BİRİNCİ VE İKİNCİ DERECEDEN GEÇİCİ DEVRELER

İNDÜKTÖRDEN GEÇEN AKIM VE KAPASİTÖR UÇLARINDAKİ GERİLİM ANLIK DEĞİŞEMEZ.

SABİT KAYNAKLARIN UYGULANMASI VEYA KALDIRILMASINDA BİLE GEÇİCİ BİR DAVRANIŞ MEYDANA GELİR.

ÖĞRENME HEDEFLERİ

BİRİNCİ DERECEDEN DEVRELER
Bir tane enerji depolayan eleman içeren devreler.
Ya bir kapasitör ya da bir indüktör.

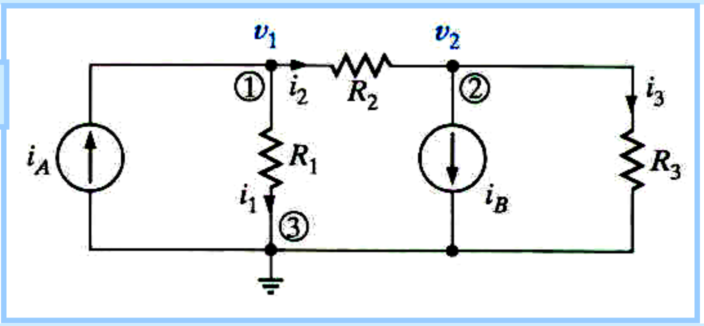
İKİNCİ DERECEDEN DEVRELER
Herhangi bir kombinasyonda iki enerji depolayan elemanlı devreler.

İNDÜKTÖR VE/VEYA KAPSİTÖRLÜ DOĞRUSAL DEVRELERİN ANALİZİ

MATEMATİKSEL MODELLERİ KULLANAN GELENEKSEL ANALİZ, DEVRELERİ TEMSİL EDEN BİR DİZİ DENKLEMİN BELİRLENMESİNİ GEREKTİRİR.
MODEL ELDE EDİLDİĞİNDE, GEREKLİ DURUMLAR İÇİN DENKLEMLER ÇÖZÜLÜR.

ÖRNEĞİN, DİRENÇLİ DEVRELERİN DÜĞÜM VEYA ÇEVRE ANALİZİNDE, BİR DİZİ CEBİRSEL DENKLEMLE DEVRE TEMSİL EDİLİR

DEVRE



MODEL

$$(G_1 + G_2)v_1 - G_2 v_2 = i_A$$
$$-G_2 v_1 + (G_2 + G_3)v_2 = -i_B$$

İndüktör veya kapasitör olduğunda, modeller lineer adi diferansiyel denklemler haline gelir. Dolayısıyla, enerji depolama elemanlı devreleri analiz edebilmek için bütün bu gereçlere ihtiyaç duyulmaktadır.

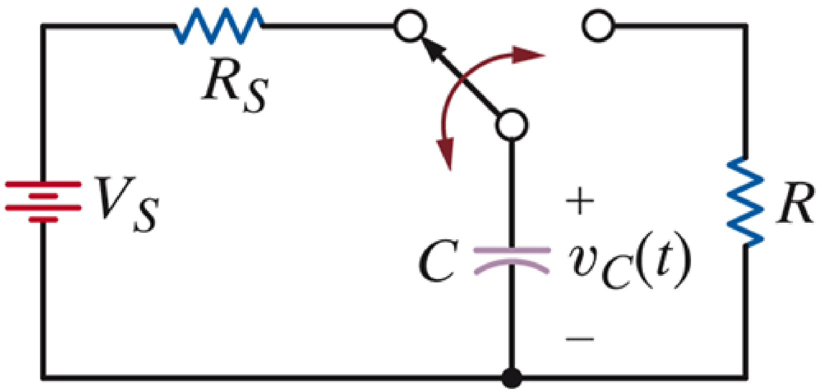
Tek enerji depolama elemanlı herhangi bir doğrusal devre için matematiksel modeller türetmede Thevenin'e dayalı bir yöntem geliştirilecektir.

Çözüm formunun önceden bilinmesi durumunda bazı özel durumlarda genel yaklaşım basitleştirilebilir.
Bu durumlarda analiz, bazı parametrelerin belirlenmesinde daha basit olmaktadır.
Bu tür iki vaka, sabit kaynaklar için ayrıntılı bir şekilde ele alınacaktır.
Birincisi diferansiyel denklemin kullanılabilirliğini varsaymakta ve ikincisi tamamen temel devre analizi temelinde ... fakat normal olarak daha uzun sürmektedir.

Doğrusal devrelerin performansını diğer basit girişler için de tartışacağız.

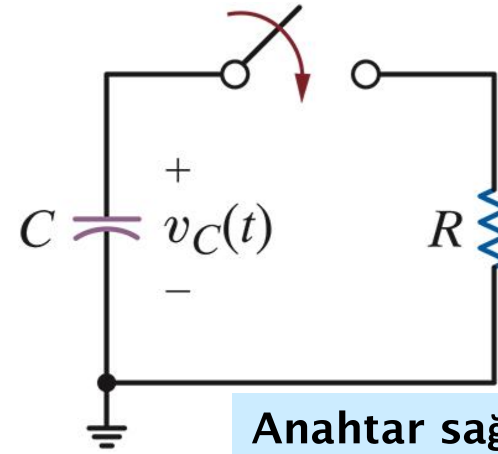
GİRİŞ

İndüktörler ve kapasitörler enerji depolayabilirler. Uygun şartlar altında bu enerji serbest bırakılabilir. Serbest bırakma oranı, enerji depolama elemanının uçlarına bağlı devrenin parametrelerine bağlı olacaktır.

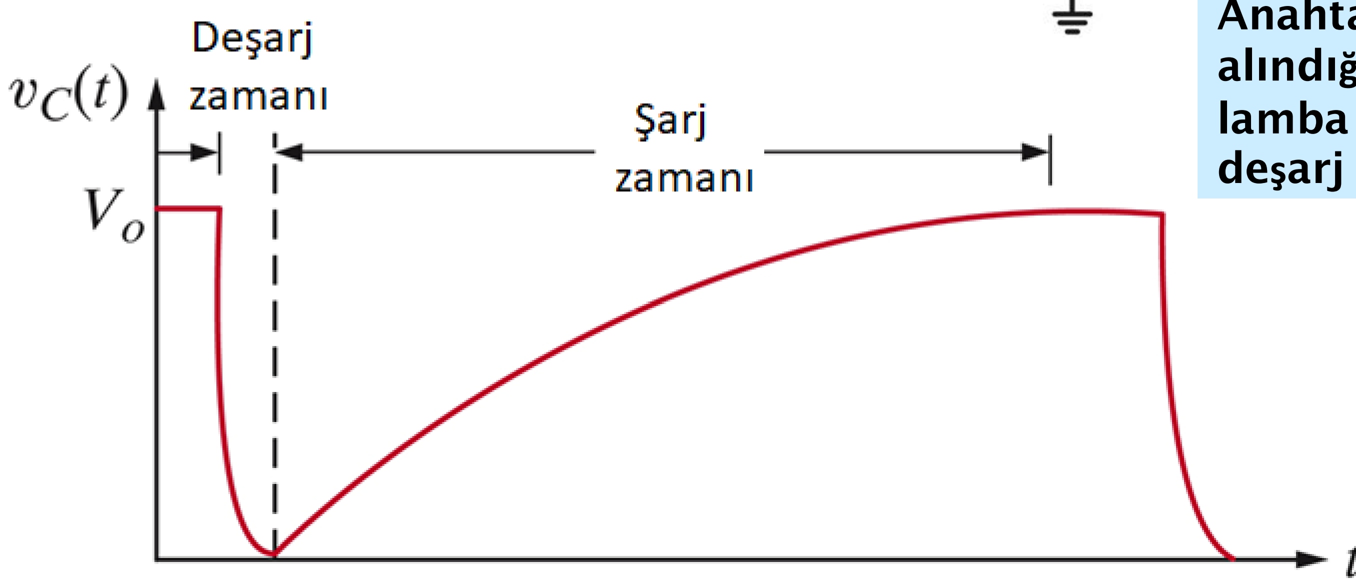


Anahtar sola alındığında, kapasitör aküden şarj edilir.

[(R) Zenon lamba]

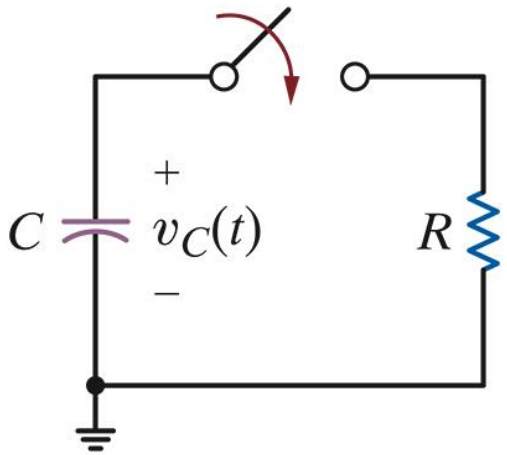


Anahtar sağa alındığında kapasitör lamba üzerinden deşarj olur



Bir kameranın flaş devresi

Bu devrede bir direnç üzerinden deşarj edilen bir kapasitör bulunmaktadır.



Anahtar soldayken, kapasitör aküden şarj edilmiştir

Anahtar sağa alındığında devre ye KAK uygulanırsa;

$$C\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{R} = 0$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}v_C(t) = 0$$

Bir sonraki kısımda bu denklemin *$v_C(t)$* için çözümünün aşağıdaki gibi olduğunu göstereceğiz

$$v_C(t) = V_o e^{-t/RC}$$

BİRİNCİ DERECEDEN DEVRELER

Başlangıç şartları dahilinde, kapasitör gerilimi veya indüktör akımı için modelin aşağıdaki şekilde olacağı gösterilecektir

$$\frac{dx(t)}{dt} + ax(t) = f(t); \;\; x(0+) = x_0$$

Dif. Denklemin çözümü; zorlanmış çözüm (özel çözüm) $x_p(t)$ ile doğal çözümün (homojen-tamamlayıcı çözüm) $x_c(t)$ toplamı olacaktır

$$x(t) = x_p(t) + x_c(t)$$

$f(t) = A$ gibi bir sabit olduğunda

Bu durumda Dif. Denklemin tam çözümü aşağıdaki denklemlerin çözümünden oluşacaktır

$$\frac{dx_p(t)}{dt} + ax_p(t) = A$$

$$\frac{dx_c(t)}{dt} + ax_c(t) = 0$$

BİRİNCİ DERECEDEN DEVRELER

$$\frac{dx_p(t)}{dt} + ax_p(t) = A$$

Dif. Denklemin sağ tarafı sabit olduğu için $x_p(t)$ çözümü de sabit olacaktır $x_p(t) = K_1$

Bu sabit Dif. Denklemde yerine konulduğunda; $K_1 = \frac{A}{a}$

Doğal çözüm (tamamlayıcı çözüm) için ise, eşitliğin her iki tarafı $x_c(t)$ ile bölündüğünde

$$\frac{dx_c(t)}{dt} + ax_c(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dx_c(t)/dt}{x_c(t)} = -a$$

Bu denklem aşağıdaki denkleme denktir

$$\frac{d}{dt}[\ln x_c(t)] = -a$$

BİRİNCİ DERECEDEN DEVRELER

$$\frac{d}{dt}[\ln x_c(t)] = -a$$

Bu denklemin her iki tarafının integrali alındığında;

$$\ln x_c(t) = -at + c$$

Bu denklem ise aşağıdaki denkleme denktir.

$$x_c(t) = K_2 e^{-at}$$

Sonuç olarak tam çözüm:

$$x(t) = x_p(t) + x_c(t)$$

$$= \frac{A}{a} + K_2 e^{-at}$$

K_2 sabiti *x(t)* nin herhangi bir andaki değeri biliniyorsa bulunabilir

$$x(t) = K_1 + K_2 e^{-t/\tau}$$

SABİT KAYNAKLI BİRİNCİ DERECEDEN DEVRELER

Çözümün şekli:

$$x(t) = K_1 + \underbrace{K_2 e^{-\frac{t}{\boxed{\tau}}}}_{\text{GEÇİCİ DURUM}};\ t \geq 0$$

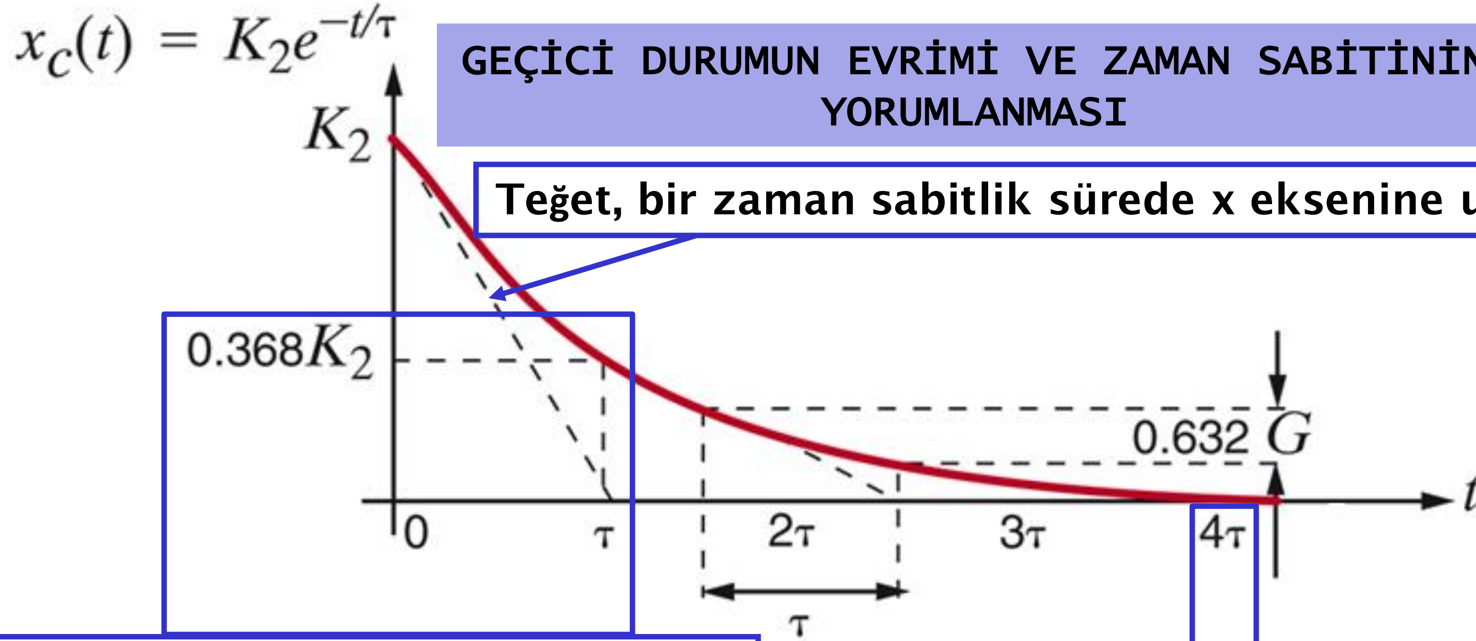
ZAMAN SABİTİ

Devredeki herhangi bir değişken şu formdadır:

$$y(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}};\ t \geq 0$$

Sadece K_1, K_2 sabitlerinin değerleri değişecektir

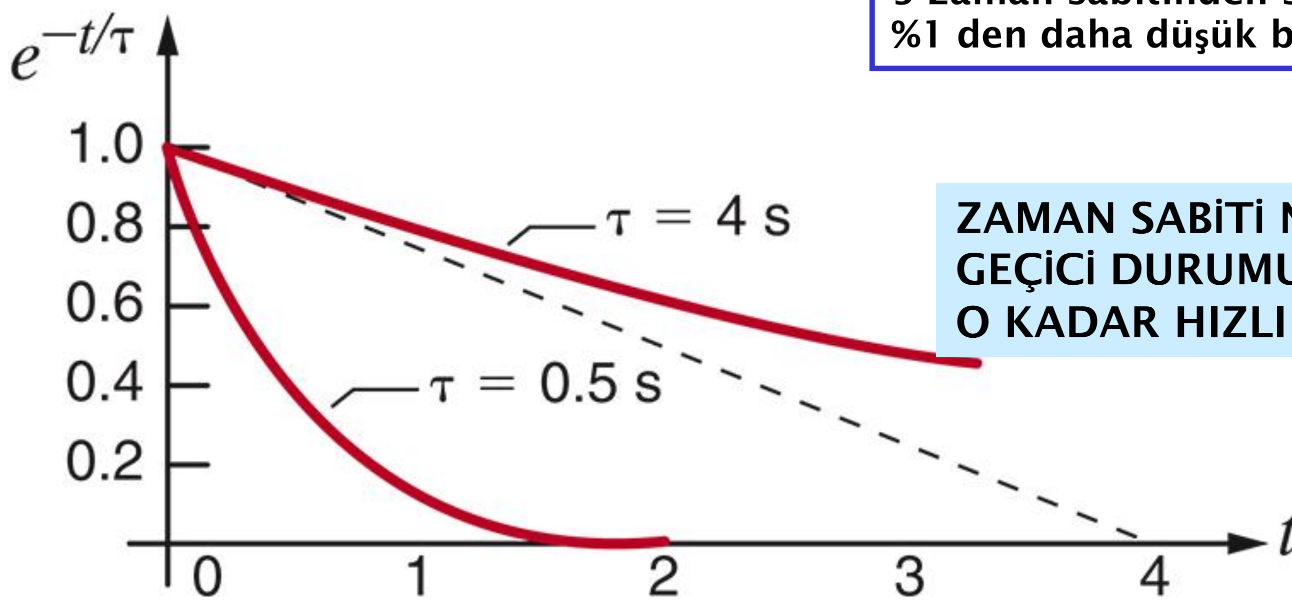
GEÇİCİ DURUMUN EVRİMİ VE ZAMAN SABİTİNİN YORUMLANMASI



Teğet, bir zaman sabitlik sürede x eksenine ulaşır

Bir zaman sabitlik sürede başlangıç değeri 0.632 kat kadar düşer

4 zaman sabitinde % 2'den az hata ile geçici durum bu noktanın ötesinde sıfırdır.
5 zaman sabitinden sonra 0,0067K_2 olur ve %1 den daha düşük bir değer alır.

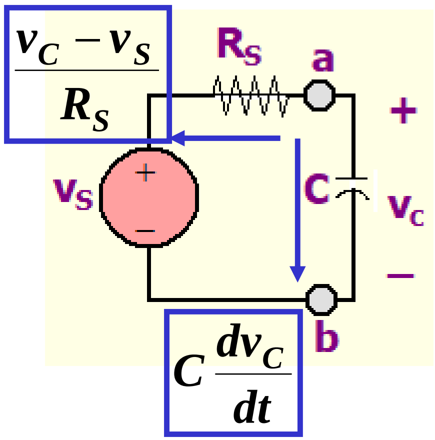


ZAMAN SABİTİ NE KADAR KÜÇÜKSE, GEÇİCİ DURUMUN KAYBOLMASI O KADAR HIZLI OLUR

ZAMAN SABİTİ

Aşağıdaki örnek zaman sabitinin fiziksel anlamını göstermektedir

Bir kapasitörün şarj edilmesi



a dügümüne KAK uyg. :

$$C\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_C - v_S}{R_S} = 0$$

Model

$$R_S C \frac{dv_C}{dt} + v_C = v_S$$

Varsayalim

$$v_S = V_S , v_C(0) = 0$$

$$\boxed{\tau = R_S C}$$

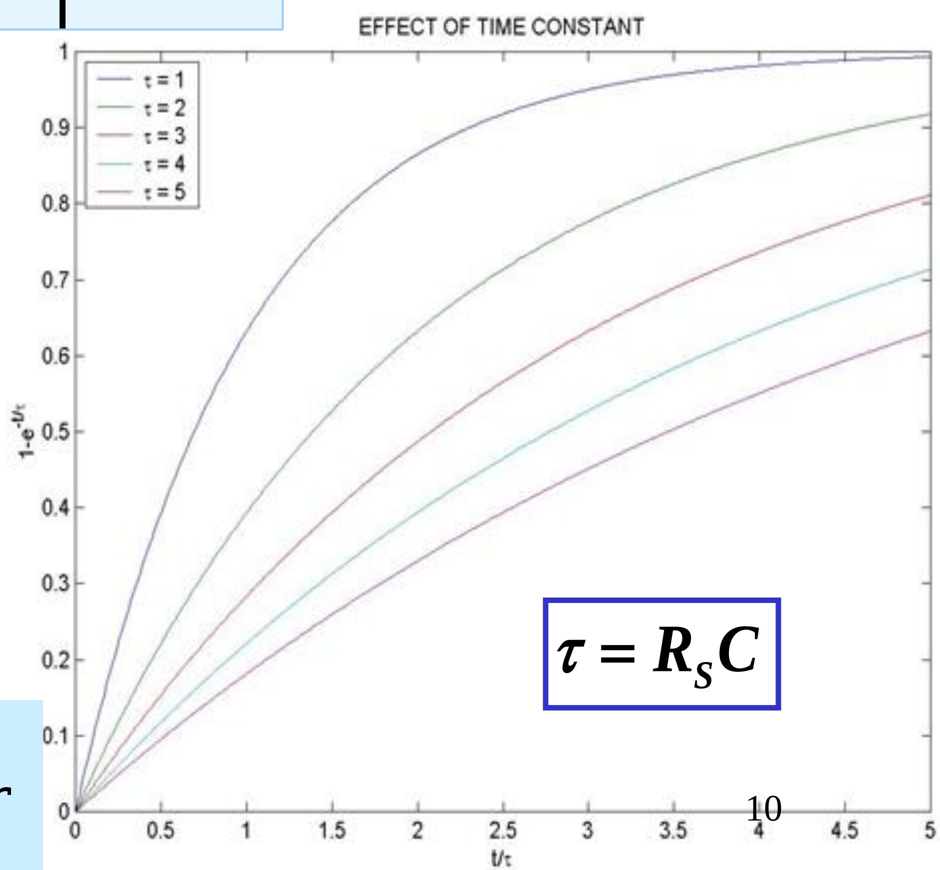
Çözüm:

$$v_C(t) = V_S - \underbrace{V_S e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{geçici}}$$

Pratik olarak geçici durum önemsiz hale geldiğinde, kapasitör şarj edilmiş olur

t	$e^{-\frac{t}{\tau}}$
τ	0.368
2τ	0.135
3τ	0.0498
4τ	0.0183
5τ	0.0067

Beş zaman sabitlik süreden sonra, % 1'den daha az hata ile geçici durum önemsizdir.



$$\boxed{\tau = R_S C}$$

TEK ENERJİ DEPOLAYAN ELEMANLI DEVRELER

DİFERANSİYEL DENKLEM YAKLAŞIMI

ŞARTLAR

1. Devre sadece sabit bağımsız kaynaklara sahiptir

2. İlgili değişkenin diferansiyel denkleminin elde edilmesi kolaydır. Normalde temel analiz araçları kullanılır; örneğin, KAK, KGK... veya Thevenin gibi.

3. Diferansiyel denklemin başlangıç durumu bilinmektedir, veya kalıcı durum analizi kullanılarak elde edilebilir.

ASLINDA: TÜM BAĞIMSIZ KAYNAKLAR, HERHANGİ BİR DEĞİŞKEN y(t) İÇİN SABİTSE, DEVREDE ÇÖZÜM ŞU ŞEKİLDEDİR

$$y(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau}} \; ; \; t \geq t_0$$

ÇÖZÜM STRATEJİSİ: K_1, K_2, τ parametrelerini bulmak için diferansiyel denklemi ve başlangıç şartlarını kullanın.

y değişkeni için diferansiyel denklem aşağıdaki formda biliniyorsa

$$a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = f$$
$$y(0+) = y_0$$

Bilinmeyenleri bulmak için bu bilgiyi kullanabiliriz

Çözüm formunu diferansiyel denklem ile değiştirerek iki denklem daha bulmak için diferansiyel denklemi kullanın

$$y(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}, t > 0 \Rightarrow \frac{dy}{dt} = -\frac{K_2}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$a_1\left(-\frac{K_2}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + a_0\left(K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = f$$

$$a_0 K_1 = f \Rightarrow \boxed{K_1 = \frac{f}{a_0}}$$

t=∞ için

$$\left(-\frac{a_1}{\tau} + a_0\right) K_2 e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{a_1}{a_0}}$$

Bir denklem daha elde etmek için başlangıç koşulunu kullanın

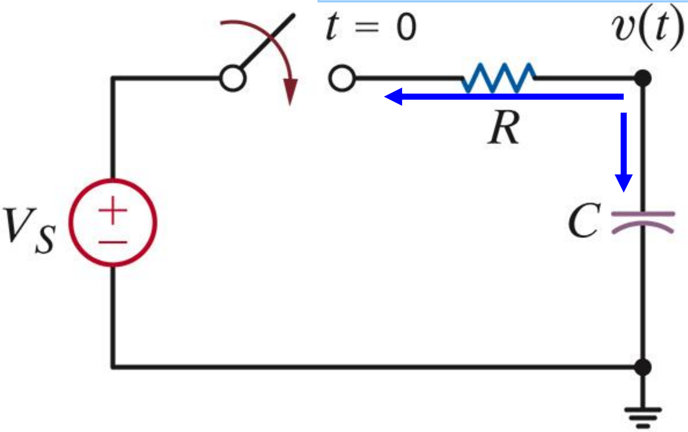
$$y(0+) = K_1 + K_2$$

$$\boxed{K_2 = y(0+) - K_1}$$

KISAYOL: Değişken katsayisi = 1 olan normalize biçiminde diferansiyel denklemi yaz.

$$a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = f \Rightarrow \underbrace{\boxed{\frac{a_1}{a_0}}}_{\tau} \frac{dy}{dt} + y = \underbrace{\boxed{\frac{f}{a_0}}}_{K_1}$$

ÖRNEK $t>0$ icin $v(t)$'yi bulun. $v(0)=V_S/2$ oldugunu varsayin



$$x(t)=K_1+K_2e^{-\frac{t}{\tau}}, t>0$$
$$K_1=x(\infty);\ K_1+K_2=x(0+)$$

t > 0 icin model. $v(t)$ dügümüne KAK uygulayin

$$\frac{v(t)-V_S}{R}+C\frac{dv}{dt}(t)=0 \quad */R$$

baslangic sarti $v(0)=V_S/2$

(DIFF. DENKLEM BİLİNİYOR,
BAŞLANGIÇ ŞARTI BİLİNİYOR)

ADIM 1 ZAMAN SABİTİ

$$\boxed{\tau}\frac{dy}{dt}+y=f$$

$$\boxed{RC}\frac{dv}{dt}(t)+v(t)=V_s$$

Türev katsayısı olarak zaman sabitini elde et

ÖRNEK - devam

$t > 0$ *icin* $v(t)$'yi bulun. $v(0) = V_S/2$ olduğldu ğu arsayin

ADIM 2 KALICI DURUM ANALİZİ

ÇÖZÜM : $v(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}, \; t > 0$

$\tau > 0$ icin ve t $\rightarrow \infty$, $v(t) \rightarrow K_1$ (kalici durum degeri)

Kalıcı durumda çözüm sabittir.
Dolayısıyla türev sıfırdır. (dif denklemden)

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = f$$

$$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = V_S$$

Diff. Denklemden kalıcı durum değeri

$\therefore$ (Kalici durum degerlerini denklestirme)

$K_1 = V_S$

EGER MODEL $\tau \frac{dy}{dt} + y = f$ ise O HALDE $K_1 = f$

ADIM 3 BAŞLANGIÇ ŞARTLARININ KULLANIMI

$t = 0$' *da*

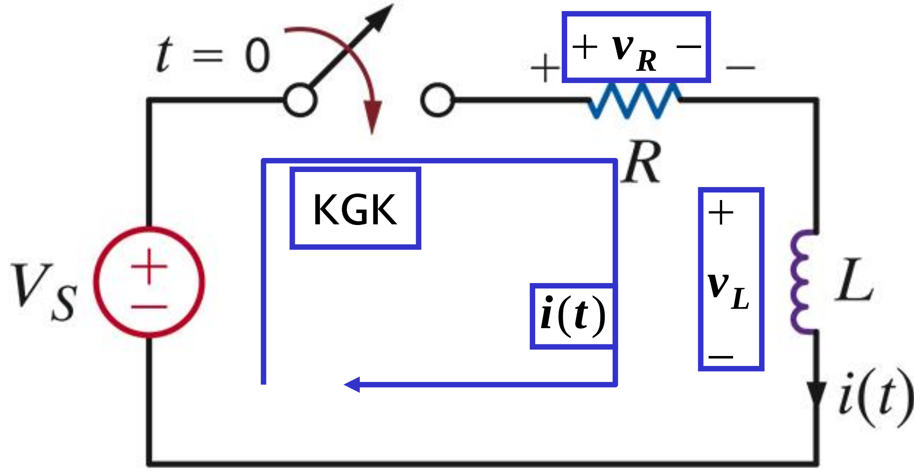
$v(0) = K_1 + K_2 \Rightarrow K_2 = v(0) - K_1$

$$K_2 = v(0) - f$$

$$v(0) = \frac{V_S}{2} \Rightarrow K_2 = \frac{V_S}{2} - V_S = -\frac{V_S}{2}$$

ÇÖZÜM : $v(t) = V_S - (V_S/2)e^{-\frac{t}{RC}}, t > 0$

ÖRNEK $t>0$ *icin*, $i(t)$' *yi* BULUNUZ



$$x(t)=K_1+K_2e^{-\frac{t}{\tau}},t>0$$

$$K_1=x(\infty);\ K_1+K_2=x(0+)$$

$$i(t)=K_1+K_2e^{-\frac{t}{\tau}},t>0$$

$t>0$ icin MODEL. KGK uygulayin

$$V_S=v_R+v_L=Ri(t)+L\frac{di}{dt}(t)$$

BASLANGIC SARTI

$$\left.\begin{aligned} t<0 &\Rightarrow i(0-)=0 \\ \text{indüktör} &\Rightarrow i(0-)=i(0+) \end{aligned}\right\} i(0+)=0$$

ADIM 1

$$\boxed{\frac{L}{R}}\frac{di}{dt}(t)+i(t)=\boxed{\frac{V_S}{R}} \qquad \boxed{\tau=\frac{L}{R}}$$

ADIM 2 KALICI DURUM

$$i(\infty)=\boxed{K_1}=\frac{V_S}{R}$$

ADIM 3 BAŞLANGIÇ ŞARTI

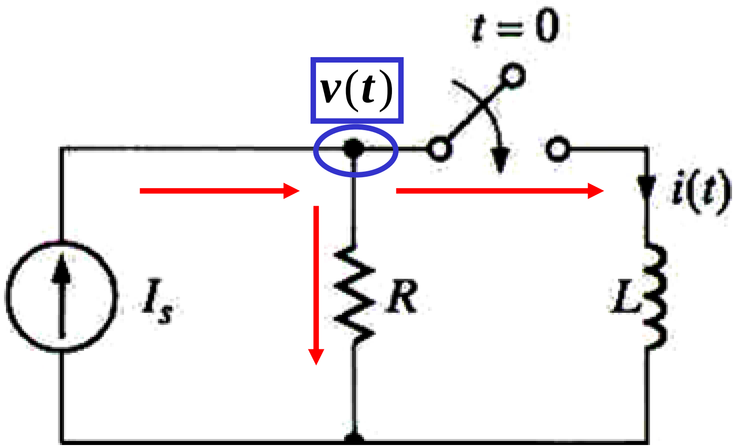
$$i(0+)=K_1+K_2$$

CEVAP : $i(t)=\dfrac{V_S}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{L/R}}\right)$

ÖRNEK

$t>0$ *icin*, $i(t)$*'yi* BULUNUZ

$$i(t)=K_1+K_2e^{-\frac{t}{\tau}},t>0$$



t > 0 icin MODEL. KAK uygulayin

$$I_S=\frac{v(t)}{R}+i(t)$$

$$v(t)=L\frac{di}{dt}(t)\Rightarrow \quad I_S=\boxed{\frac{L}{R}}\frac{di}{dt}(t)+i(t)$$

BASLANGIC SARTI : $i(0+)=0$

ADIM 1 $\boxed{\tau=\frac{L}{R}}$

ADIM 2 $i(\infty)=I_S \Rightarrow K_1=I_S$

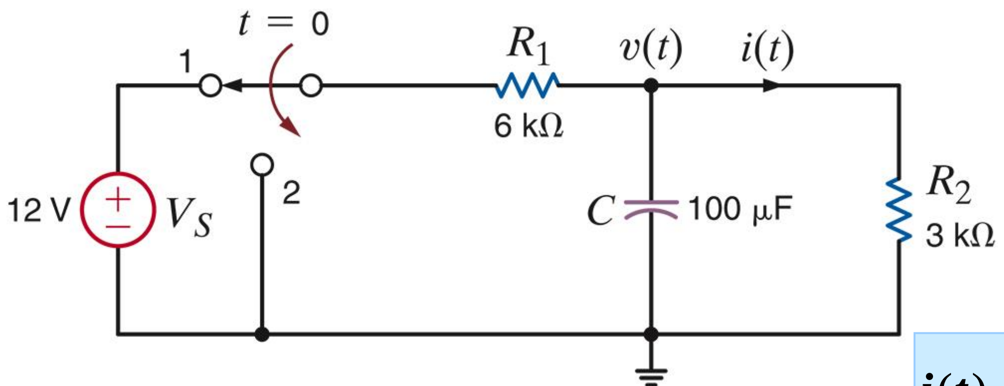
ADIM 3 $i(0+)=0=K_1+K_2$

CEVAP : $i(t)=I_S\left(1-e^{-\frac{t}{L/R}}\right)$

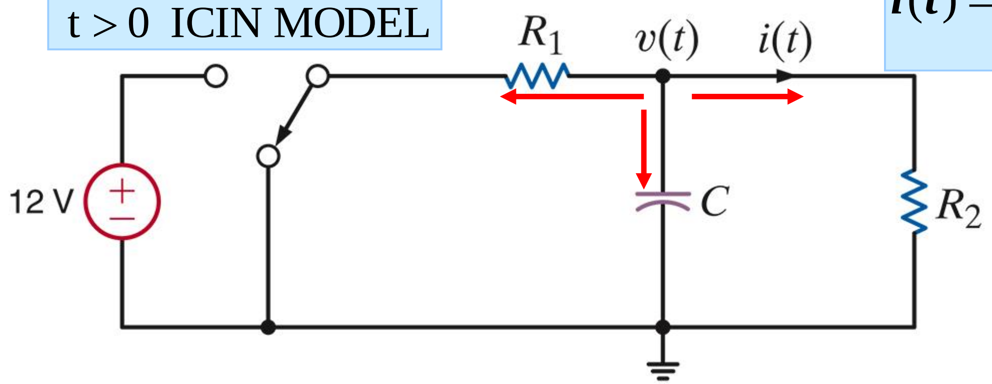
ÖRNEK

Anahtarın uzun bir süre 1 konumunda kaldığını varsayın, t=0'da anahtar 2 konumuna alınmıştır.

$t > 0$ *icin*, $i(t)'$*yi* BULUNUZ



t > 0 ICIN MODEL



$$i(t) = \frac{v(t)}{R_2}$$

$$i(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}, t > 0$$

Kapasitör gerilimi için modelin belirlenmesi daha kolaydır

$$\frac{v(t)}{R_1} + C\frac{dv}{dt}(t) + \frac{v(t)}{R_2} = 0; \; R_P = R_1 \| R_2$$

$$R_P = 3k \| 6k = 2k\Omega$$

$$C\frac{dv}{dt}(t) + \frac{v(t)}{R_P} = 0$$

$$R_P C \frac{dv}{dt}(t) + v(t) = 0$$

ÖRNEK-devam

Anahtarın uzun bir süre 1 konumunda kaldığını varsayın, t=0'da anahtar 2 konumuna alınmıştır.

$t > 0$ icin, $i(t)$'yi BULUNUZ

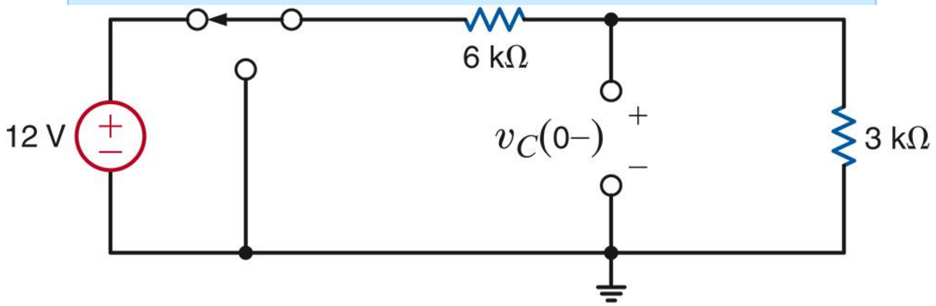
$$C\frac{dv}{dt}(t) + \frac{v(t)}{R_P} = 0$$

$$R_P = R_1 \parallel R_2$$

$$R_P = 3k \parallel 6k = 2k\Omega$$

BAŞLANGIÇ ŞARTLARI

t < 0 ICIN DEVRE KALICI DURUMDA



$$v_C(0-) = \frac{3k}{3k+6k}(12) = 4V \Rightarrow v(0+) = 4V$$

ADIM 1

$$\tau = R_P C = (2\times10^3\Omega)(100\times10^{-6}F) = 0.2s$$

ADIM 2

$$v(\infty) = K_1 = 0$$

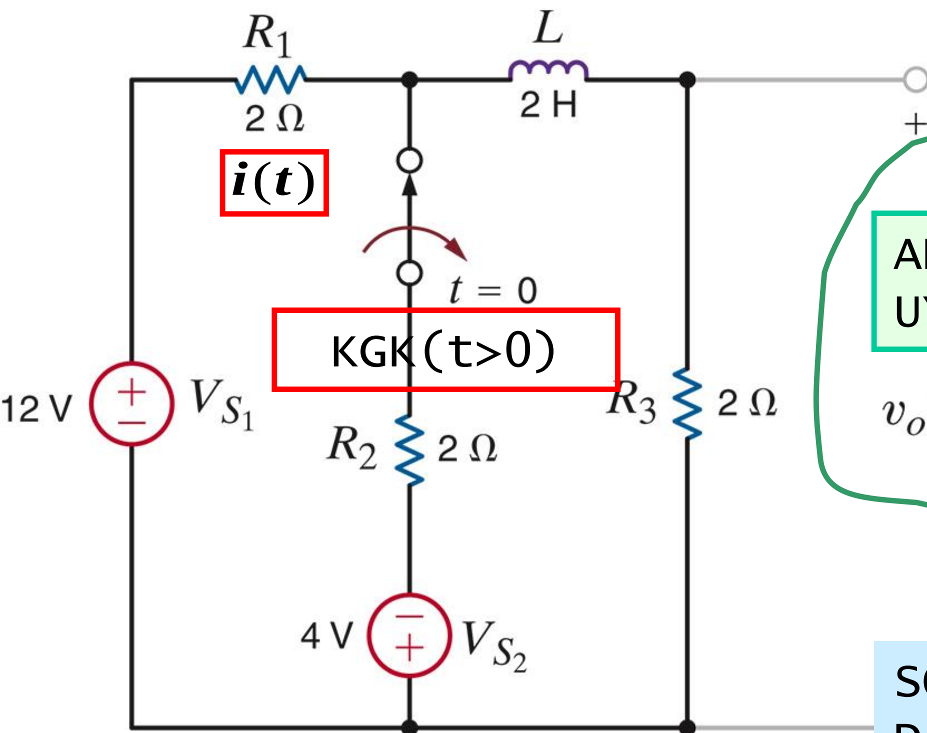
ADIM 3

$$v(0+) = K_1 + K_2 = 4V \Rightarrow K_2 = 4V$$

$$v(t) = 4e^{-\frac{t}{0.2}}[V], t > 0$$

$$\text{CEVAP}: i(t) = \frac{v(t)}{R_2} = \frac{4}{3}e^{-\frac{t}{0.2}}[mA], t > 0$$

ÖRNEK $t > 0$ icin, $v_O(t)$'yi BULUNUZ



$i(t)$

KGK(t>0)

$v_O(t) = 2i(t)[V]$

$$x(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}, t > 0$$

$$K_1 = x(\infty);\ K_1 + K_2 = x(0+)$$

$$i(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}, t > 0$$

ADIM 2: KALICI DURUM ANALİZİNİ UYGULAYARAK K1'İ BULUN

$$0.5\frac{di}{dt}(t) + i(t) = 3 \Rightarrow i(\infty) = 3A$$

$$i(\infty) = K_1$$

$$\therefore K_1 = 3A$$

SONRAKİ ADIM, DEĞİŞKENİN BAŞLANGIÇ DEĞERİNİ GEREKTİRİR, $i(0+)$

BAŞLANGIÇ DURUMU İÇİN t<0 DAKİ İNDÜKTÖR AKIMINA İHTİYAÇ DUYULUR VE ANAHTARLAMA ESNASINDA İNDÜKTÖR AKIMININ SÜREKLİLİĞİ KULLANILIR.

t<0 İÇİN KALICI DURUM VARSAYIMI ANALİZİN BASİTLEŞTİRİLMESİNİ SAĞLAR

t > 0 icin MODEL. KGK uygulayin

$$-V_{S1} + R_1 i(t) + L\frac{di}{dt}(t) + R_3 i(t) = 0$$

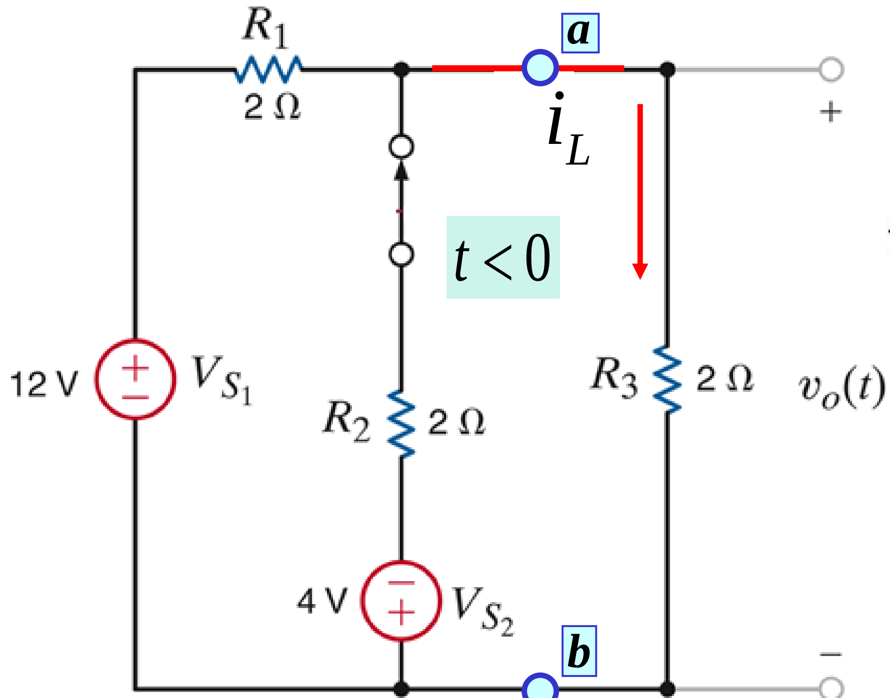
$$2\frac{di}{dt}(t) + 4i(t) = 12$$

$$\boxed{0.5}\frac{di}{dt}(t) + i(t) = 3[A]$$

ADIM 1

$\tau = 0.5$

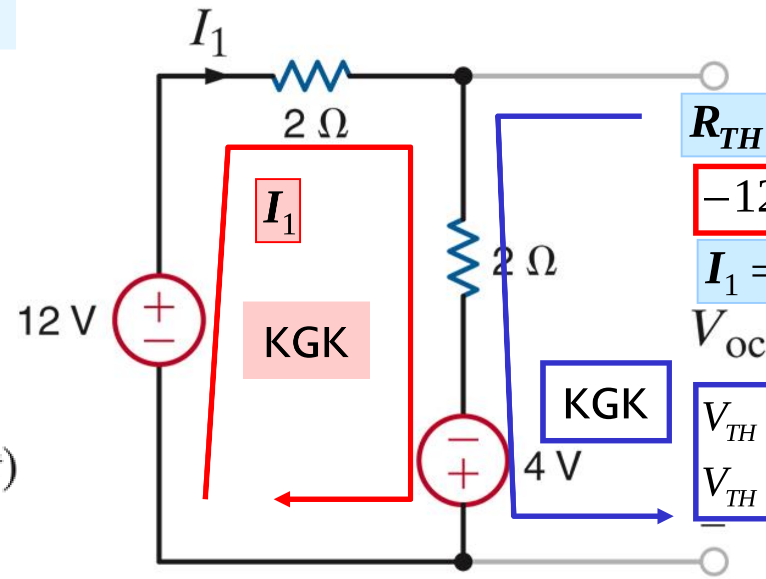
KALICI DURUMDAKİ DEVRE (t<0)



$\boldsymbol{i_L(t)}$ BULUNMALIDIR

İDÜKTÖRÜ KALICI DURUMDA VARSAYARAK THEVENİN KULLANIN

$$\boldsymbol{i(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}, t > 0}$$



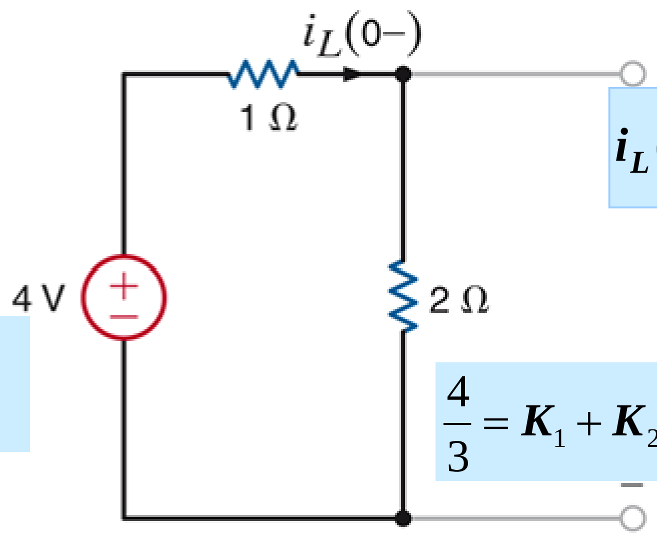
$$\boldsymbol{R_{TH}} = 2 \,||\, 2 = 1\Omega$$

$$\boxed{-12 + 4\boldsymbol{I_1} - 4 = 0}$$

$$\boldsymbol{I_1} = 4[\boldsymbol{A}]$$

$$V_{TH} = V_{OC} = 2I_1 - 4$$

$$V_{TH} = 4[V]$$



$$\boldsymbol{i_L(0-) = i(0+)} = \frac{4}{3}[\boldsymbol{A}]$$

$$\boldsymbol{i}(0+) = \frac{4}{3}[\boldsymbol{A}]$$

$$\frac{4}{3} = \boldsymbol{K_1} + \boldsymbol{K_2} = 3 + \boldsymbol{K_2} \Rightarrow \boldsymbol{K_2} = \frac{-5}{3}$$

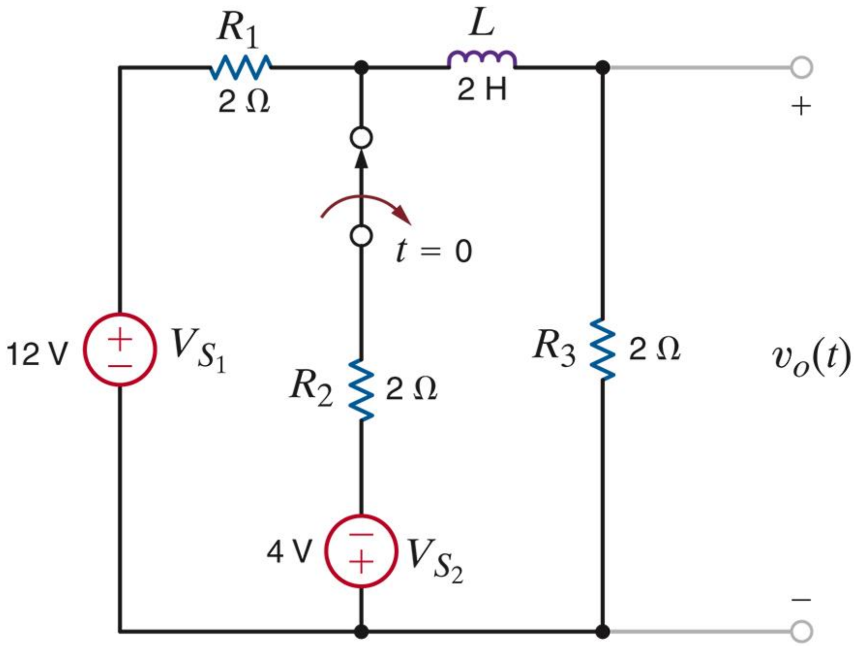
$$\boldsymbol{i(t)} = 3 - \frac{5}{3}\boldsymbol{e}^{-\frac{t}{0.5}}, \boldsymbol{t} > 0$$

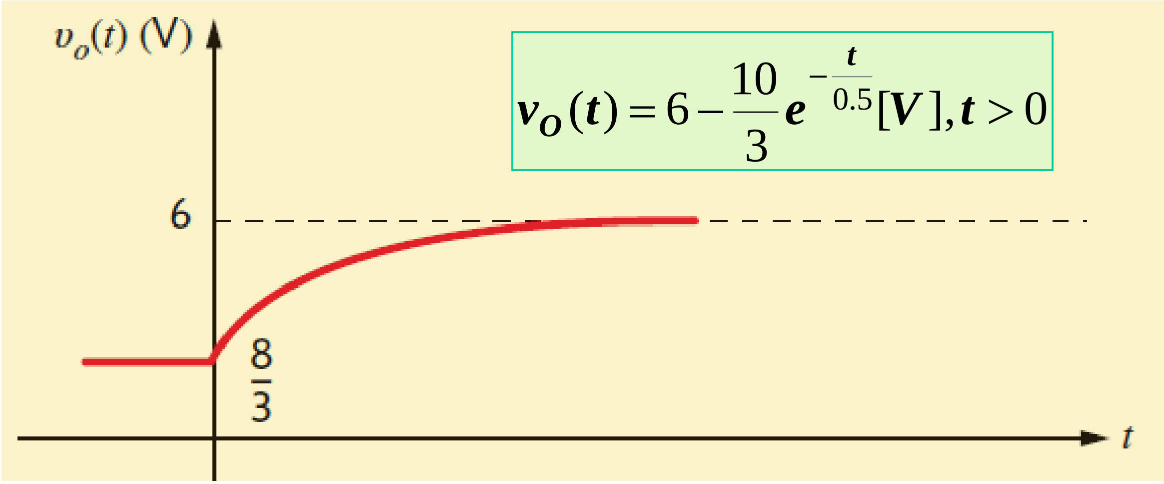
$$\boldsymbol{v_O(t)} = 2\boldsymbol{i(t)}[\boldsymbol{V}]$$

$$\boldsymbol{v_O(t)} = 6 - \frac{10}{3}\boldsymbol{e}^{-\frac{t}{0.5}}[\boldsymbol{V}], \boldsymbol{t} > 0$$

ÖRNEK - devam

$t > 0$ *icin*, $v_o(t)$'*yi* BULUNUZ



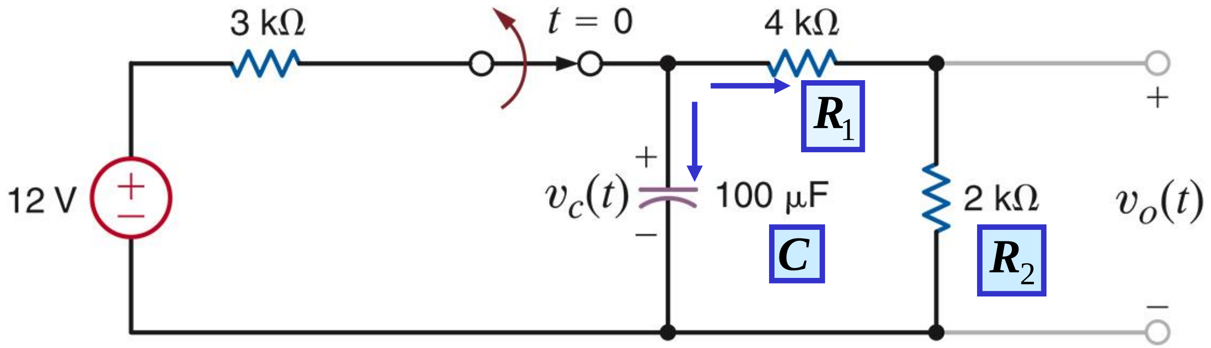


ÖRNEK

$t > 0$ ICIN $v_O(t)$'YI BULUN

$$v_C(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}, t > 0$$

$$K_1 = v_C(\infty);\ K_1 + K_2 = v_C(0+)$$



$$v_O(t) = \frac{2}{2+4} v_C(t) = \frac{1}{3} v_C(t)$$

$v_c(t)$'yi belirleyin

t > 0 ICIN MODEL. KAK KULLANIN

$$C\frac{dv_C}{dt}(t) + \frac{v_C}{R_1 + R_2} = 0 \Rightarrow (R_1 + R_2)C\frac{dv_C}{dt}(t) + v_c = \boxed{0}$$

ADIM 1

$$\tau = (R_1 + R_2)C = (6 \times 10^3 \Omega)(100 \times 10^{-6} F) = 0.6s$$

ADIM 2

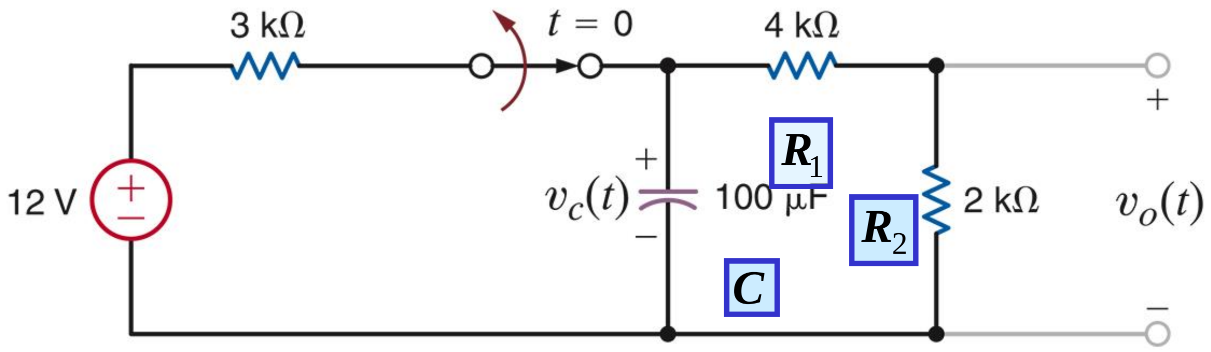
$$v_C(t) = \boxed{K_1} + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}}, t > 0$$

$$K_1 = 0$$

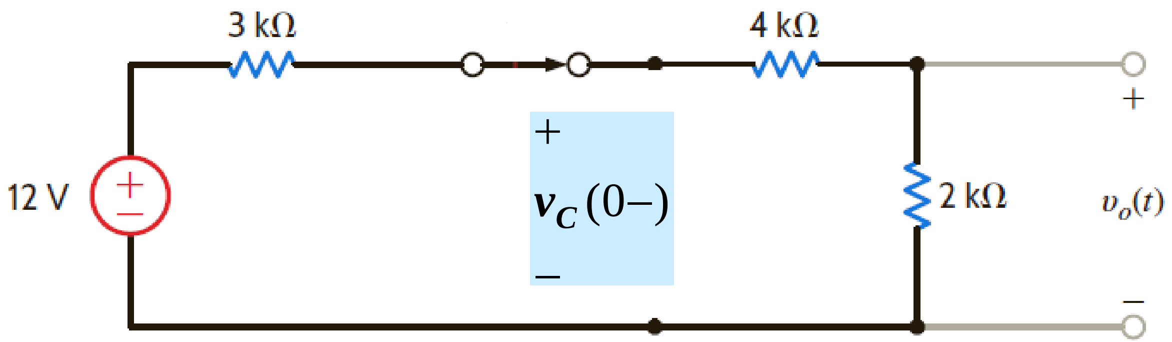
ÖRNEK-devam

$t>0$ ICIN $v_O(t)$'YI BULUN

$$v_C(t)=K_1+K_2e^{-\frac{t}{\tau}}, t>0$$
$$K_1=v_C(\infty);\ K_1+K_2=v_C(0+)$$



BAŞLANGIÇ ŞARTLARI. DEVRE KALICI DURUMDA t<0



$$v_C(0-)=\frac{6k}{9k}(12)V=8[V]$$

ADIM 3

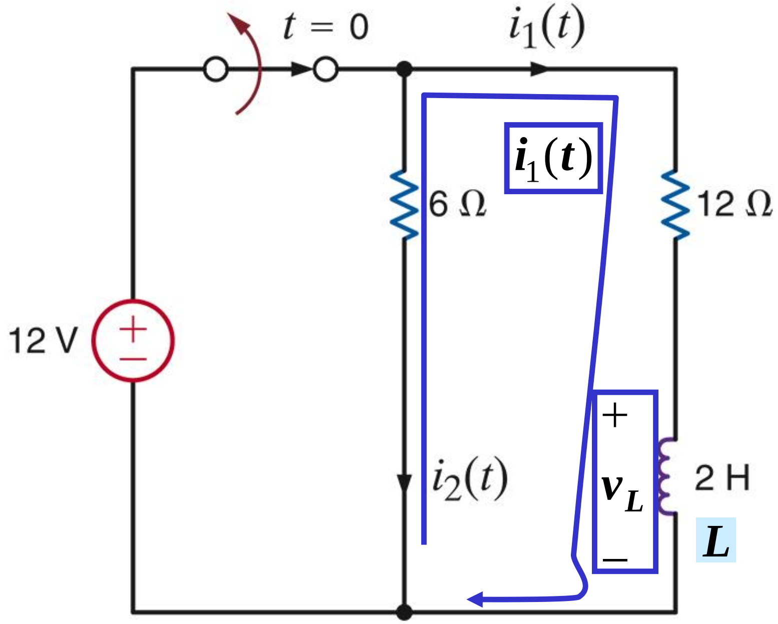
$$v_C(0+)=8=K_1+K_2=0+K_2\Rightarrow K_2=8[V]$$

$$v_C(t)=8e^{-\frac{t}{0.6}}[V], t>0$$

$$v_O(t)=\frac{8}{3}e^{-\frac{t}{0.6}}[V], t>0$$

ÖRNEK

$t>0$ ICIN $i_1(t)$'YI BULUN



t > 0 ICIN MODEL. KGK KULLANIN

$$L\frac{di_1}{dt}+18i_1(t)=0\Rightarrow \boxed{\frac{1}{9}}\frac{di_1}{dt}(t)+i_1(t)=\boxed{0}$$

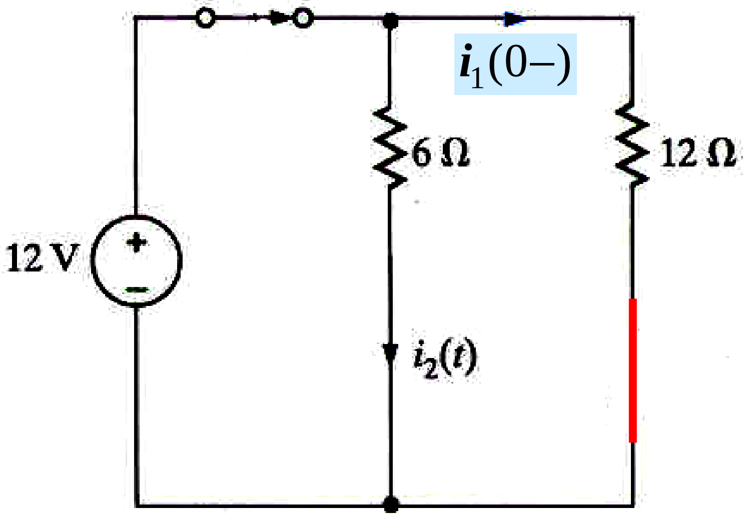
ADIM 1 $\boxed{\tau=\frac{1}{9}s}$

ADIM 2 $\boxed{K_1=0}$

BAŞLANGIÇ DURUMU İÇİN t<0 DAKİ İNDÜKTÖR AKIMINA İHTİYAÇ DUY

$$i_1(t)=K_1+K_2e^{-\frac{t}{\tau}},t>0$$
$$K_1=i_1(\infty);\ K_1+K_2=i_1(0+)$$

ANAHTARLAMA ÖNCESİ DEVRE KALICI DURUMDA



$$i_1(0-)=\frac{12V}{12\Omega}=1A$$

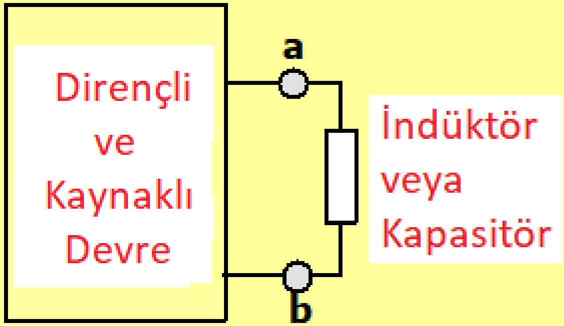
ADIM 3

$$i_1(0-)=i_1(0+)=K_1+K_2\Rightarrow K_2=1[A]$$

$$\text{CEVAP}: i_1(t)=e^{-\frac{t}{1/9}}[A]=e^{-9t}[A],t>0$$

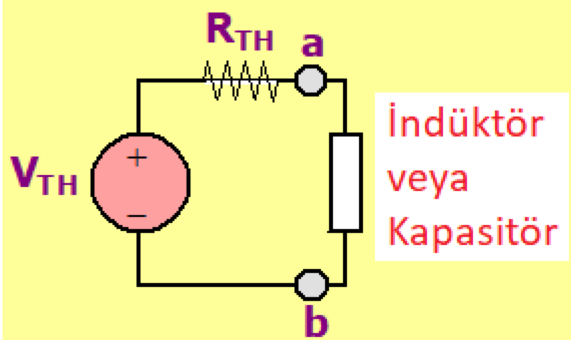
MODELLERİ ELDE ETMEK İÇİN THEVENIN KULLANIMI

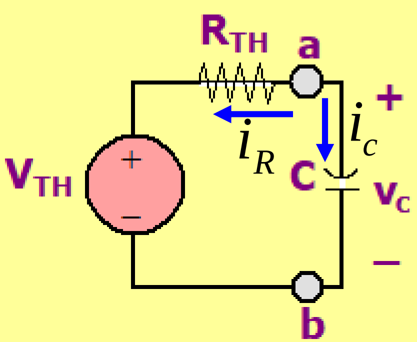
Kapasitör uçlarındaki gerilimi veya indüktörden geçen akımı elde edin



Tek depolama elemanlı devrenin temsili

Thevenin





Durum 1.1

Kapasitör uçlarındaki gerilim

Düğüm a'ya KAK

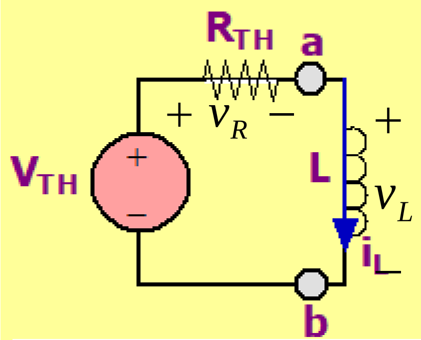
$$i_c + i_R = 0$$

$$i_c = C\frac{dv_C}{dt}$$

$$i_R = \frac{v_C - v_{TH}}{R_{TH}}$$

$$C\frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C - v_{TH}}{R_{TH}} = 0$$

$$R_{TH}C\frac{dv_C}{dt} + v_C = v_{TH}$$



Durum 1.2

İndüktörden geçen akım

KGK Kullan

$$v_R + v_L = v_{TH}$$

$$v_R = R_{TH}i_L$$

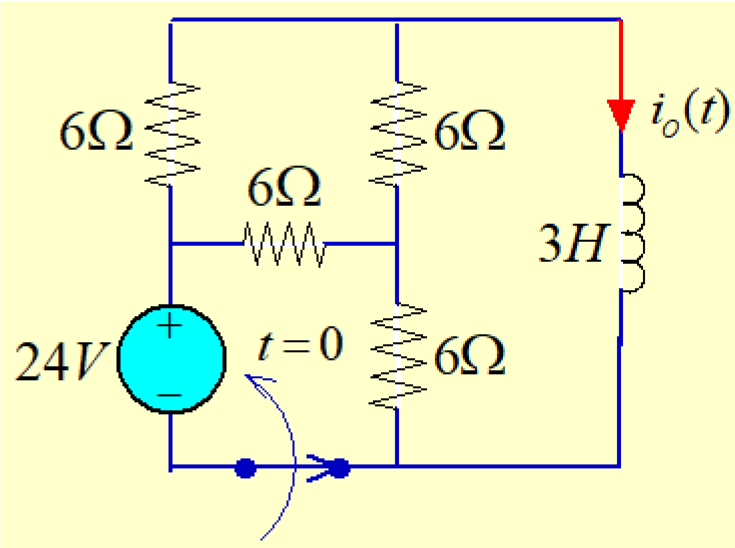
$$v_L = L\frac{di_L}{dt}$$

$$L\frac{di_L}{dt} + R_{TH}i_L = v_{TH}$$

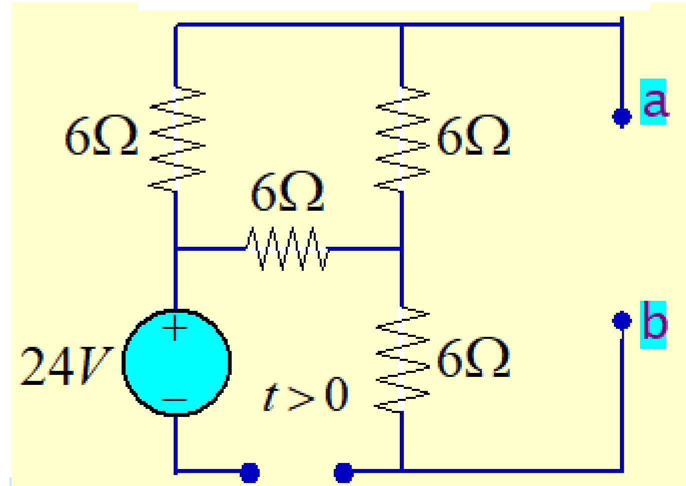
$$\left(\frac{L}{R_{TH}}\right)\frac{di_L}{dt} + i_L = \frac{v_{TH}}{R_{TH}} = i_{SC}$$

ÖRNEK

$t > 0$ ICIN $i_0(t)$'YI BULUN



İndüktör uçlarına göre
t>0 için Thevenin Eşdeğeri



$$v_{TH} = 0$$

$$R_{TH} = 6 + (6 \| (6+6)) = 10\Omega$$

İlgilenilen değişken indüktör akımıdır. Model:

$$\frac{L}{R_{TH}}\frac{di_O}{dt} + i_O = \frac{v_{TH}}{R_{TH}}$$

$$\tau = \frac{L}{R_{TH}} = \frac{3H}{10\Omega} = 0.3s$$

$$0.3\frac{di_O}{dt} + i_O = \boxed{0};\ t > 0$$

Ve çözümün formu

$$i_O(t) = K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{\tau}};\ t > 0$$

$$0.3\left(-\frac{K_2}{0.3}e^{-\frac{t}{0.3}}\right) + K_1 + K_2 e^{-\frac{t}{0.3}} = 0$$

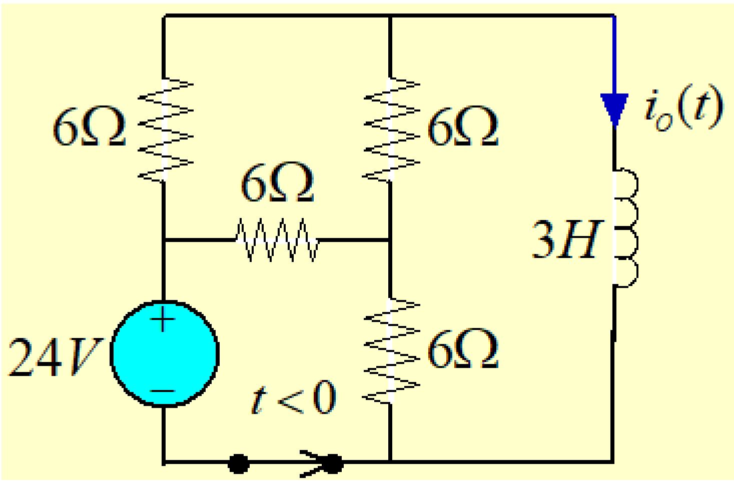
$$\boxed{K_1 = 0 \Rightarrow}\ i_O(t) = K_2 e^{-\frac{t}{0.3}};\ t > 0$$

Sonraki adım: Başlangıç şartı

$i_o(0+)$'yi belirleyin.

Kalıcı durum varsayımını ve indüktör akımının sürekliliğini kullanın

t<0 için devre



$$6i_1+6(i_1-i_3)+6(i_1-i_2)=0$$ Çevre analizi

$$-24+6(i_2-i_1)+6(i_2-i_3)=0$$ $\boldsymbol{i}_0(0+)=\boldsymbol{i}_3$

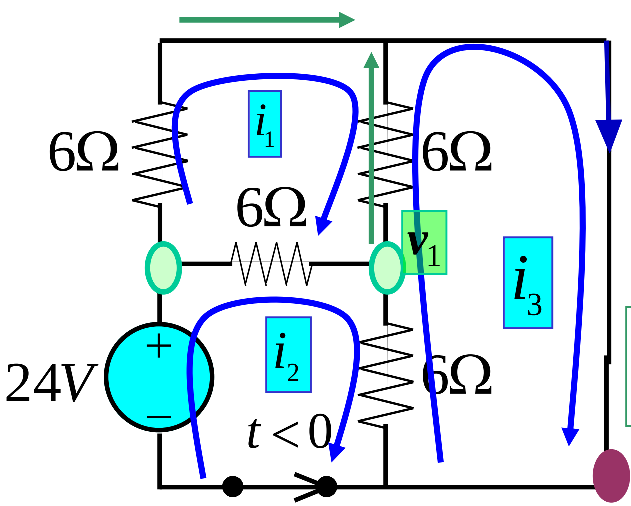
$$6(i_3-i_1)+6(i_3-i_2)=0$$

$$\frac{v_1}{6}+\frac{v_1}{6}+\frac{v_1-24}{6}=0\Rightarrow v_1=8$$ Düğüm analizi

çözüm : $\boldsymbol{i}_0(0+)=\frac{32}{6}\,\mathrm{mA}$

K1=0 olduğundan, çözüm:

$$\boldsymbol{i}_0(0+)=\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2=0+\boldsymbol{K}_2\Rightarrow\boldsymbol{K}_2=\frac{32}{6}$$



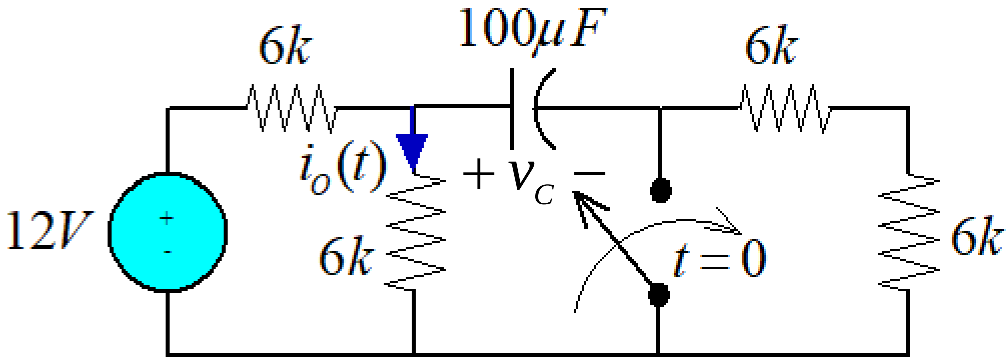
$i_O(0-)=i_O(0+)$

$$\boldsymbol{i_O}(0+)=\frac{24}{6}+\frac{v_1}{6}$$

$$i_O(t)=K_1+K_2e^{-\frac{t}{\tau}};\, t>0$$

$$\boldsymbol{i_O}(\boldsymbol{t})=\frac{32}{6}\boldsymbol{e}^{-\frac{t}{0.3}};\ \boldsymbol{t}>0$$

ÖRNEK $t>0$ için, $i_0(t)$'yi bulun



$$v_{TH} = 12\frac{6k}{6k+6k} = 6V$$

$$R_{TH} = 6k \parallel 6k = 3k$$

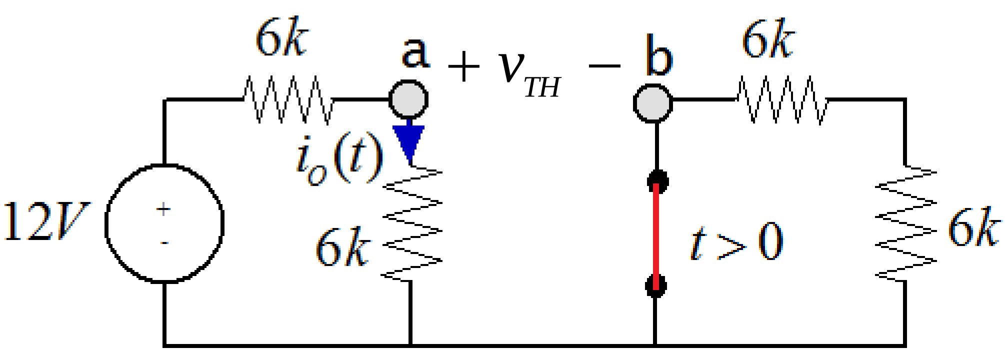
$$\tau = 3*10^3\Omega*100*10^{-6}\,F = 0.3s$$

$t>0$ için, $i_O = v_C/6k$

Eğer kapasitör gerilimi bilinirse problem çözülür

v_C için model

$$R_{TH}C\frac{dv_C}{dt} + v_C = v_{TH}$$



v_C için Model

$$0.3\frac{dv_C}{dt} + v_C = \boxed{6}$$

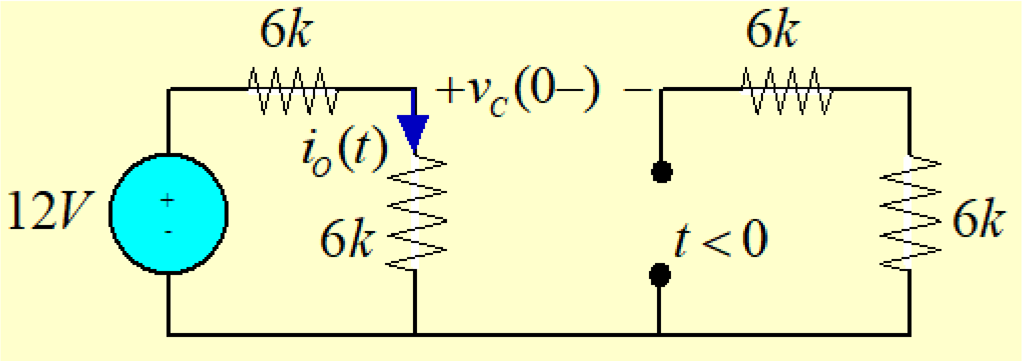
$$v_C = \boxed{K_1} + K_2e^{-\frac{t}{0.3}}$$

$$0.3\left(-\frac{K_2}{0.3}e^{-\frac{t}{0.3}}\right) + K_1 + K_2e^{-\frac{t}{0.3}} = 6$$

$$K_1 = 6$$

Şimdi süreklilik ve kalıcı durum varsayımını kullanarak başlangıç değeri $v_C(0+)$'yi belirlemeliyiz

Anahtarlamadan önce
kalıcı durumdaki devre



$$v_C(0-) = 6V$$

Kapasitör geriliminin sürekliliği

$$v_C(0+) = 6V$$

$$K_1 + K_2 = v_C(0+)$$

$$\boxed{K_1 = 6 \Rightarrow K_2 = 0}$$

$$v_C(t) = 6V\,;\, t > 0 \Rightarrow \quad \Rightarrow \quad i_O(t) = \frac{v_C}{6k} = 1mA;\, t > 0$$