AYNI SÜRE BOYUNCA KAPASİTÖRLERDEN AKMAKTADIR

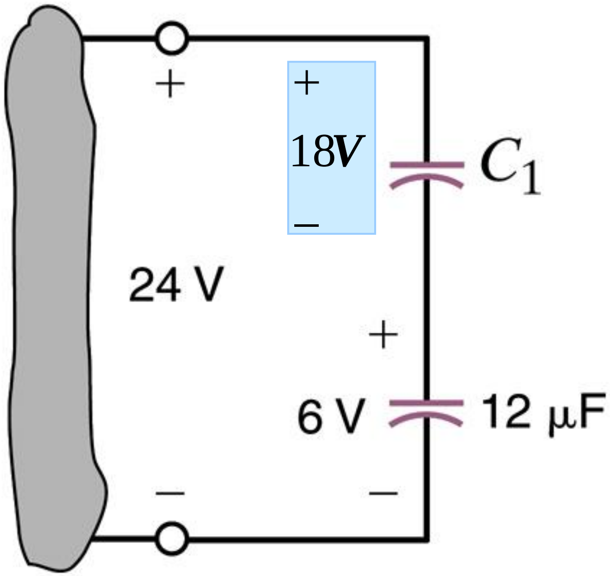
HER İKİ KAPASİTÖRDE DE AYNI YÜK OLUR

$$\boldsymbol{Q} = (30\mu \boldsymbol{F})(8\boldsymbol{V}) = 240\mu\boldsymbol{C}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{240\mu\text{C}}{4\text{V}} = 60\mu\text{F}$$

ÖRNEK

İki yüksüz kapasitör gösterildiği gibi bağlanmıştır. C_1 kapasitansı bulunuz.



AYNI AKIM AYNI SÜRE BOYUNCA KAPASİTÖRLERDEN AKMAKTADIR

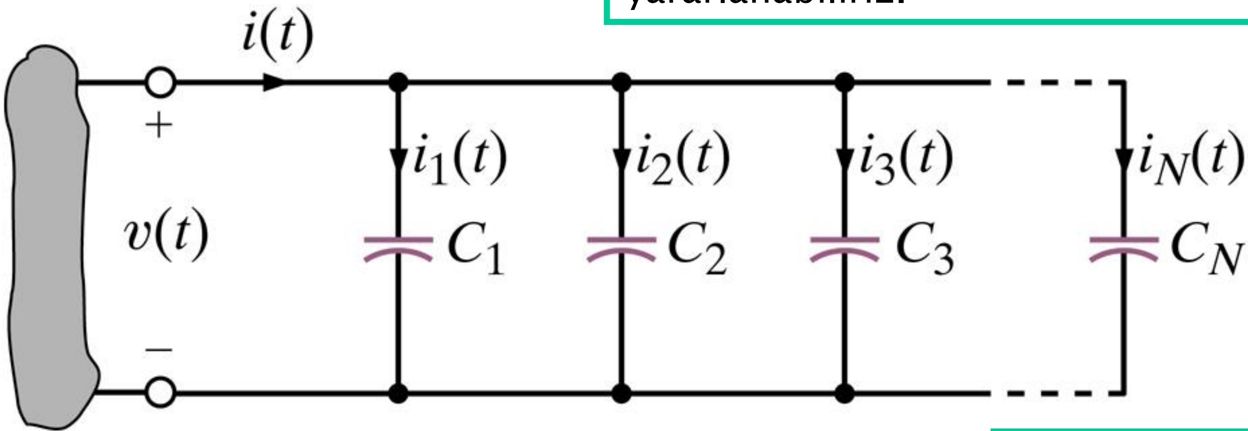
HER İKİ KAPASİTÖRDE DE AYNI YÜK OLUR

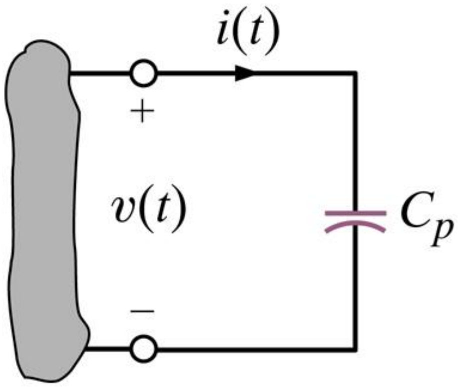
$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{CV} \Rightarrow \boldsymbol{Q} = (12\mu\boldsymbol{F})(6\boldsymbol{V}) = 72\mu\boldsymbol{C}$$

$$\boldsymbol{C}_1 = \frac{72\mu\boldsymbol{C}}{18\boldsymbol{V}} = 4\mu\,\boldsymbol{F}$$

PARALEL KAPASİTÖRLER

Eşdeğer kapasitansı bulmak için Kirchhoff'un Akım Kanunu'ndan yararlanabiliriz.





$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \cdots + i_N(t)$$

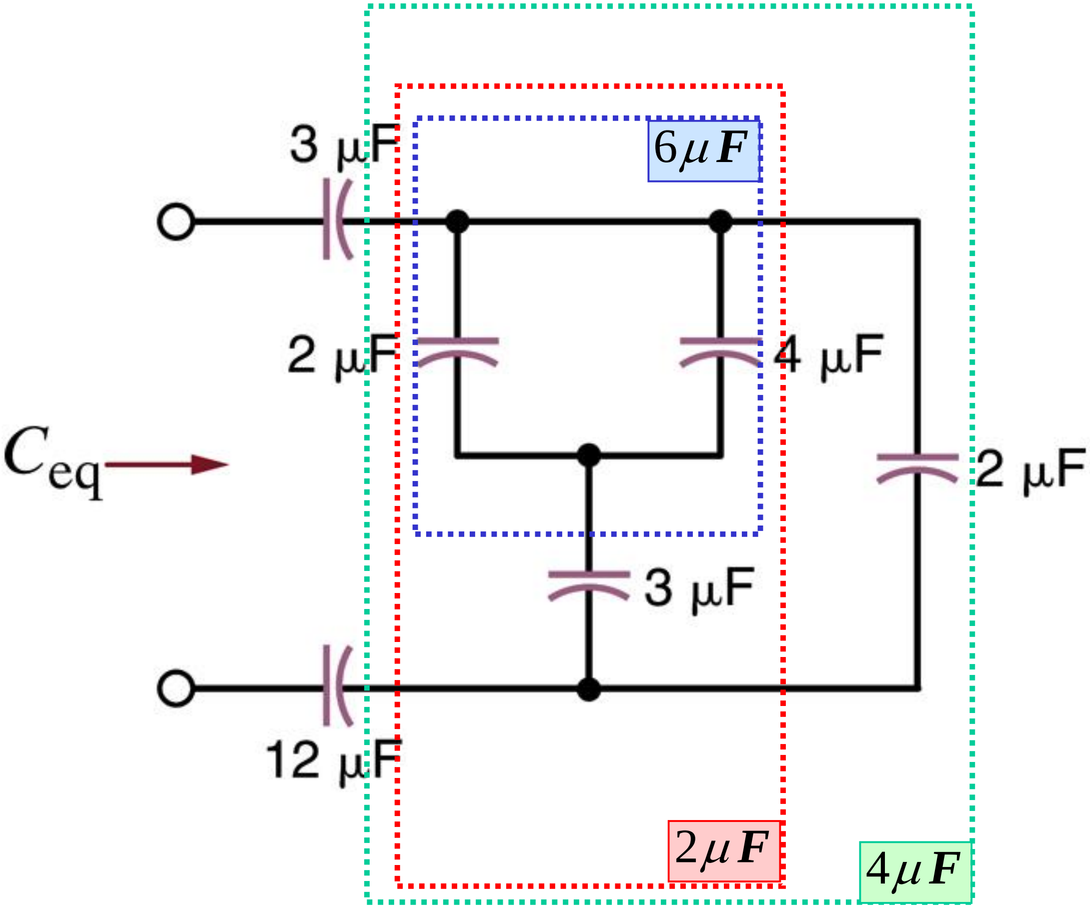
$$\boldsymbol{i_k(t) = C_k \frac{dv}{dt}(t)}$$

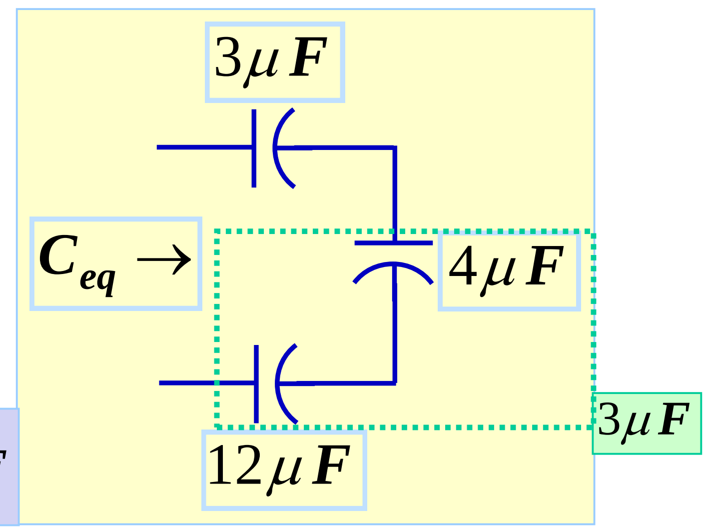
$$i(t) = C_1 \frac{dv(t)}{dt} + C_2 \frac{dv(t)}{dt} + C_3 \frac{dv(t)}{dt} + \cdots C_N \frac{dv(t)}{dt}$$

$$i(t) = \left(\sum_{i=1}^{N} C_i \right) \frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow i(t) = C_P \frac{dv(t)}{dt}$$

$$C_P = \left(\sum_{i=1}^{N} C_i \right) = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots C_N$$

ÖRNEK Eşdeğer kapasitansı bulunuz

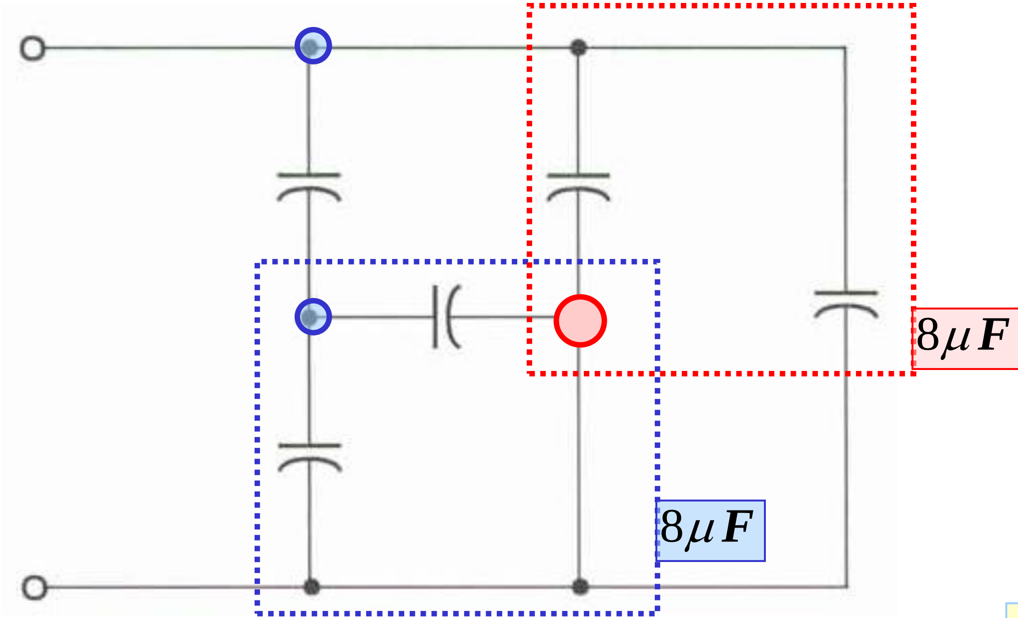


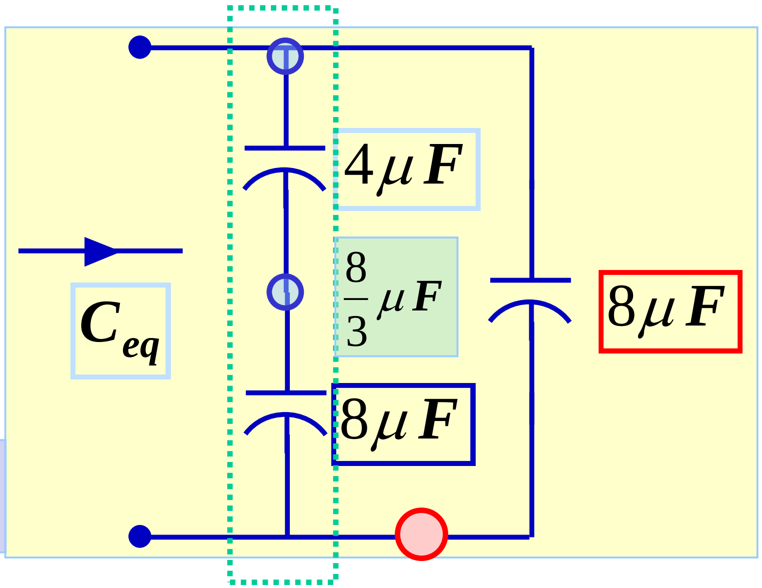


$$C_{eq} = \frac{3}{2}\mu F$$

ÖRNEK PROBLEM

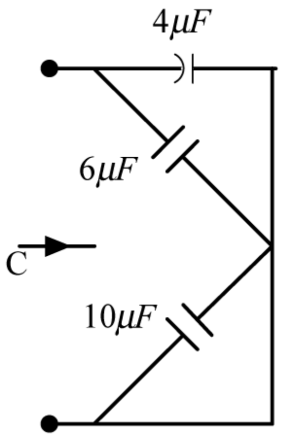
EşDEĞER KAPASİTANSI BULUN, Bütün kapasitörler 4μF'dır



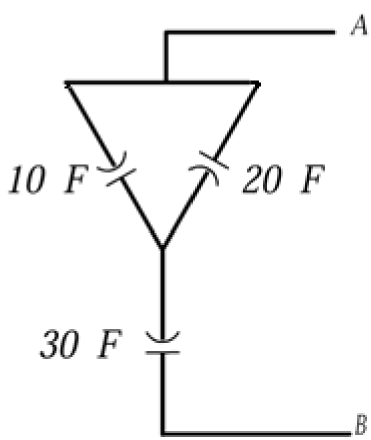


$$C_{eq} = \frac{8}{3} + 8 = \frac{32}{3}$$

Çeşitli Bağlantı Örnekleri

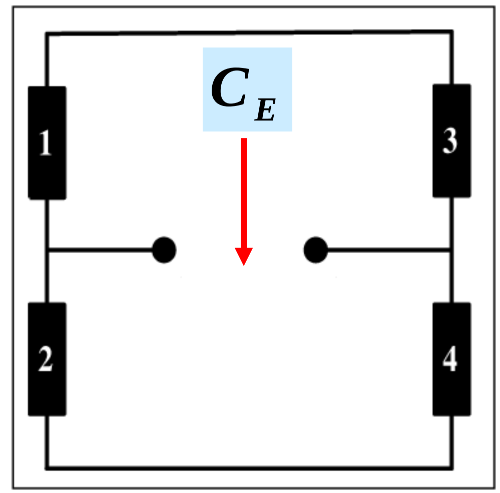


C = ________



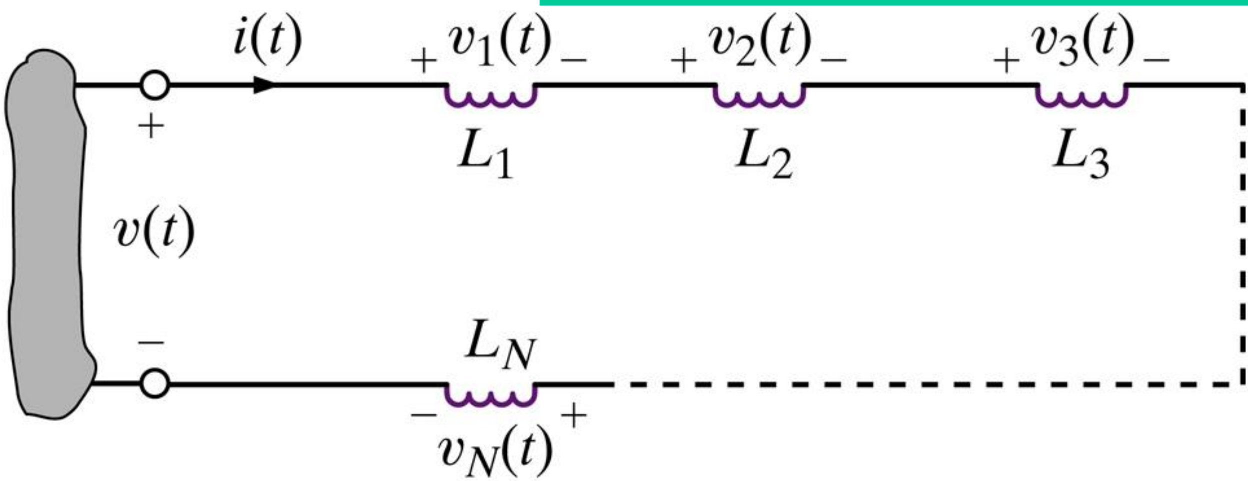
C_{AB} = ________

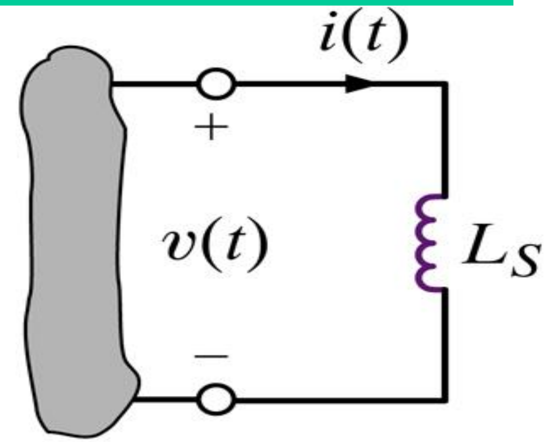
Bütün kapasitörler 8μF



SERİ İNDÜKTÖRLER

Eşdeğer indüktansı bulmak için Kirchhoff'un Gerilim Kanunu'ndan yararlanabiliriz.





$$v(t) = v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) + \cdots + v_N(t)$$

$$v_k(t) = L_k \frac{di}{dt}(t)$$

$$v(t) = L_1 \frac{di(t)}{dt} + L_2 \frac{di(t)}{dt} + L_3 \frac{di(t)}{dt} + \cdots L_N \frac{di(t)}{dt}$$

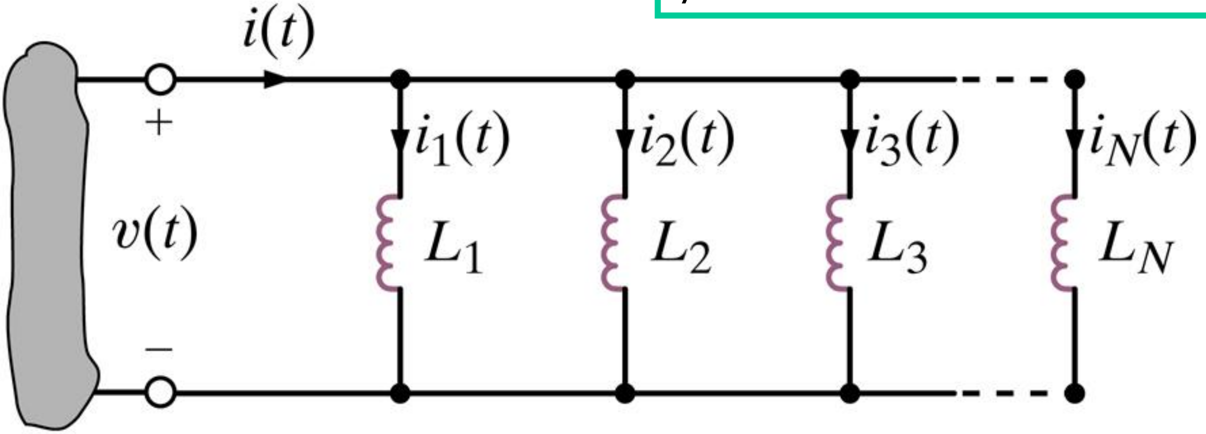
$$v(t) = \left(\sum_{i=1}^{N} L_i \right) \frac{di(t)}{dt}$$

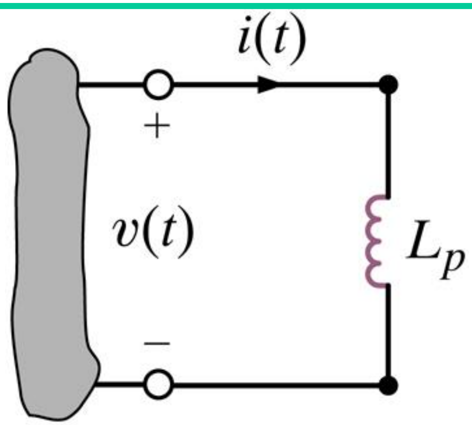
$$v(t) = L_S \frac{di(t)}{dt}$$

$$L_S = \sum_{i=1}^{N} L_i = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots + L_N$$

PARALEL İNDÜKTÖRLER

Eşdeğer indüktansı bulmak için Kirchhoff'un Akım Kanunu'ndan yararlanabiliriz.





$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \cdots + i_N(t)$$

$$i_j(t) = \frac{1}{L_j}\int_{t_0}^{t} v(x)\,dx + i_j(t_0)$$

$$\boldsymbol{i(t) = \left(\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{L_j}\right)\int_{t_0}^{t} v(x)\,dx + \sum_{j=1}^{N} i_j(t_0)}$$

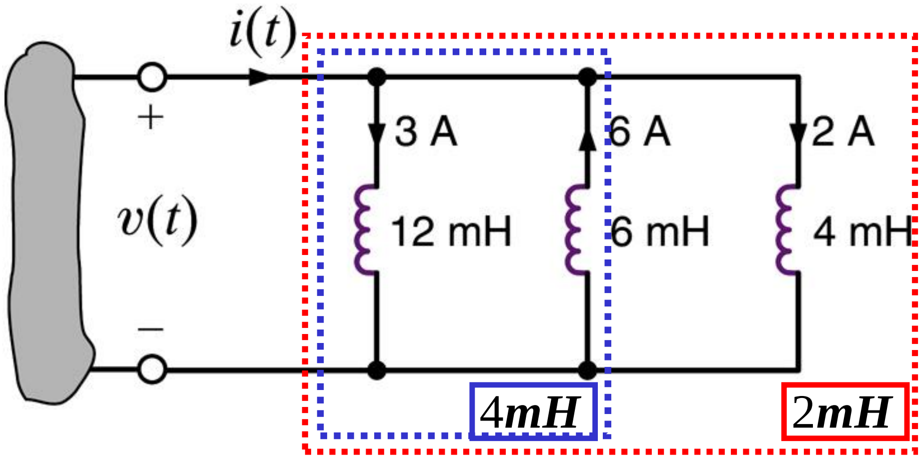
$$i(t) = \frac{1}{L_P}\int_{t_0}^{t} v(x)\,dx + i(t_0)$$

$$\boldsymbol{i(t_0) = \sum_{j=1}^{N} i_j(t_0)}$$

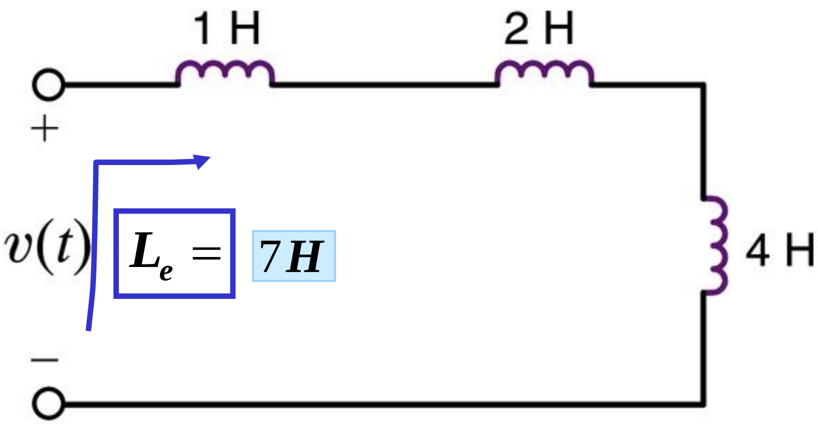
$$\boldsymbol{\frac{1}{L_P} = \left(\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{L_j}\right) = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_N}}$$

İndüktörler dirençler gibi birleştirilir.
Kapasitörler iletkenlik gibi birleştirilir.

ÖRNEK Eşdeğer indüktansı bulun



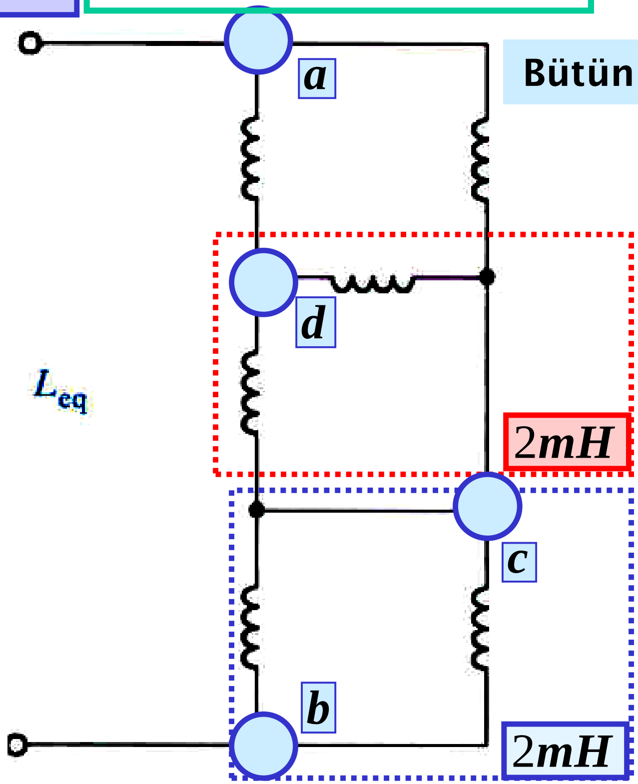
ÖRNEK Eşdeğer indüktansı bulun



$\boxed{L_e =}$ $7H$

ÖRNEK Eşdeğer indüktansı bulun

Bütün indüktörler 4mH

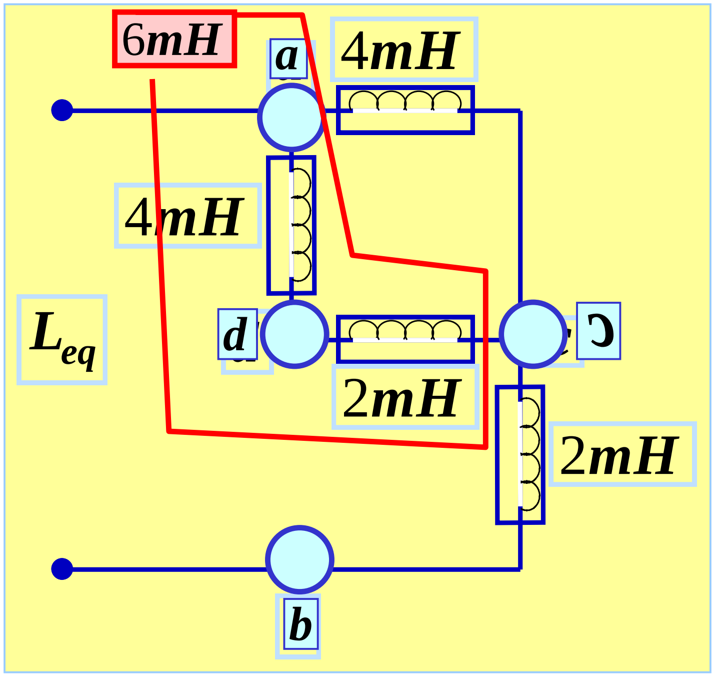


şüphede kalınca…
yeniden çizin!

Tüm düğümleri tanımlayın

Düğümleri seçilen yerlere yerleştirin

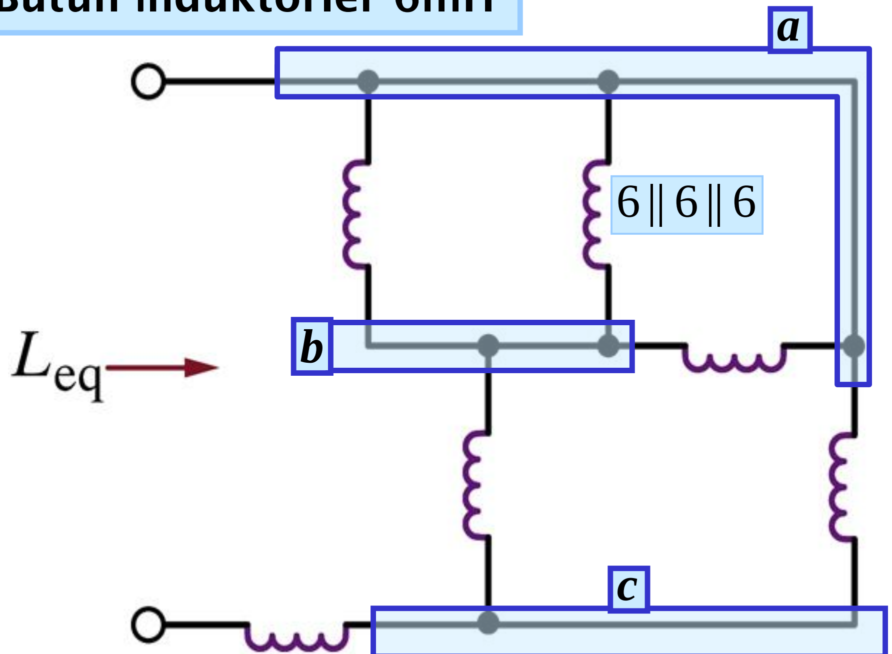
Elemanları düğümler arasına bağlayın

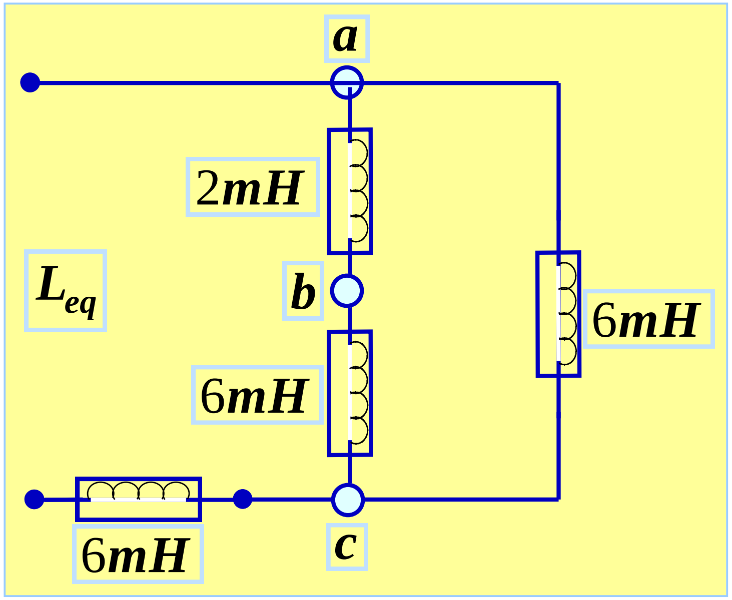


$$L_{eq} = (6mH \parallel 4mH) + 2mH = 4.4mH$$

ÖRNEK

Bütün indüktörler 6mH





$$L_{eq} = 6 + [(6+2) \| 6] = 6 + \frac{48}{14} = 6\frac{24}{7} mH$$

Düğümlerin karmaşık şekilleri olabilir. Fiziksel düzen ve elektrik bağlantıları arasındaki farkı aklınızda bulundurun.

$$L_{eq} = \frac{66}{7} mH$$

a

b

seçilmiş düzen

c

SUMMARY

- The important (dual) relationships for capacitors and inductors are as follows:

$$q = Cv$$

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} \qquad v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(x)\,dx \qquad i(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(x)\,dx$$

- The voltage across a capacitor and the current flowing through an inductor cannot change instantaneously.
- Leakage resistance is present in practical capacitors.
- When capacitors are interconnected, their equivalent capacitance is determined as follows: capacitors in series combine like resistors in parallel, and capacitors in parallel combine like resistors in series.

$$p(t) = Cv(t)\frac{dv(t)}{dt} \qquad p(t) = Li(t)\frac{di(t)}{dt}$$

$$w_C(t) = \frac{1}{2}Cv^2(t) \qquad w_L(t) = \frac{1}{2}Li^2(t)$$

- The passive sign convention is used with capacitors and inductors.
- In dc steady state, a capacitor looks like an open circuit and an inductor looks like a short circuit.
- When inductors are interconnected, their equivalent inductance is determined as follows: inductors in series combine like resistors in series, and inductors in parallel combine like resistors in parallel.