

BULANIK MANTIK DENETLEYİCİLERİ

Bölüm-4 Bulanık Çıkarım

Bulanık Çıkarım

Bölüm 4 : Hedefleri

- ✓ Bulanık kuralların ve bulanık bilgi tabanlarının nasıl oluşturulacağını anlamak.
- ✓ Gerçekte bulanık muhakeme olan bulanık anlamlandırmada çıkarımın nasıl yapılacağını anlamak.

Bulanık Çıkarım

Bölüm 4 : Ana Başlıkları

- ✓ Bulanık Çıkarım
 - İki-değerli mantık
 - Çoklu-değerli mantık
 - Bulanık mantık
 - Sözel değişkenler
 - Bulanık kurallar
 - Bulanık çıkarım
 - Bulanık muhakeme

Bulanık Çıkarım

■ İki-değerli mantık

Genellikle binary mantık, ikili mantık veya boolean mantık olarak adlandırılır. Geleneksel mantıkta ve küme kuramında doğru ve yanlış, 1 ve 0, siyah ve beyaz olarak yaygın şekilde kullanılır.

İyi tanımlanmış problemlerin çözülmesinde faydalı ve etkin bir yaklaşım sağlar. Bunun yanında esnek değildir.

Örnek :

Bilgi	: İnsan ölümlüdür.
Olgu	: Ahmet insandır.
Sonuç	: Ahmet ölecektir.

} ÇOK KATI

Bulanık Çıkarım

■ Çok-değerli mantık

1930 yılında Lukasiewicz tarafından geliştirilen N-değerli mantık, çok-değerli mantığa bir örnektir. Burada N, 2 den büyük veya eşit rastgele bir tam sayıdır.

N-değerli mantıkta, doğruluk değerlerinin oluşturduğu T_N kümesinin $[0,1]$ kapalı aralığına bölündüğü varsayılır.

Örnek :

$$T_N = \{0, \dots, i/(N-1), \dots, 1\} \quad 0 \leq i \leq N-1$$

$$T_2 = \{0,1\}$$

$$T_3 = \{0, 1/2, 1\}$$

$$T_4 = \{0, 1/3, 2/3, 1\}$$

Bulanık Mantık

- “Bulanık Mantık” terimi birçok farklı anlamda kullanılır.
- Mantık “mantıklı olma ” veya “doğru” anlamındadır.
- Bulanık doğruluk değerleri “hemen hemen doğru” gibi değerler alır bu nedenle bulanık kümeler $[0,1]$ aralığında doğruluk değerlerinden oluşur.
- Kontrol konusunda bulanık kümelerin özelliklerine odaklanma daha çok sonuç belirlenmesine yöneliktir. Bu dersin konusu da budur.

Bulanık Mantık

- Bulanık mantık kontrol uygulamalarında, günlük konuşma cümleleri, bulanık bilgi sistemi içerisinde depolanmış “bulanık kontrol kuralları” olarak yerini alırlar.
- Bulanık kurallar kolayca programlanabilir bir yapıdadır (IF A AND B THEN C gibi).
- Bulanık kural yönetimi için birçok bulanık programlama aracı geliştirilmiştir.

Bulanık Mantık

- IF (koşul) THEN (Sonuç)

Yapısı ile birçok mühendislik kuralı formüle edilebilir.

- Bulanık mantık güncel dilimizin, mühendislik problemlerinin ve diğer pratik uygulamaların çözümünde kullanımına olanak verir.
- Bulanık mantık güncel dilimizde bulunan belirsizlik ve kesinsizliklerin matematik kullanılarak yönetilmesidir.

Bulanık Kurallar

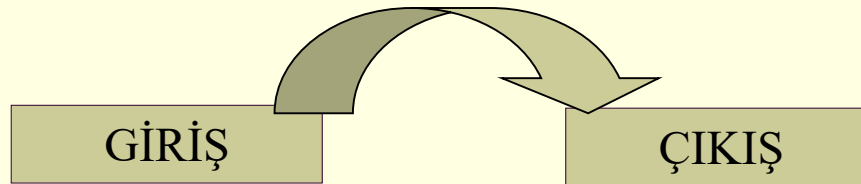
- Genel olarak herhangi bir sözel değişken için bulanık kuralların üç genel biçimi vardır. Bunlar :
 - Atama cümleleri
 - Şart cümleleri
 - Şartsız cümleler
- Atama cümleleri bir değişkenin değerini belirli bir miktar ile sınırlar.
- Şartsız cümleler, IF şartlı cümlesinin şartının, giriş şartının evrensel kümesi için her zaman doğru olduğu gibi düşünülebilir.

Bulanık Kurallar

- Bu üç genel biçime örnekler aşağıdadır :
 - (i) Atama cümleleri
Hava Çok sıcaktır
 - (ii) Şart cümleleri
IF x büyük THEN y küçüktür
 - (iii) Şartsız cümleler
Basıncı düşür
- Bulanık kurallar (ii) de verilen şart cümleleri kümesidir.
- Bu nedenle şartlı kısıtlayıcı cümleler olarak kabul edilebilirler.
- Bulanık kontrol kuralları, bulanık IF THEN kuralları topluluğu ile temsil edilirler

Bulanık Kurallar

- Bulanık kontrol kuralları topluluğu sistemin basit giriş-çıkış ilişkisini belirler

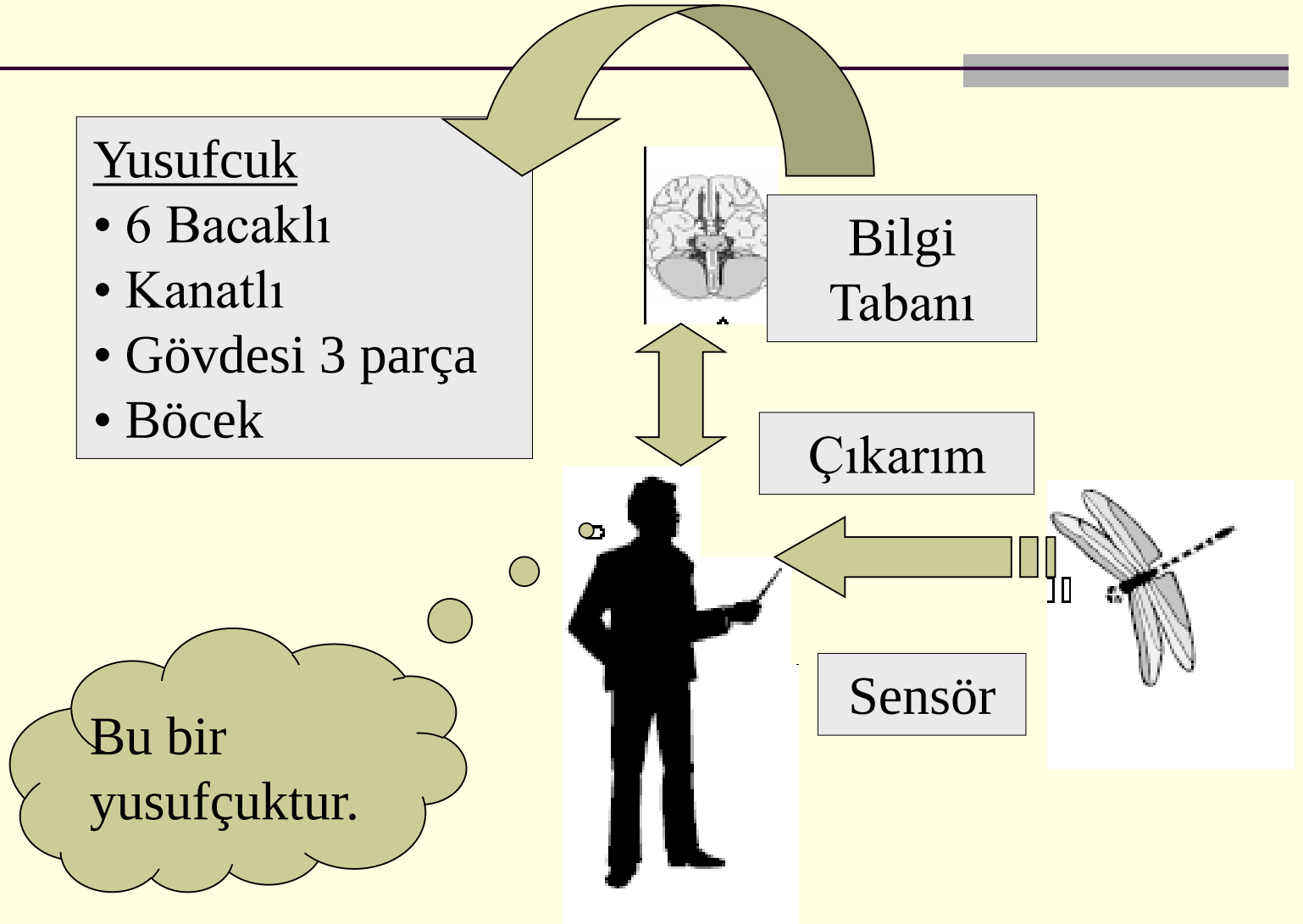


- Bulanık kontrol kurallarının genel formu çok-girişli tek-çıkışlı (MISO) sistemde olduğu gibidir.

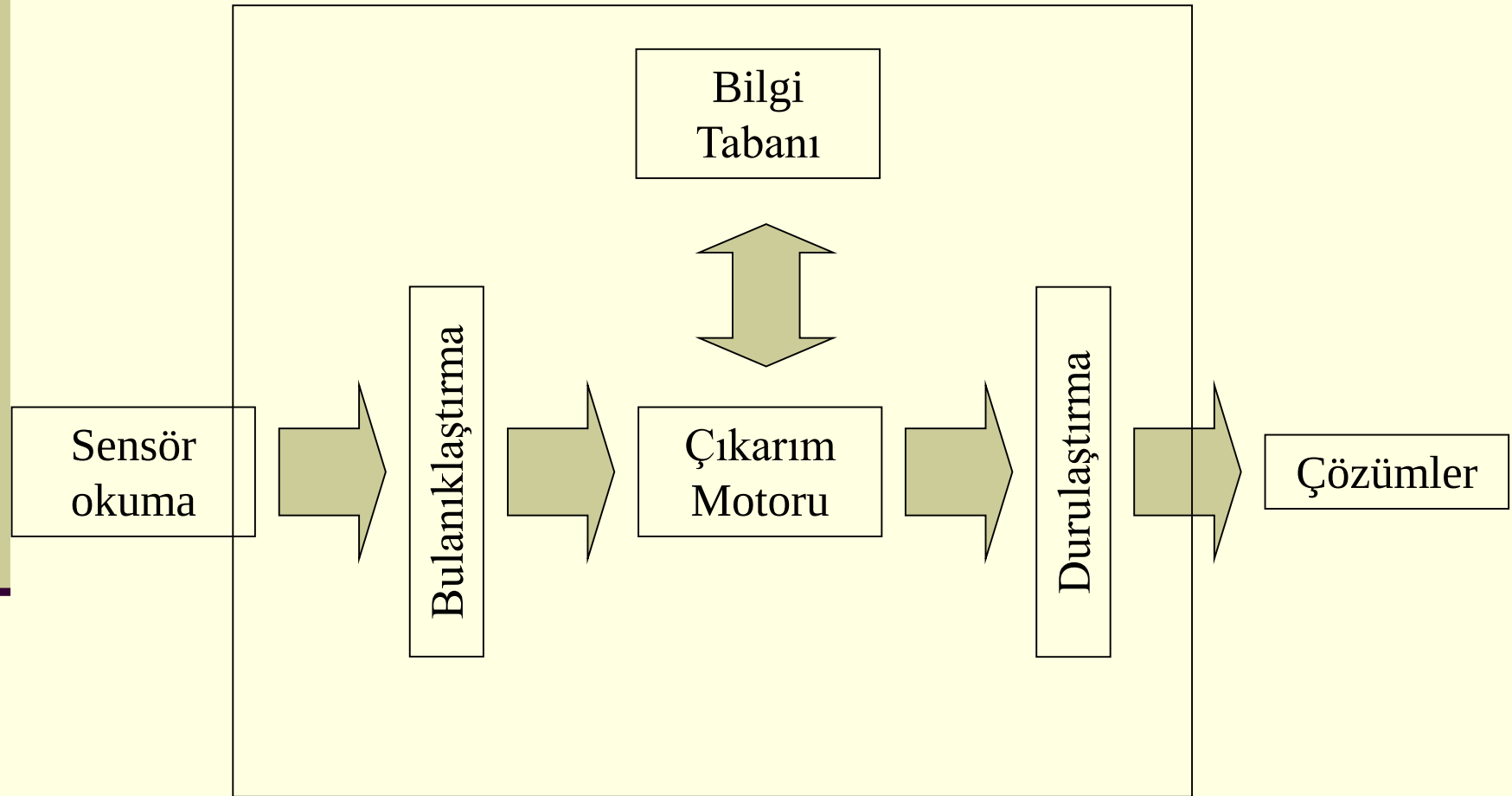
R^i : IF x is A_i , ..., AND y is B_i THEN $z = C_i$

$i = 1, 2, \dots, n$

Bulanık Çıkarım



Bir Bulanık Mantık Çıkarım Motoru



Bulanık Çıkarım

- Bulanık Mantık kullanımı aşağıdaki özellikte sistemlerin geliştirilmesini kolaylaştırır.
 - Karmaşık bilgi ve zengin insan tecrübesi bulanık bilgi tabanlı sisteme doğal dile yakın bir şekilde dahil edilir.
 - İçerilen bilginin kesin ve tamam olmasına gerek yoktur.
 - Değerlendirilecek giriş bilgilerinin net olması veya bilgiyle tam uyumlu olması gerekmez.
 - Oluşturulan bulanık bilgi tabanından ve bulanık olgulardan kısmen uyumlu sonuç elde edilebilir.

Bulanık Çıkarım

Tipik bir bulanık çıkarım aşağıdaki gibi gerçekleştirilir.

- **Örnek :** Bilgi : Eğer su sıcaksa bol soğuk su ilave edilir.

Olgu : Su biraz sıcaktır.

Sonuç: Çok az soğuk su ilave et.

- **Örnek :** Bilgi : Eğer domates kırmızı ise olgundur.

Olgu : Domates çok kırmızıdır.

Sonuç: Domates çok olgundur.

Bulanık Çıkarım

Buradan birçok sonuç çıkarılabilir :

- Bulanık çıkarımın insan muhakemesine benzerliğine dikkat etmek gerekir.
- Bilgi, “çok” ve “oldukça” gibi belirsiz kanaatlerle ifade edilebilir.
- Olgular “kısmen” gibi bulanık kanaatler gerektirebilir.
- Sonuç “biraz” gibi bulanık terimlerle ifade edilebilir.
- Bu bize geleneksel mantıktan çok daha esnek bir yaklaşım sağlar.

BULANIK ÇIKARIM KURALLARI

(FUZZY INFERENCE RULES)

“EĞER” “İSE” (IF-THEN), ile ifade edilen bulanık mantık kuralları aslında bulanık ilişkiyi ifade eder. Bulanık mantıkta iki türlü çıkarım kuralı vardır.

- İleri Zincirleme Kuralı (Generalized Modus Ponens, GMP)
- Geri Zincirleme Kuralı (Generalized Modus Tollens, GMT)

-GMP’ de doğrudan düşünce ve geçmiş örnekten faydalanma;

-GMT’ de ise doğrudan düşünce ve mukayese vardır.

Bulanık Çıkarım Kuralları

Generalized Modus Ponens (GMP)

İleri zincirleme kuralında, işlem verilerden sonuca doğrudur

Bulanık kümeler A, A', B, B' ile, sözel değişkenler de x ve y ile gösterisin;

1. Bilgi Eğer $x=A$ ise $y=B$ dir

2. Olgu $x=A'$ dır

3. Sonuç $y=B'$ dir

yani;

$$B' = A' \circ R$$

Burada R Bulanık ilişkidir, o bileşim operatörüdür ve A' öyle bir bulanık kümedir ki çok A olabilir, daha çok veya daha az A olabilir veya hiç A olmayabilir.

Bulanık Çıkarım Kuralları

Generalized Modus Tollens (GMT)

Bu kuralda ise bütün olası sonuçlar değerlendirilerek sistemdeki verilere ulaşılır.

Bulanık kümeler A, A', B, B' ile, sözel değişkenler de x ve y ile gösterisin;

1. Bilgi Eğer $x=A$ ise $y=B$ dir.
2. Olgu $y=B'$ dir.
3. Sonuç $x=A'$ dır.

Keskin mantıkta bu düşünce sadece B' nin B olmadığı, A' nın da A olmadığı durumlarda geçerlidir. Bulanık mantıkta ise A' ;

$$A' = R \circ B'$$

Bileşim Operatörleri (composition operators)

İki işlemi birleştirerek bulanık küme ve bulanık ilişki problemlerini çözebiliriz.

- **Max-Min İşlemi**

$$B' = A' \circ R$$

$$\mu_{A' \circ R} = \text{Max}\{\text{Min}[\mu_{A'}(u), \mu_R(u, v)]\}$$

- **Max-Product İşlemi**

$$B' = A' * R$$

$$\mu_{A' * R} = \text{Max}\{\mu_{A'}(u) \cdot \mu_R(u, v)\}$$

Bu işlemler kontrol uygulamalarında işlem kolaylıkları ve etkinliklerinden dolayı en sık kullanılanlardır.

Bulanık Muhakeme (Fuzzy Reasoning)

Keskin mantık çıkarımı ile bulanık mantık çıkarımının kıyaslanması

Keskin
mantık

Melek 22 yaşındadır
Dilek Melek ten 3 yaş daha büyüktür
Dilek (22 + 3) yaşındadır

Açıklama –

$$\text{Yaş}(\text{Melek}) = 22$$

$$(\text{Yaş}(\text{Dilek}), \text{Yaş}(\text{Melek})) = \text{Yaş}(\text{Dilek}) - \text{Yaş}(\text{Melek}) = 3$$

$$\therefore \text{Yaş}(\text{Dilek}) = \text{Yaş}(\text{Melek}) + 3 = 22 + 3 = 25$$

Bulanık Muhakeme (Fuzzy Reasoning)

Bulanık
mantık

Melek Genç tir
Dilek Melek ten Daha Yaşlı dır.
Dilek (Genç o Daha_Yaşlı)

Açıklama –

$Yaş(Melek) = Genç$ (Genç bulanık bir kümedir)

$(Yaş(Dilek), Yaş(Melek)) = Daha_Yaşlı$ (bu bir ilişkidir)

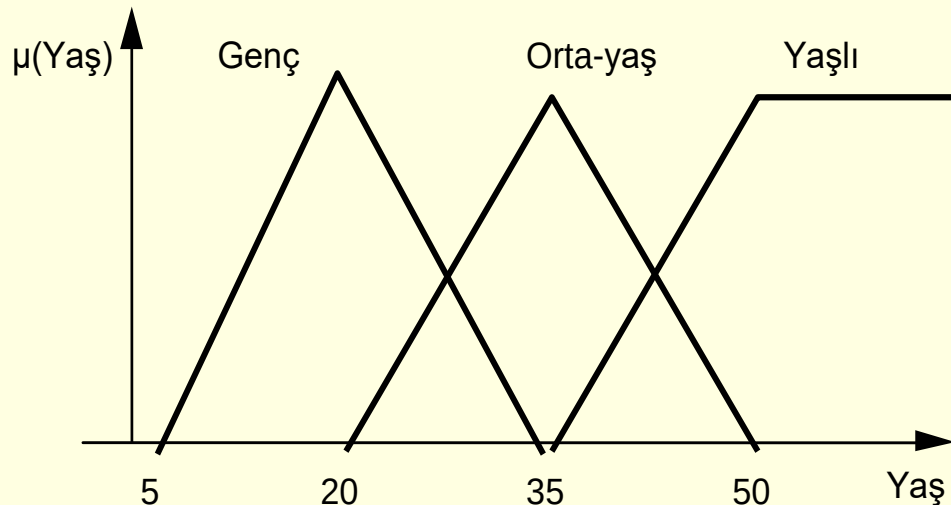
$\therefore Yaş(Dilek) = Genç \circ Daha_Yaşlı$

– bu bir bulanık bileşim ilişkisi!

Bulanık Muhakeme (devam)

■ $\mu_{\text{Yaş(Dilek)}}(\mathbf{x}) = \vee \{ \mu_{\text{Genç}}(y) \wedge \mu_{\text{Daha_Yaşlı}}(\mathbf{x}, y) \}$

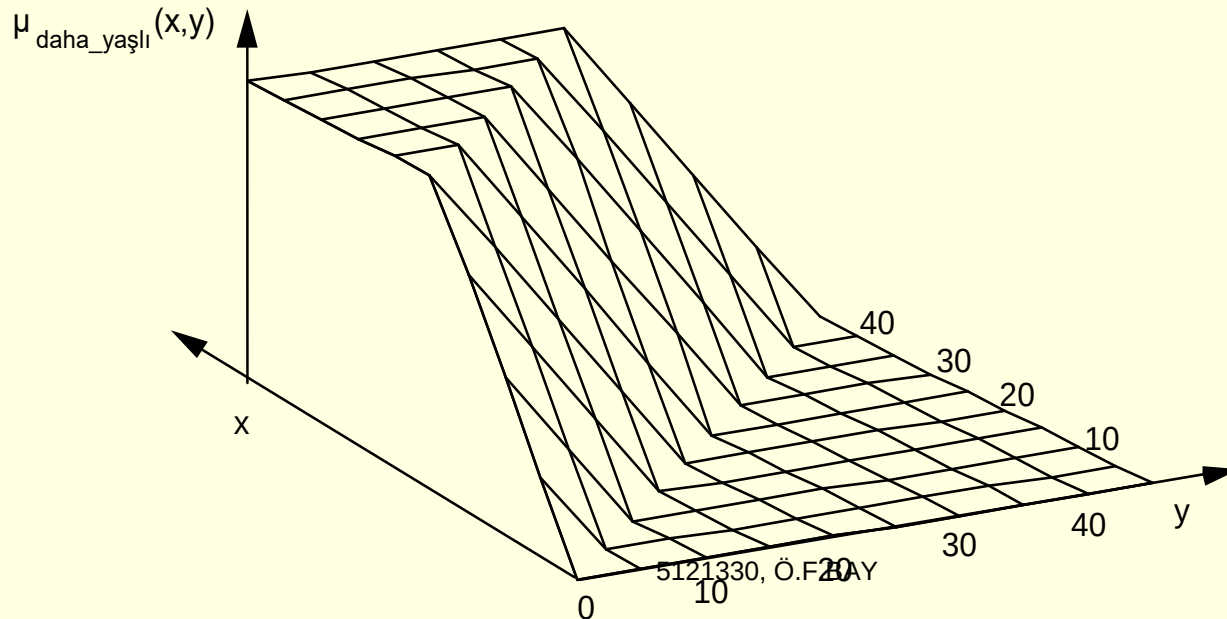
Yaş değişkeninin evrensel kümesi birçok üst üste binen alt kümelere bölünebilir : Genç, Orta-yaş, Yaşlı



Bulanık Muhakeme (devam)

- Daha_Yaşlı bir ilişkidir ve bu şu şekilde tanımlanmaktadır:

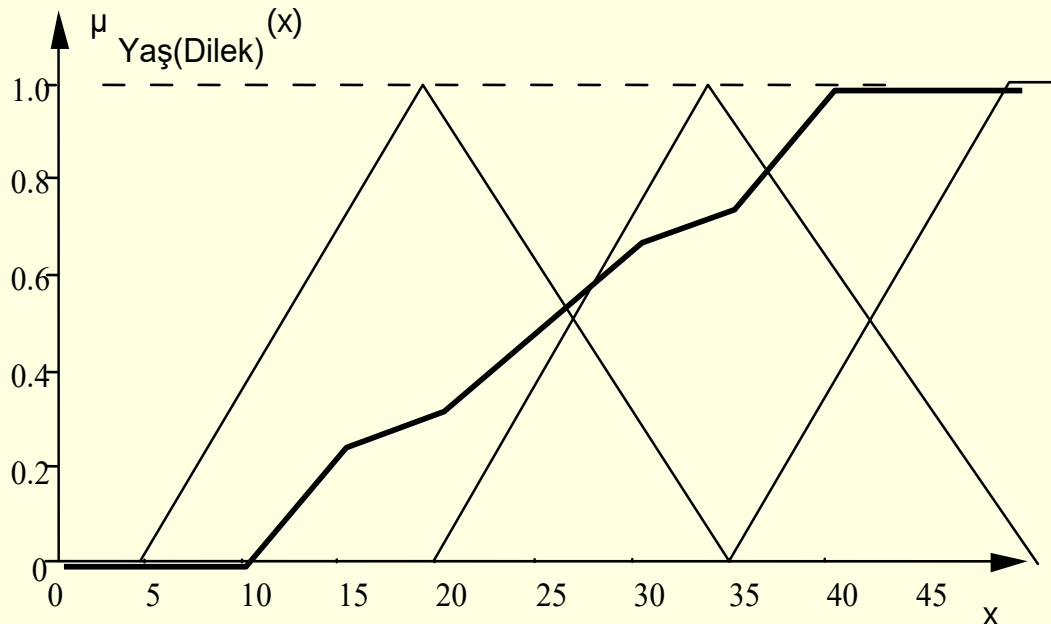
$$\mu_{\text{daha_yaşlı}}(x,y) = \begin{cases} 1 & x - y > 20, \\ \frac{1}{20}(x - y) & 0 < x - y \leq 20, \\ 0 & x \leq y. \end{cases}$$



Muhakeme örneği

Her sabit x için,

$$\mu_{\text{Yaş(Dilek)}}(x) = \max(\min(\mu_{\text{genç}}(y), \mu_{\text{daha_yaşlı}}(x,y)):$$



Bulanık Muhakeme (Fuzzy Reasoning)

Anlamlandırma Fonksiyonları (Implication Functions)

Bulanık bilgi tabanındaki her kural bir bulanık ilişkiye karşılık gelir.

$$(R_k = A_k \rightarrow B_k)$$

R_k , bulanık kural tabanındaki, k 'nıncı kurala karşılık gelen ilişkiyi vermektedir.

Bulanık kural tabanı toplam ilişkisi (R) bütün kuralların

($R_1, R_2, \dots, R_k, \dots, R_N$.) bileşim işlemi ile elde edilir

Herhangi bir bulanık kuralın ilişkisini elde edebilmek için değişik yaklaşımlar kullanılabilir. Bir bulanık geliştirme gereci, kullanıcıya hangi yaklaşımı kullanacağına dair seçenek verir veya bir metodu otomatik olarak seçer. Tablo 1 de bulanık kurallar için sık kullanılan bazı anlamlandırma fonksiyonları (implication functions)

verilmektedir. Bu kurallar;

EĞER $x=A$ İSE, $y=B$ şeklindedir. Burada da; $A \in U, x \in U, B \in V, y \in V$ dir

Anlamlandırma Fonksiyonları

Şimdi N kurallı çok girişli tek çıkışlı (MISO) bir sistemi ele alalım. Bunun k'nıncı bulanık kuralı aşağıda verilmektedir.

EĞER A_{k1} VE ... VE A_{ki} VE ... VE A_{kn} İSE B_k

Burada; $i = 1 \dots n$

A_{ki} , k'nıncı bulanık kuraldaki i'ninci giriş değişkeni x_i için bulanık kümedir.

B_k ise yine k'nıncı kuraldaki y_j çıkış değişkeni için bulanık kümedir.

Genel olarak k'nıncı kuralın bulanık ilişkisi R_k şöyle gösterilir.

$R_k = A_k \rightarrow B_k$

A_{k1} VE ... VE A_{ki} VE ... VE A_{kn} , öncüllerinin kesişmesi iki şekilde ifade edilebilir.

- Nokta değer kesişmesi (point valued intersection)
- Aralık değer kesişmesi (interval valued intersection)

Yani k'nıncı kuralın R_k ilişkisi, kullanılan yorumlamaya göre değişik anlamlara gelebilir. Yoruma göre $R_k = A_k \rightarrow B_k$ daki bulanık küme A_k hem nokta değer kümesi hemde aralık değer kümesi olabilir.

Anlamlandırma Fonksiyonları (Implication Functions)

İşlemin Türü	‘EĞER x=A İSE y=B dir’
Minimum Kuralı (Mamdani)	$R_c = A \times B = \int_{u \times v} \mu_A(u) \wedge \mu_B(v) / (u, v)$
ÇarpımKuralı (Pruduct Rule) (Larsen)	$R_p = A \times B = \int_{u \times v} \mu_A(u) \bullet \mu_B(v) / (u, v)$
Aritmetik Kuralı (Zadeh)	$R_a = (\text{not } A \times V) \oplus (U \times B)$ $= \int_{u \times v} 1 \wedge (1 - \mu_A(u) + \mu_B(v)) / (u, v)$
Boolean	$R_b = (\text{not } A \times V) \cup (U \times B)$ $= \int_{u \times v} 1 \wedge (1 - \mu_A(u)) \vee (\mu_B(v)) / (u, v)$

Tecrübeler göstermiştir ki bulanık ilişki fonksiyonları R_c ve R_p , GMP’yi kullanarak mantık yürütmeye çok uygundur.

Bulanık Kural Tabanı

- Şimdiye kadar sadece bulanık kurallara baktık
- Bir bulanık bilgi tabanı daima birçok bulanık kuralları içerir.
- Bulanık kuralların yapısı kesin katı kuralları içermez.
- Günümüzde birçok mühendislik uygulamalarında bulanık kurallar IF-THEN yapısı ile ifade edilirler.

IF <KOŞULLAR> THEN <EYLEM>

Bu esas olarak :

- Uzman insanların kolay bir yoldan tecrübe ve bilgilerini aktarması,
- Program tasarımcısının bulanık kuralları kolay bir şekilde programlaması,
- Tasarım maliyetini düşürmek ve iyi bulanık çıkarım etkinliği,

arzulandığında yapılır.

“AND” ve “OR” bağlaçları

- Kurallar aşağıdaki formda yazılırlar:

IF A AND B THEN C

IF A OR B THEN C

- AND bağlacı insan dilinde kesişim (ve), OR bağlacı ise birleşim (veya) anlamındadır.

- Örnek :

IF x_1 is A_{k1} AND x_2 A_{k2} THEN y_1 is B_{k1}

IF x_1 is A_{k1} AND x_2 A_{k3} THEN y_1 is B_{k2}

Bulanık Mantık Denetimi

- Bulanık bilgi tabanında ölçülen giriş sinyali $R_k = A_k \rightarrow B_k$ ile ifade edilsin ve $(A'_1, \dots, A'_i, \dots, A'_n)$ ile gösterilsin buradan $x = (A'_1, \dots, A'_i, \dots, A'_n)$ olur.

- i nci kuraldan çıkarılan bulanık kontrol B_i aşağıdaki gibi gösterilir.

$$y = B'_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

- GMP çıkarımı kullanılarak V evrensel kümesinde B' aşağıdaki gibi olur.

$$B' = (A'_1, \dots, A'_i, \dots, A'_n) \circ R$$

- Burada ‘ $\circ$ ’ bileşim (compositional) operatörü ve R ise bulanık bilgi tabanının ilişki denklemini temsil eder.

Bulanık Anlamlandırma

- Bulanık bilgi tabanında her bir kural bir bulanık ilişkiye dayanır.
- Daha önce gösterilen bulanık kural tabanı ilişkili olduğu k 'ıncı kuralı R_k olarak çağırır.
- Bulanık kural tabanının tüm ilişkisi R ; $R_1, R_2, R_3 \dots R_N$ bileşim işleminin sonucunda elde edilir.

Bulanık Anlamlandırma

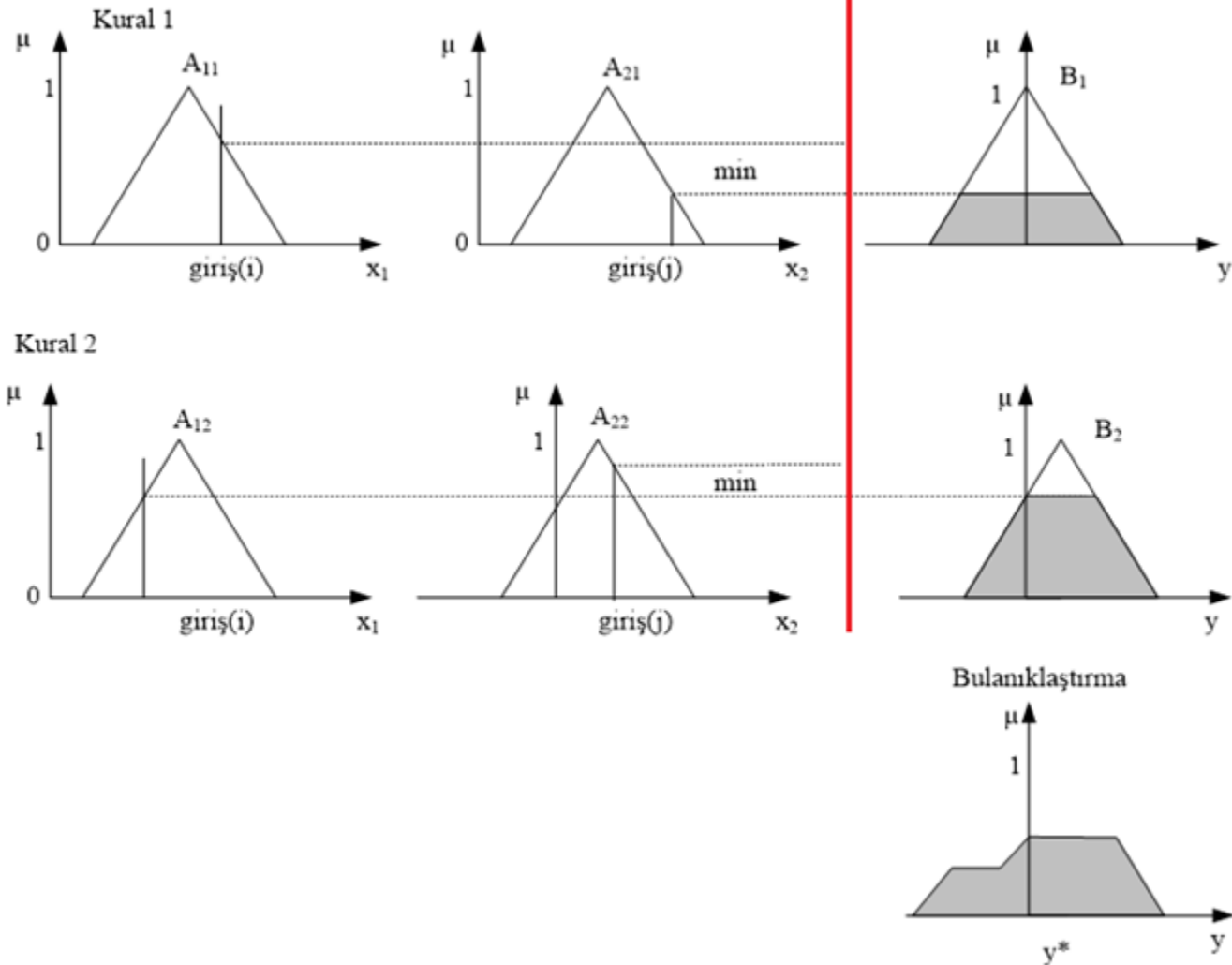
Örnek : Max-min ve max-product bileşim operatörleriyle bulanık anlamlandırmayı anlamak için aşağıdaki kural tabanı verilmiş olsun.

Kural 1 IF x_1 is A_{11} AND x_2 is A_{21} THEN y is B_1

Kural 2 IF x_1 is A_{12} AND x_2 is A_{22} THEN y is B_2

- Burada iki örnek verilmiştir: max-min ve max-product
- Sistemin iki belirteci vardır. $x=A'$ ve buna bağlı sonucu $y=B'$ dir.
 - Bulanık kontrol mühendisliğinde asıl girdiler her zaman 'keskin' yapıdadır

Max-min operatörü kullanarak bulanık çıkarım örneği :



Max-çarpım operatörü kullanarak bulanık çıkarım örneği :

