

# DİĞER ANALİZ TEKNİKLERİ

## İÇERİK

EŞDEĞERLİK

DOĞRUSALLIK

KAYNAK DÖNÜŞÜMÜ

SUPERPOZİSYONUN UYGULANMASI

THEVENIN VE NORTON TEOREMLERİ

ENFAZLA GÜC AKTARIMI

# DİĞER ANALİZ TEKNİKLERİ

## ÖĞRENME HEDEFLERİ

### DOĞRUSALLIĞIN GÖZDEN GEÇİRİLMESİ

Doğrusallığın iki eşdeğer tanımı vardır.  
Çarpımsallık uygulaması gösterilecek

### SÜPERPOZİSYON UYGULAMASI

Doğrusal devrelerde süperpozisyon özelliğinin bazı etkileri tartisılacak

### THEVENİN VE NORTON TEOREMLERİNİN GELİŞTİRİLMESİ

Bu teoremler, bir devrenin parçalarına odaklanmamıza ve gereksiz karmaşıklıkları gizlememimize imkan tanıyan çok güçlü analiz araçlarıdır.

### MAKSİMUM GÜÇ TRANSFERİ

Bu, Thevenin ve Norton teoremlerinin çok kullanışlı bir uygulamasıdır.

## **DÜĞÜM VE ÇEVRE ANALİZİ YÖNTEMLERİ, BİR DEVREDEKİ HER BİLEŞENİN DAVRANISINI BELİRLEMEK İÇİN GÜCLÜ ARAÇLARDIR**

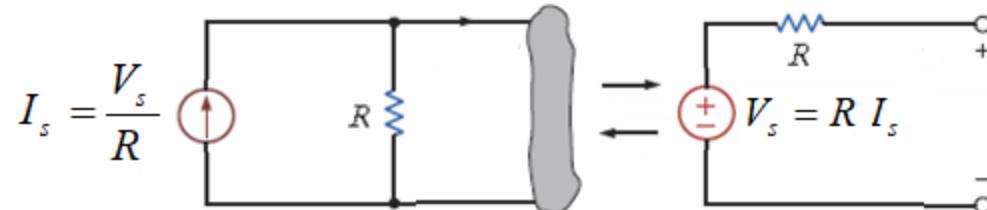
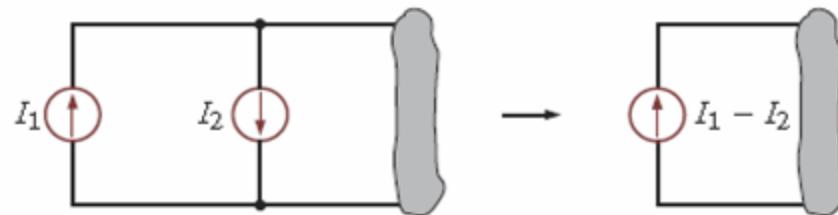
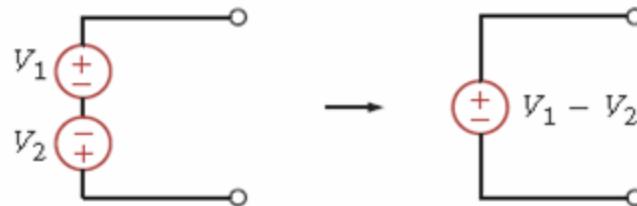
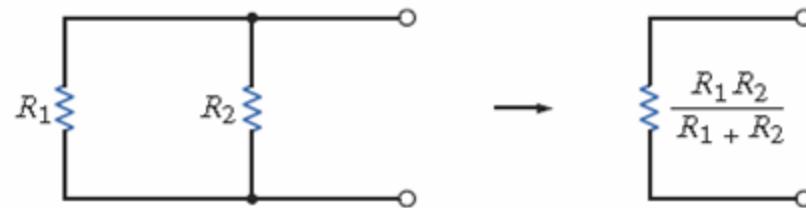
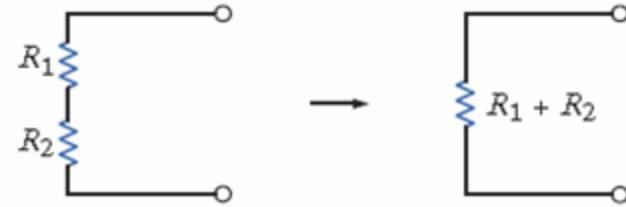
Daha önceki bölümde öğrendiğimiz teknikler, seri / paralel direnç birleştirmeleri, gerilim bölüşümü ve akım bölüşümü, genel metotlardan daha verimli olan fakat sınırlı bir uygulanabilirliğe sahip özel tekniklerdir.

Onları belleğimizde tutmak ve daha verimli olduklarında kullanmak gibi bir avantaja sahibiz.

**Bu bölümde,  
bazı devrelerin analizini basitleştiren ek tekniklerden bahsedeceğiz.**

**Aslında bu teknikler, şimdije kadar tanıttığımız kavramlar üzerine kuruludur: Doğrusallık ve devre eşdeğerliği.**

## BAZI EŞDEĞER DEVRELER

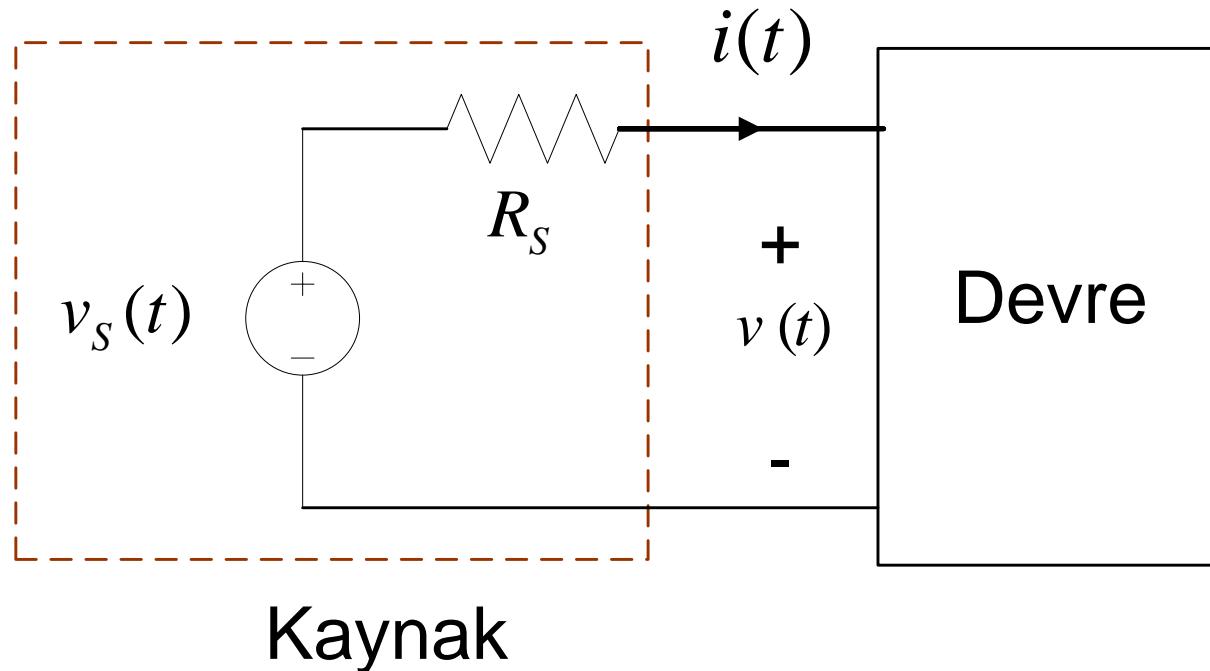


# Eşdeğer Kaynaklar

- İdeal akım kaynağı üreteceği akımın ihtiyacı kadar gerilime sahiptir.
- İdeal gerilim kaynağı üreteceği gerilime oranlı bir şekilde akım verir.
- Gerçek gerilim kaynağı isteğe göre büyük miktarda akımı karşılayamaz.
- Gerçek akım kaynağı isteğe göre büyük uç gerilimine sahip olamaz.

# Daha Gerçekçi Kaynak Modeli

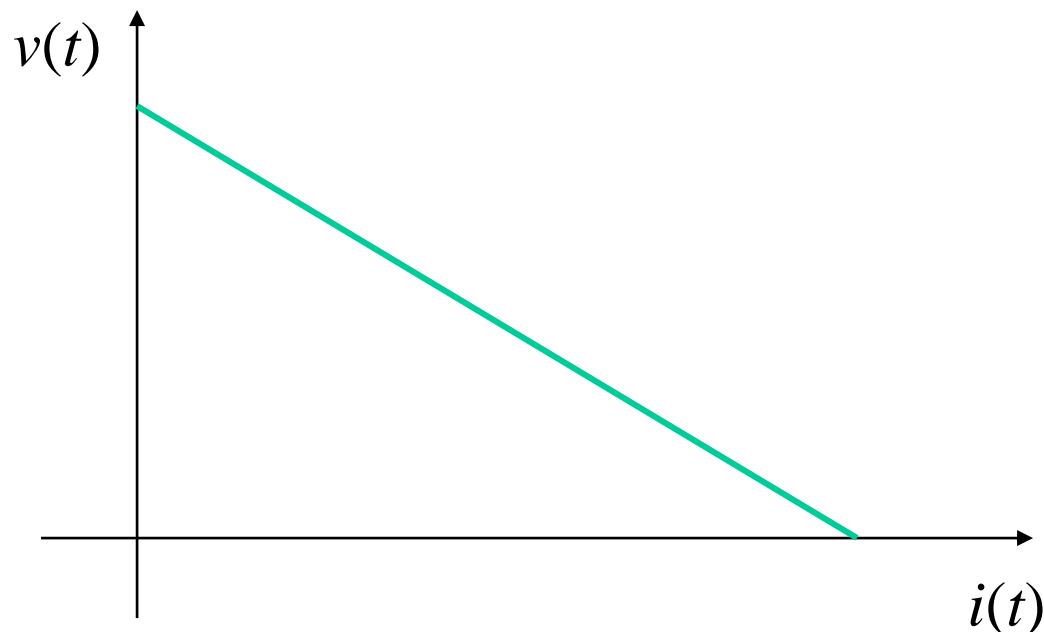
## Gerçek Gerilim Kaynağı



# I-V Bağıntısı

Bu kaynak modeli için I-V bağıntısı

$$v(t) = v_s(t) - R_s i(t)$$



# Açık Devre Gerilimi

- Eğer kaynaktan akım çekilmiyorsa kaynak açık devre olarak gösterilir.
- $i(t)$  sıfıra eşitken kaynak uçlarındaki gerilim, açık devre gerilimi olarak adlandırılır:

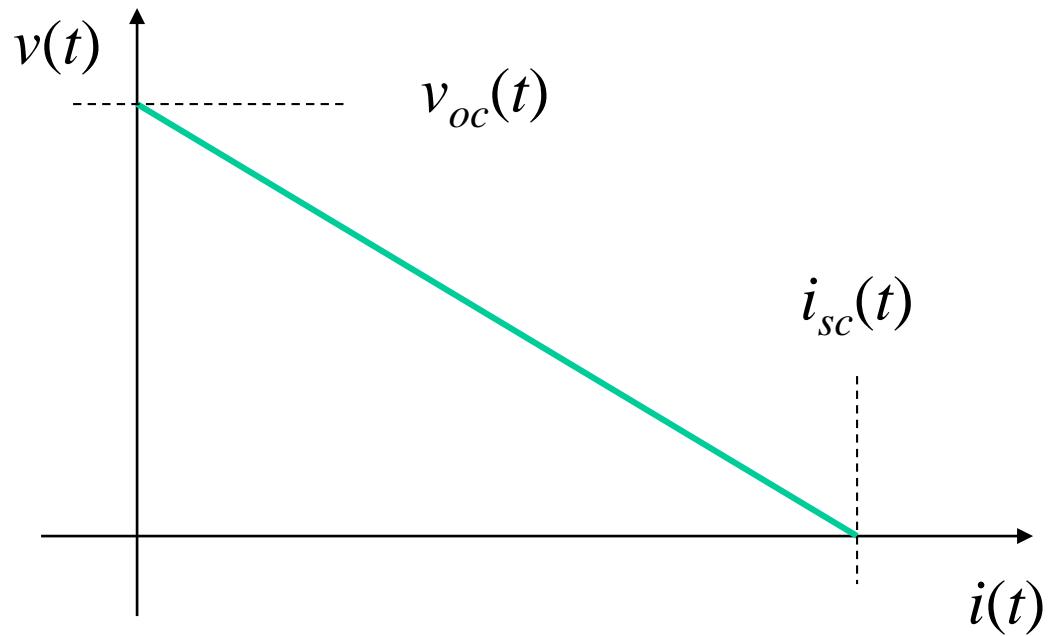
$$v_{oc}(t)$$

# Kısa Devre Akımı

- Eğer kaynak uçlarındaki gerilim sıfır ise, kaynak kısa devre olarak gösterilir.
- $v(t)$  sıfıra eşitken akan akım, kısa devre akımı olarak adlandırılır:

$$i_{sc}(t)$$

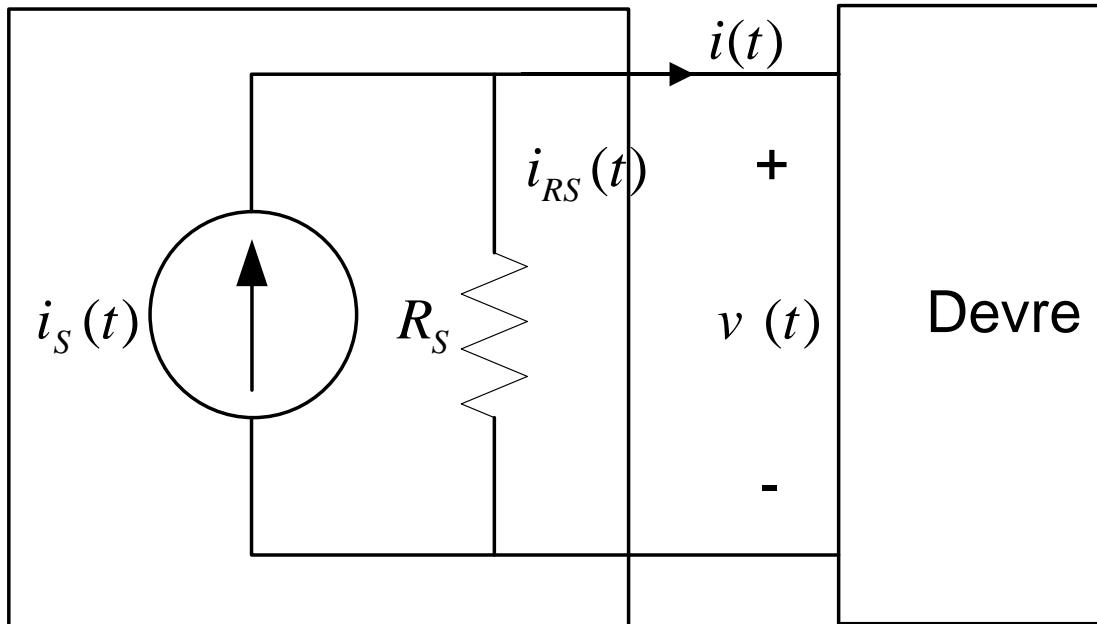
# $v_{oc}(t)$ ve $i_{sc}(t)$



## $v_{oc}(t)$ ve $i_{sc}(t)$

- I-V hattının her iki ekseni kestiği yerde, açık devre gerilimi ve kısa devre akımı belirlenir.
- Aynı I-V karakteristiklerine sahip her devre eşdeğer devredir.

# Gerçek Akım Kaynağı



$$i_{RS}(t) = \frac{v(t)}{R_s}$$

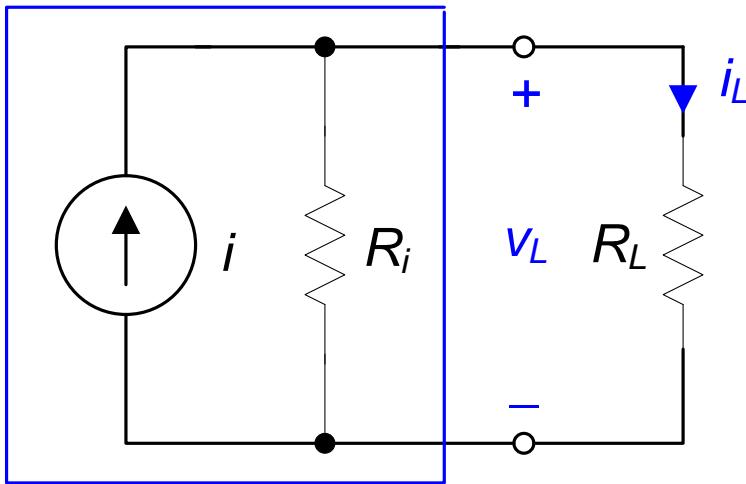
# Kaynak Dönüşümü

- Eşdeğer kaynaklar bazı devrelerin analizini basitleştirmek için kullanılabilir.
- Bir dirençle seri bağlı bir gerilim kaynağı, bir dirençle paralel bağlı bir akım kaynağına dönüştürülebilir.
- Bir dirençle paralel bağlı bir akım kaynağı, bir dirençle seri bağlı bir gerilim kaynağına dönüştürülebilir.

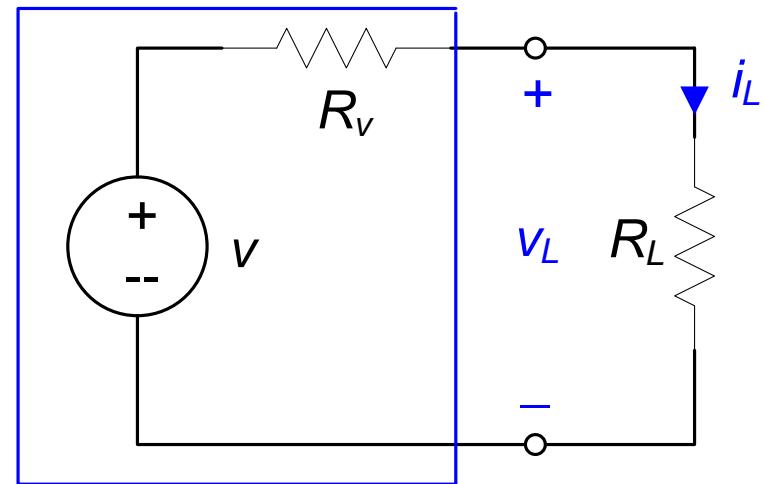
# Eşdeğer Kaynaklar

İki kaynağın eşdeğer olması için gerekli şartları belirlemeliyiz.

kaynak



kaynak



$$i = i_L + \frac{v_L}{R_i}$$

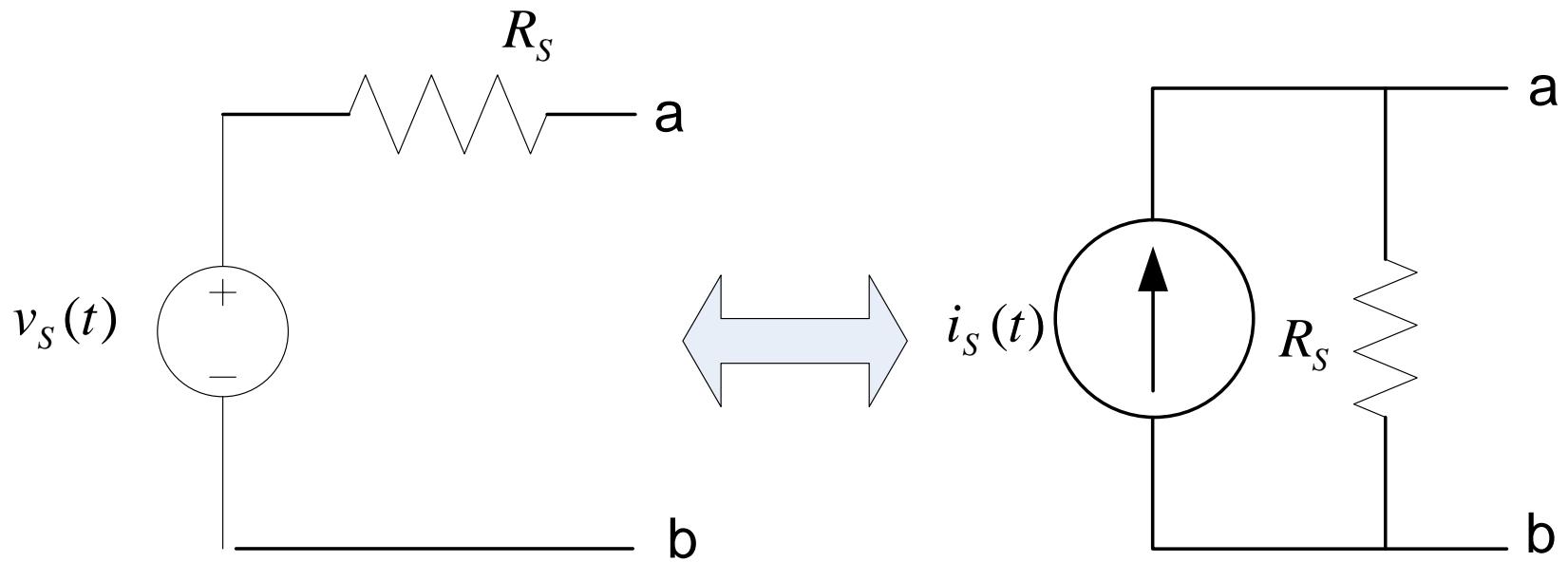
$$iR_i = R_i i_L + v_L$$

$$v = i_L R_v + v_L$$

İki devrenin eşdeğer olması için üç karakteristiklerinin aynı olması gereklidir

$$v = iR_i \quad ve \quad R_i = R_v \quad olmalı$$

# Kaynak Dönüşümü

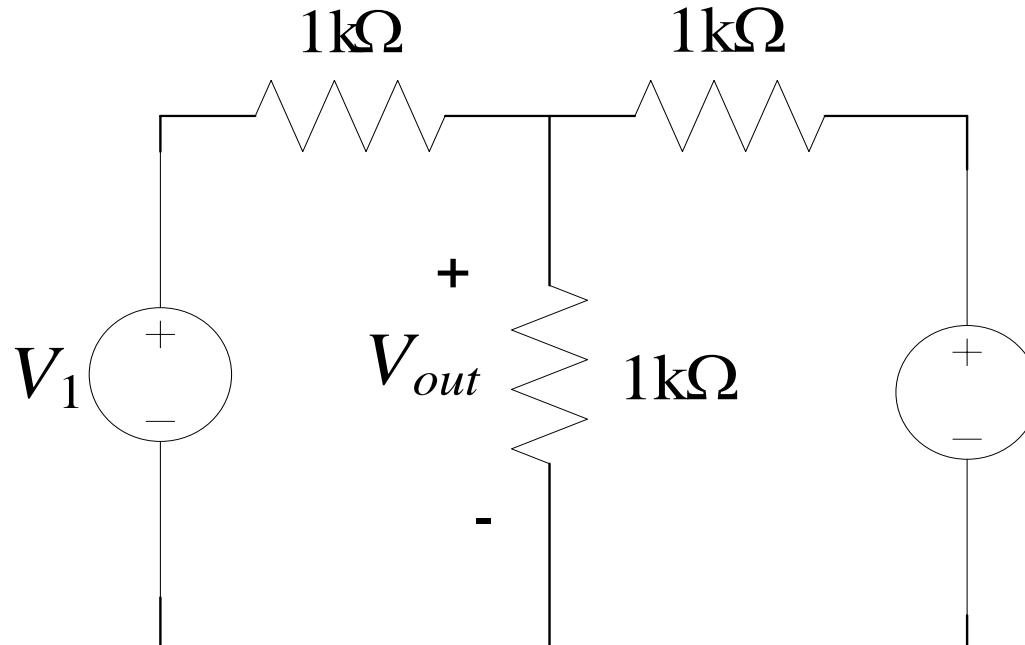


$$I_s = \frac{V_s}{R_s}$$

$$V_s = R_s I_s$$

# Kaynak Dönüşümü Analizi

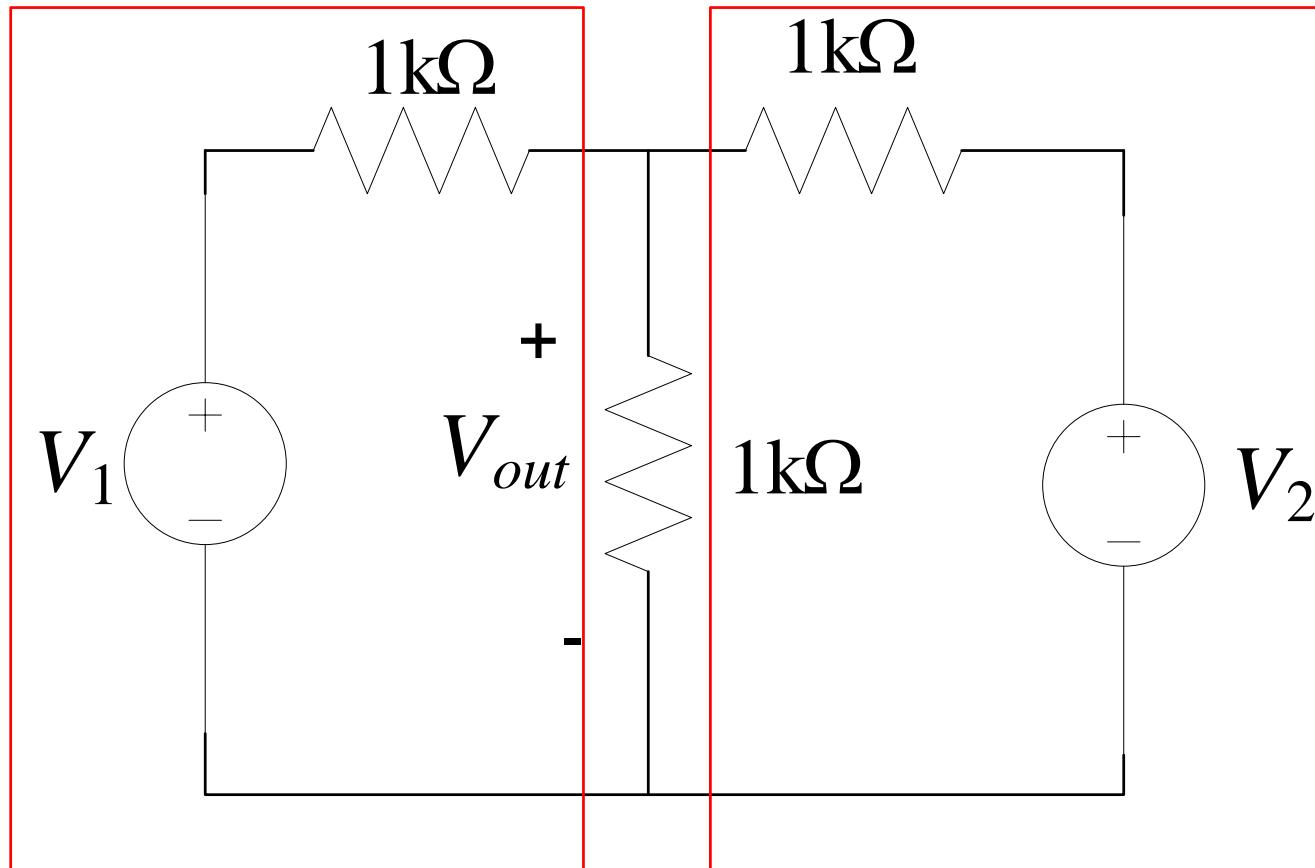
Örnek-1.  $V_{out}$  gerilimini bulunuz



Kaynak dönüşümü bu devrenin analiz edilmesini nasıl kolaylaştırır?

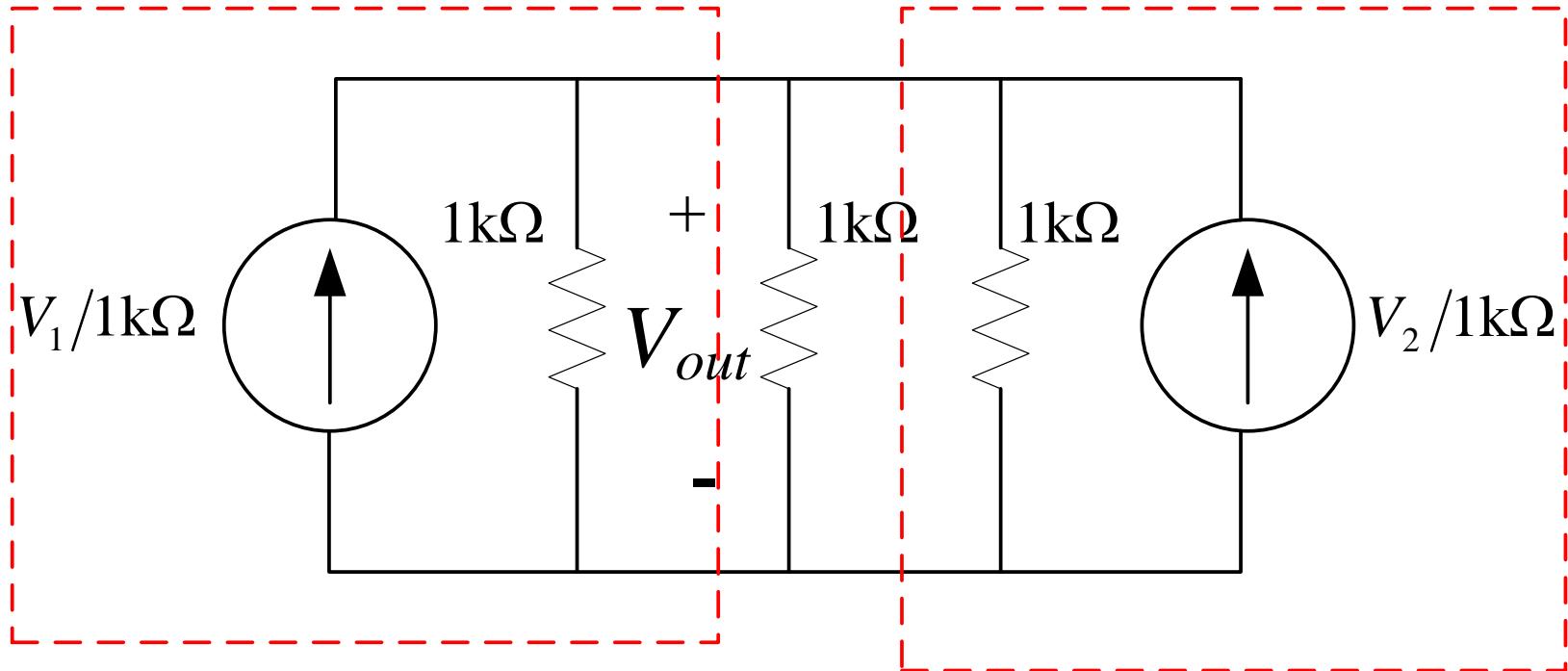
# Kaynak Dönüşümü Analizi

## Örnek-1. (devamı)



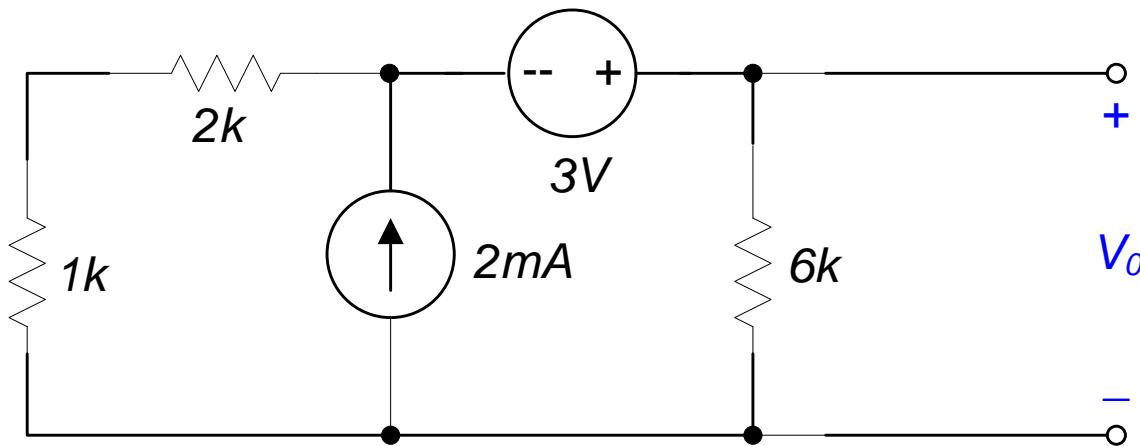
# Kaynak Dönüşümü Analizi

## Örnek-1. (devamı)

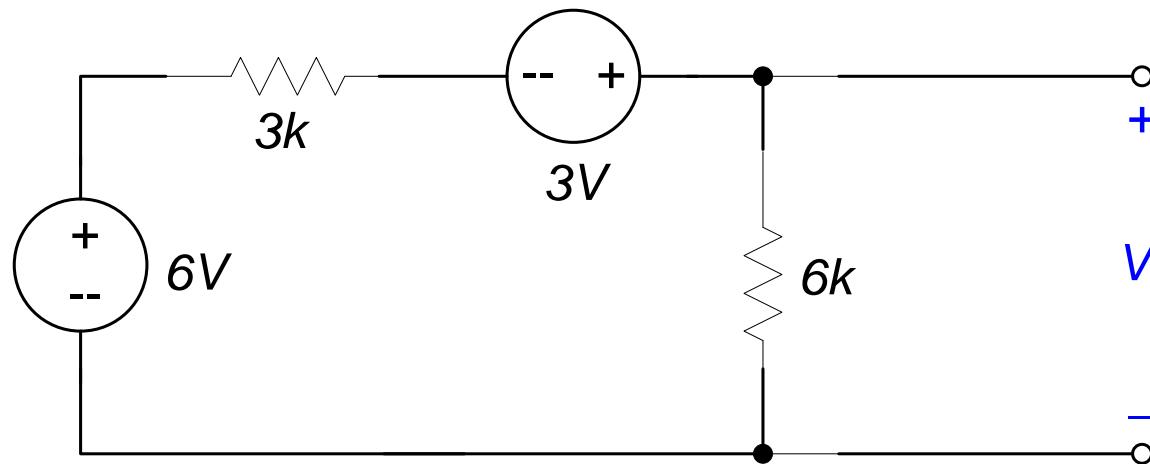


Tek düğüm çiftli devre olduğundan,  
akım bölüşümü kuralı uygulanabilir.

## Örnek-2. $V_0$ gerilimini bulunuz

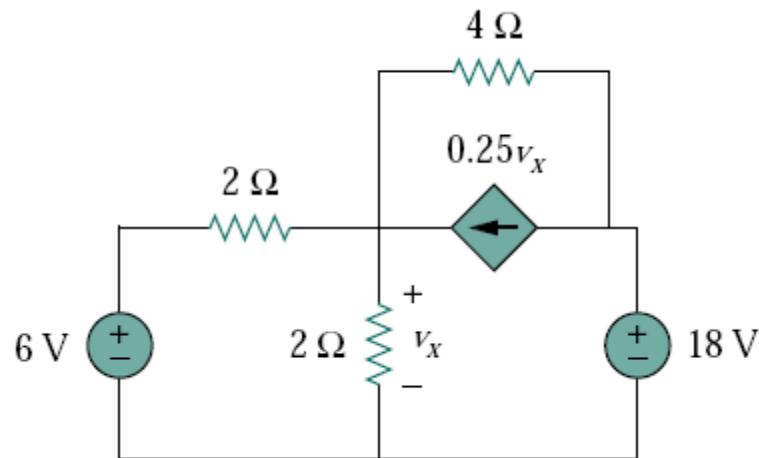


Kaynak dönüşümü yapılır ve gerilim bölüşümü ile  $V_0$  bulunur

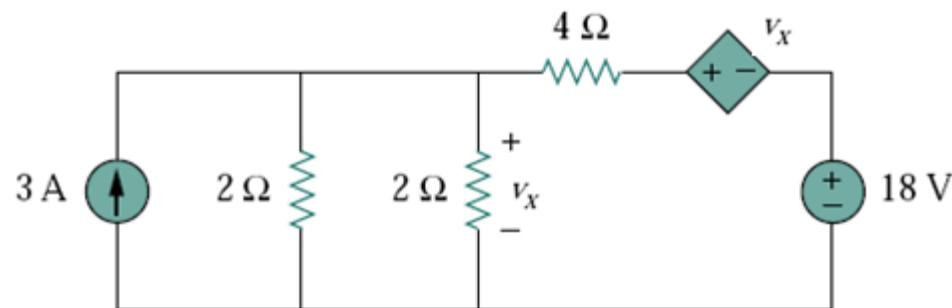


$$V_0 = 9 \left( \frac{6k}{3k + 6k} \right) = 6V$$

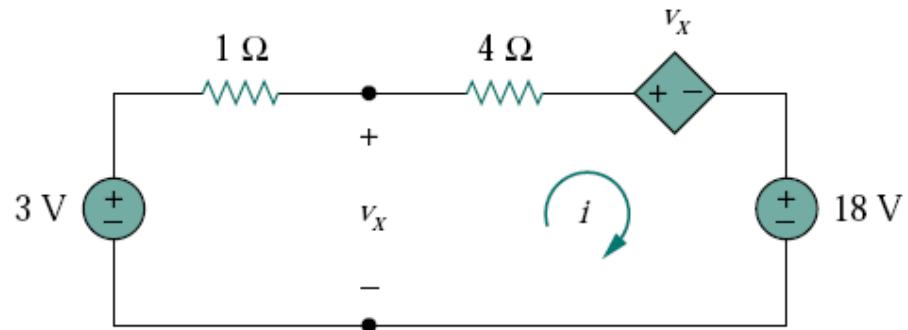
**Örnek-3. Şekildeki devrede  $V_x$  değerini kaynak dönüşümü ile bulunuz**



### 1.Adım



## 2.Adım



$$-3 + 5i + v_x + 18 = 0$$

$$-3 + 1i + v_x = 0 \quad \Rightarrow \quad v_x = 3 - i$$

Çevre denklemi yeniden düzenlenliğinde

$$15 + 5i + 3 - i = 0 \quad \Rightarrow \quad i = -4.5 \text{ A}$$

$$v_x = 3 - i = 7.5 \text{ V.}$$

## DOĞRUSALLIK

**Kullanılan modeller doğrusaldır.  
Matematiksel olarak bunlar, süperpozisyon ilkesini yerine getirirler.**

**MODEL**  $y = \mathbf{T}\mathbf{u}$  DOGRUSALDIR EGER

$$\mathbf{T}(\alpha_1\mathbf{u}_1 + \alpha_2\mathbf{u}_2) = \alpha_1\mathbf{T}\mathbf{u}_1 + \alpha_2\mathbf{T}\mathbf{u}_2 \text{ ISE.}$$

(muhtemel bütün  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$  giriş çiftleri

ve muhtemel bütün  $\alpha_1, \alpha_2$  katsayılar için)

**Doğrusallık tanımı, süperpozisyon ilkesini ikiye böler.**

$y = \mathbf{T}\mathbf{u}$  DOGRUSALDIR,

EGER;

$$1. \quad \mathbf{T}(\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2) = \mathbf{T}\mathbf{u}_1 + \mathbf{T}\mathbf{u}_2, \quad \forall \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2 \quad \text{toplamsalilik}$$

$$2. \quad \mathbf{T}(\alpha\mathbf{u}) = \alpha\mathbf{T}\mathbf{u}, \quad \forall \alpha, \forall \mathbf{u} \quad \text{carpimsallik}$$

Doğrusallık, toplanabilirlik ve çarpımsallık ilkelerinin bir arada olmasını gerektirir.

**Bir direnç elemanına**

**$i_1(t)$  akımı uygulanırsa;**  $v_1(t) = R i_1(t)$

**$i_2(t)$  akımı uygulandığında;**  $v_2(t) = R i_2(t)$

**Eğer,  $i_1(t)+i_2(t)$  akımı uygulanırsa,**

$$v(t) = R [i_1(t) + i_2(t)] = R i_1(t) + R i_2(t) = v_1(t) + v_2(t)$$

**Bu durum, toplanabilirlik özelliğini gösterir.**

**Ayrıca, akım sabit bir  $K_1$  değeri ile çarpılırsa, gerilim de  $K_1$  sabit değeri ile çarpılır.**

$$R K_1 i(t) = K_1 R i(t) = K_1 v(t)$$

**Bu durum ise çarpımsallık özelliğini gösterir.**

Doğrusallık devrenin birçok açıdan kullanışlılığını sağlar:

- *Superposizyon*: her kaynağın ayrı ayrı devreye etkisi hesaba katılır.
- *Eşdeğer devreler*: her devre eşdeğer kaynak ve direnç şeklinde gösterilebilir. (Thevenin ve Norton teoremleri).

- Konu olarak analiz metodlarından daha önemlidir, akım/gerilim değerlerinin toplamsallığına ve çarpımsallığına izin verir.
- Örnek olarak( $V = R I$ ):

➤ Eğer akım  $KI$  ise, yeni gerilim

$$R(KI) = KV$$

➤ Eğer akım  $I_1 + I_2$  ise, yeni gerilim

$$R(I_1 + I_2) = RI_1 + RI_2 = V_1 + V_2$$

## DOĞRUSALLIK

Dirençli devreler için düğüm analizi kullanılarak,

$Av = f$  biçiminde modeller elde edilir.

$v$  tüm düğüm gerilimlerini içeren bir vektör ve  
 $f$  bağımsız kaynaklara bağlı olan bir vektördür.

Aslında, model aşağıdaki gibi daha ayrıntılı ifade dilebilir.

$$Av = Bs$$

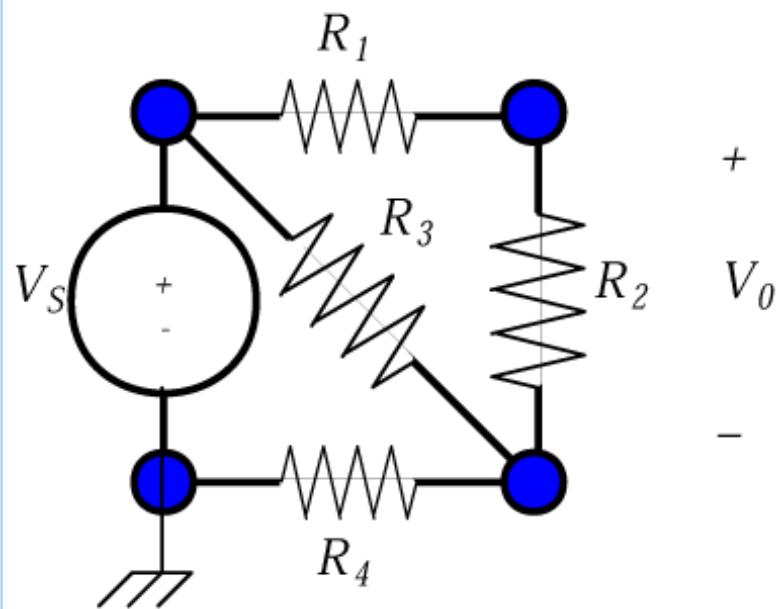
Burada, A, B, matrislerdir ve s, bağımsız tüm kaynakların bir vektördür.

Devre analizi için doğrusallık varsayımini,  
özel analiz teknikleri geliştirmek için kullanabiliriz.

ÖNCE MEVCUT TEKNİKLERİ BİR GÖZDEN GEÇİRELİM

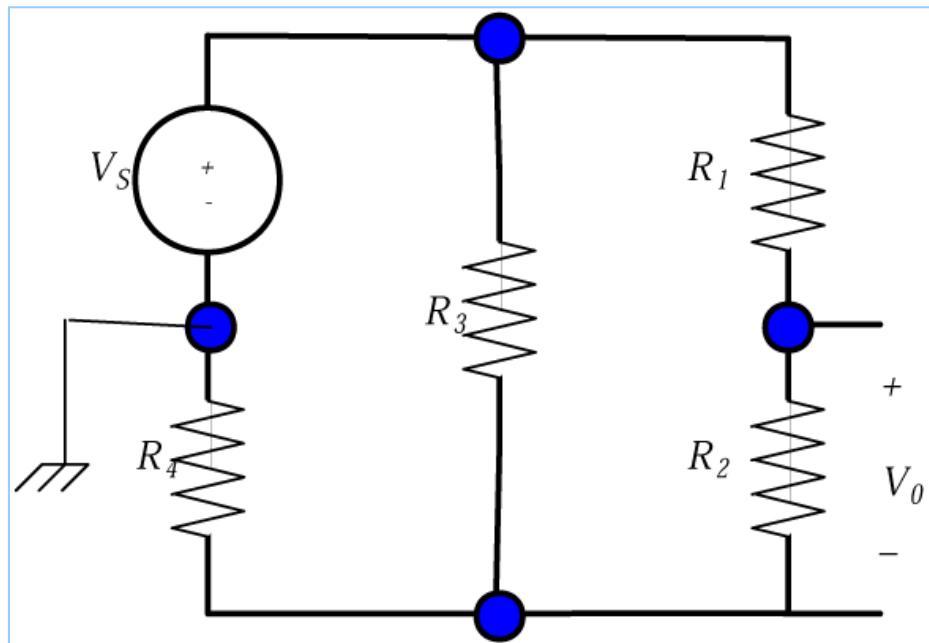
# GEÇMİŞ TEKNİKLERİ GÖZDEN GEÇİRMEK İÇİN BİR ÖRNEK

V<sub>O</sub>'I BULUN

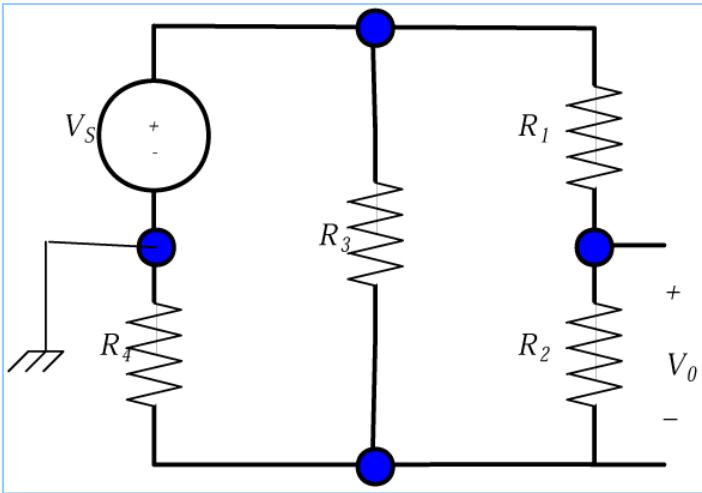


MEVCUT ÇÖZÜM TEKNİKLERİ?

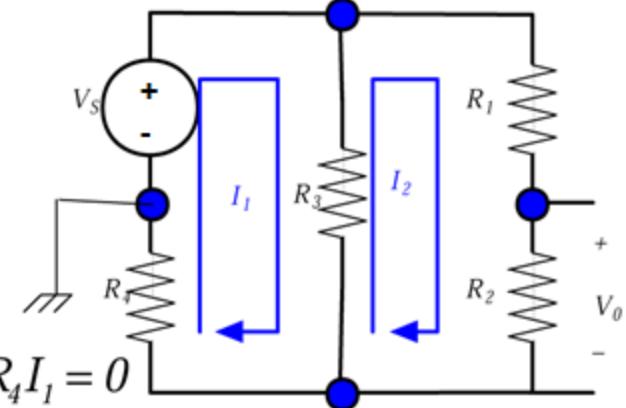
Devrenin yeniden çizilmesi, özel durumların tanınmasında bize yardımcı olabilir



## V<sub>O</sub>'I BULUN



## ÇEVRE ANALİZİ

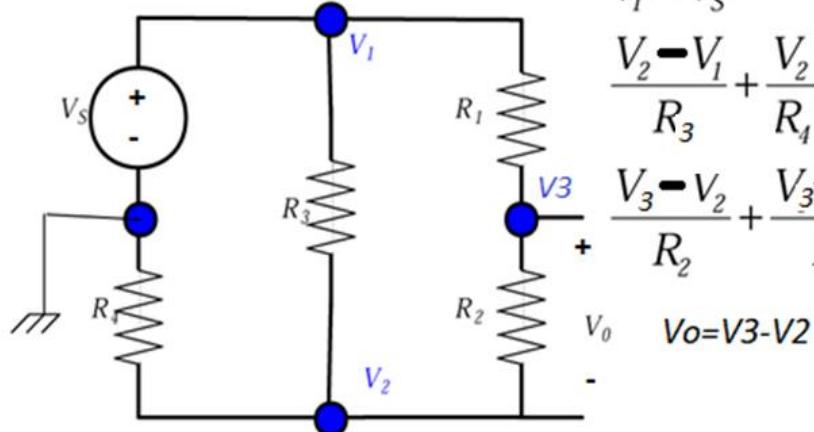


$$-V_S + R_3(I_1 - I_2) + R_4 I_1 = 0$$

$$R_3(I_2 - I_1) + (R_1 + R_2)I_2 = 0$$

$$V_O = R_2 I_2$$

## DÜĞÜM ANALİZİ



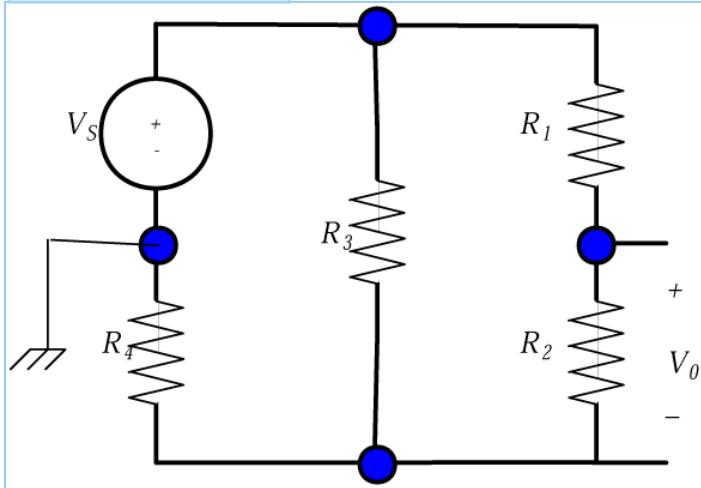
$$V_I = V_S$$

$$\frac{V_2 - V_I}{R_3} + \frac{V_2}{R_4} + \frac{V_2 - V_3}{R_2} = 0$$

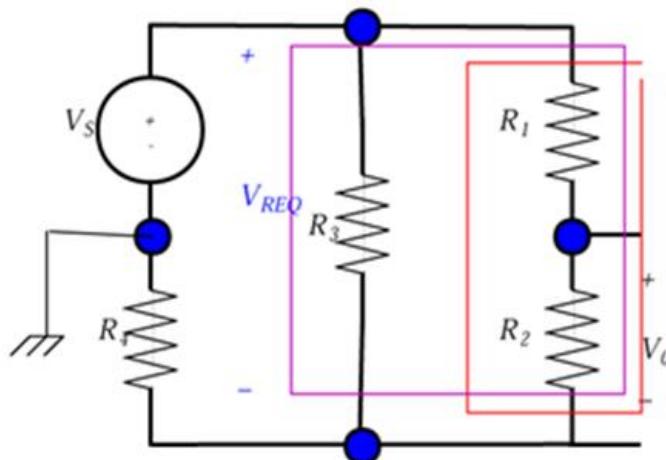
$$\frac{V_3 - V_2}{R_2} + \frac{V_3 - V_I}{R_1} = 0$$

$$V_O = V_3 - V_2$$

$V_o$ 'I BULUN



SERİ/PARALEL DİRENÇ BİRLEŞTİRME



$$R_{EQ} = \frac{R_3(R_l + R_2)}{R_l + R_2 + R_3}$$

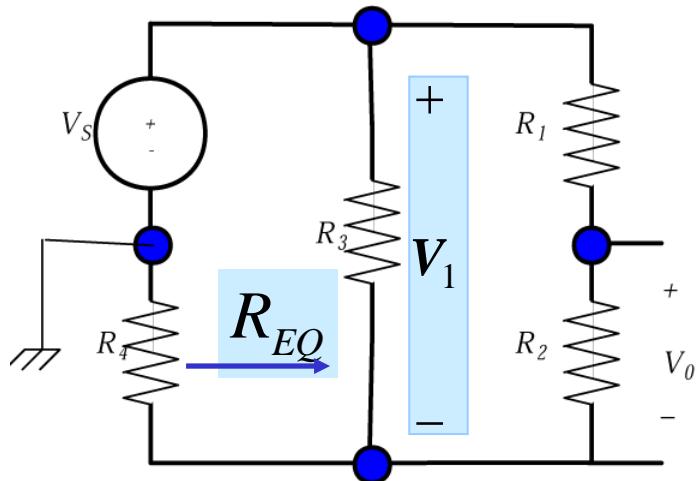
$$R_{EQ} = R_3 // (R_l + R_2)$$

$$V_{REQ} = \frac{R_{EQ}}{R_{EQ} + R_4} V_S$$

GERİLİM BÖLÜŞÜMÜ

$$V_o = \frac{R_2}{R_l + R_2} V_{REQ}$$

## ÇARPIMSALLIĞI KULLANARAK ÇÖZÜM



Cevabın bilinmekte olduğunu varsayalım.  
Girişleri kolay bir şekilde hesaplayabilir miyiz ?

Vo verilirse, V1 ters gerilim bölücü ile  
hesaplanabilir

$$V_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_0$$

... ve Vs ikinci bir ters gerilim bölücü ile hesaplanır.

$$V_S = \frac{R_4 + R_{EQ}}{R_{EQ}} V_1 = \frac{R_4 + R_{EQ}}{R_{EQ}} \frac{R_1 + R_2}{R_2} V_0$$

Vo değişkenini şimdi çözün

# ÇARPIMSALLIĞI KULLANARAK ÇÖZÜM

İşlem tamamen algoritmik yapılabılır

1. Vo'a keyfi bir değer verin (örn. V'o = 1)

2. Kaynak değerini hesaplayın ve V'\_s diye adlandırın

3. Doğrusallığı kullanın.

$$V'_S \rightarrow V'_0 \Rightarrow kV'_S \rightarrow kV'_0, \forall k$$

4. Verilen kaynak değeri (V\_s),

$$k = \frac{V_s}{V'_S}$$

'ye karşılık gelir.

Dolayısıyla istenen çıkış değeri,

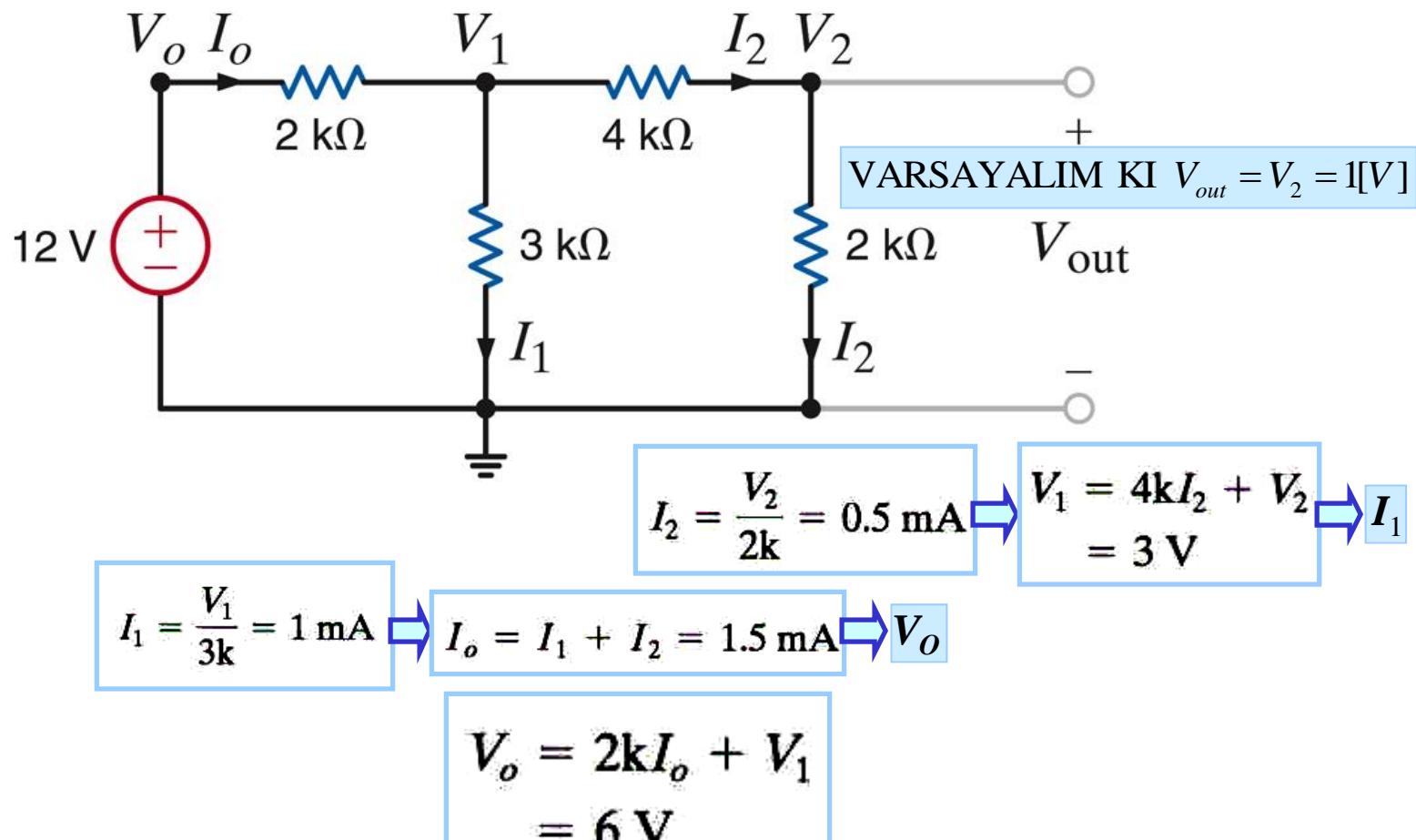
$$V_0 = kV'_0 = \frac{V_s}{V'_S} V'_0$$

Bu özel problemler için kullanışlı bir araçtır.

Normalde tek bir kaynak olduğu zaman, problemin geriye doğru çözülmesi aslında daha kolaydır.

# ÇARPIMSALLIĞI KULLANARAK ÇÖZÜN

$V_{out}$ 'ı bulun



ŞİMDİ ÇARPIMSALLIĞI KULLANALIM

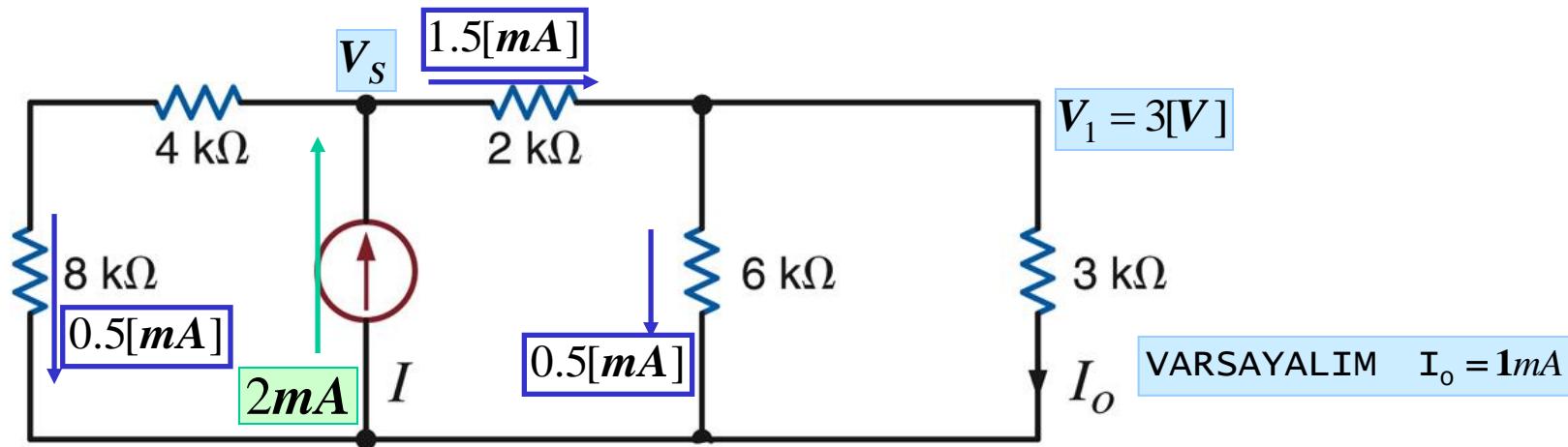
$$V_o = 6[V] \rightarrow V_{out} = 1[V]$$

$$V_o = 12[V] \rightarrow V_{out} = 2[V]$$

## ÖRNEK

## ÇARPIMSALLIĞI KULLANARAK $I_o$ 'BULUN, $I=6mA$

$$V_S = 1.5[mA] \times 2k\Omega + V_1 = 6[V]$$



ÇARPIMSALLIĞI KULLANIN

$$I = 2mA \rightarrow I_o = 1mA$$

$$I = 6mA \rightarrow I_o = \underline{\hspace{2cm}}$$

## KAYNAK SÜPERPOZİSYONU

Bu teknik doğrusallığın doğrudan uygulamasıdır

“Birçok bağımsız kaynak içeren herhangi bir doğrusal devrede, devrenin herhangi bir noktasındaki gerilim ve akım her kaynağın tek başına etkilerinin cebirsel toplamı olarak hesaplanabilir.”

**Devrede yalnızca birkaç kaynak olduğunda kullanışlıdır.**

# Süperpozisyon İşlem Basamakları

1. Her bağımsız gerilim ve akım kaynağı için:
    - a) diğer bağımsız gerilim kaynakları kısa devre edilir.  
(i.e.,  $V = 0$ ).
    - b) diğer bağımsız akım kaynakları açık devre edilir.  
(i.e.,  $I = 0$ ).
  - Not: Bağımlı kaynaklara dokunulmaz!
  - c) Bu gerilim veya akım kaynağının hesaplanacak değişkene ne kadar etki yaptığı hesaplanır.
  2. Her bağımsız kaynağın yaptığı etki cebirsel olarak toplanır.

**Diğer bağımsız kaynaklar sıfırlanarak, seçilmiş bağımsız kaynağın devreye yaptığı katkı bulunmaktadır.**

**Gerilim kaynağı  $\Rightarrow$  Kısa devre.**

## Akim Kaynağı ⇒ Açık devre.

DAHA KOLAY AÇIKLAMAK İÇİN,  
SADECE İKİ KAYNAKTAN OLUŞAN BİR DEVRE  
KULLANIYORUZ

## Doğrusallıktan dolayı

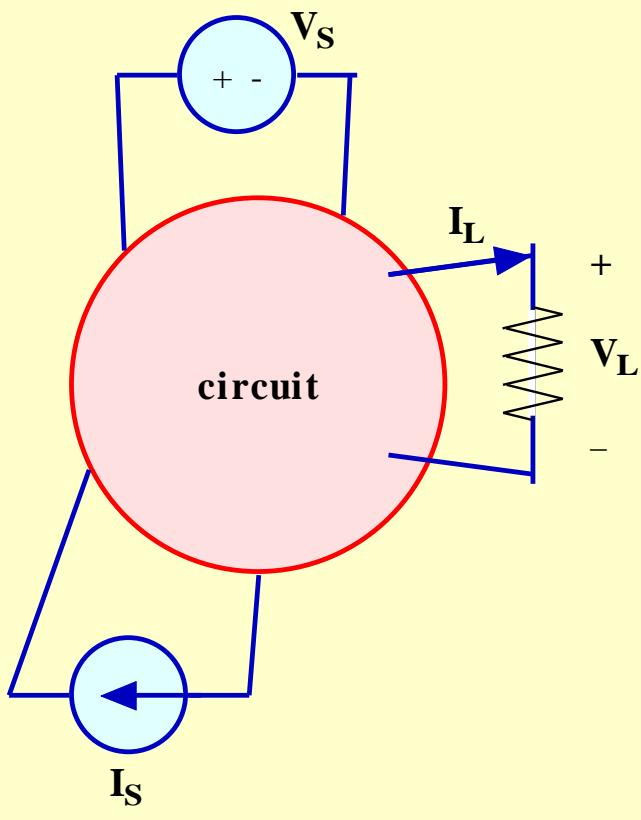
$$V_L = a_1 V_S + a_2 I_S$$

$V_S$ 'NIN KATKISI

$$V_L^1$$

$I_S$ 'NIN KATKISI

$$V_L^2$$



$$V_L^1$$

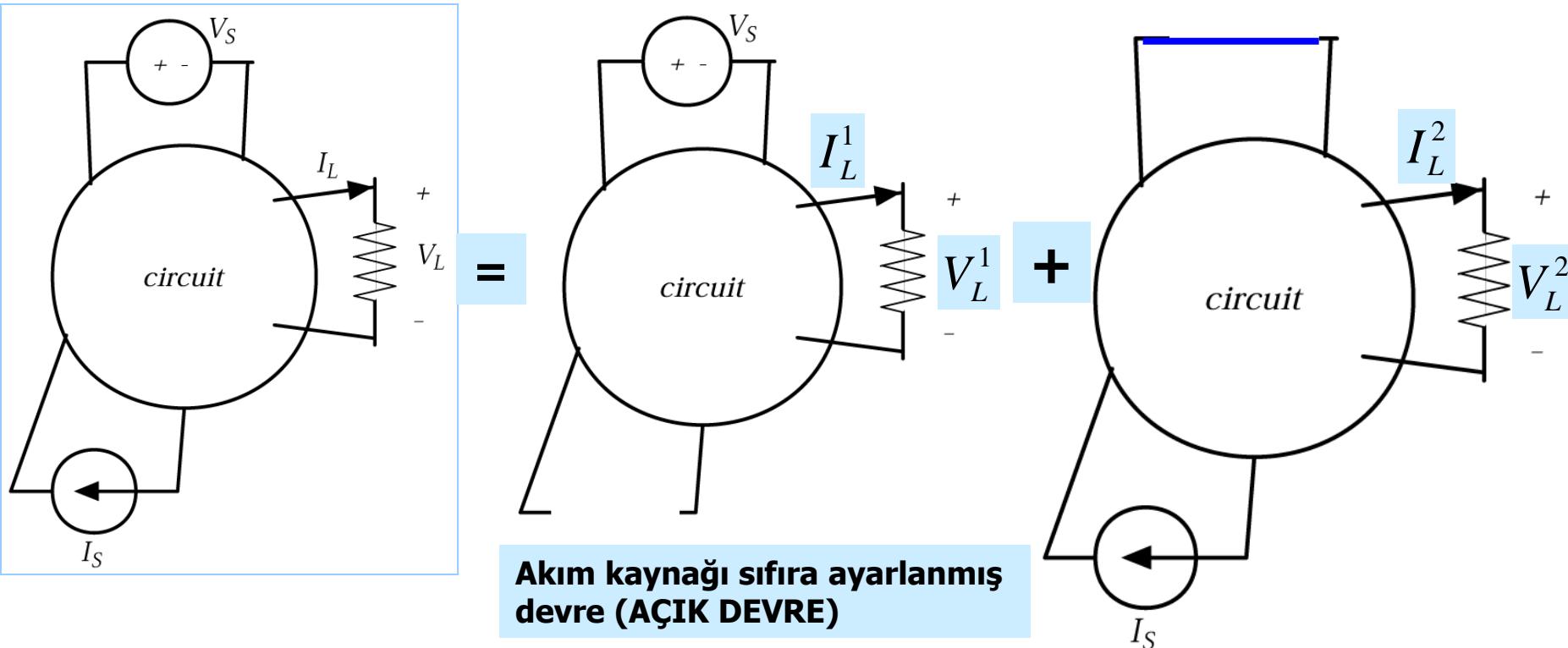
Akım kaynağını sıfıra ayarlayıp devreyi  
çözerek hesaplanabilir

$$V_L^2$$

Gerilim kaynağını sıfıra ayarlayıp devreyi  
çözerek hesaplanabilir

## KAYNAK SÜPERPOZİSYONU

Gerilim kaynağı sıfıra ayarlanmış devre (KISA DEVRE EDİLMİŞ)



Modellerin doğrusallığından dolayı

$$I_L = I_L^1 + I_L^2$$

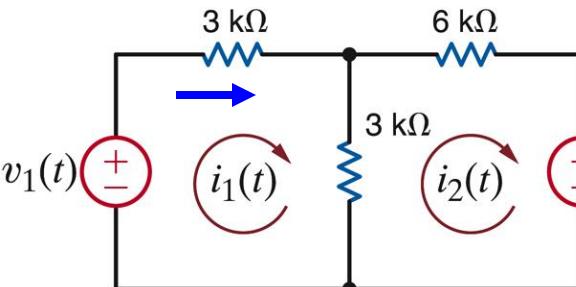
$$V_L = V_L^1 + V_L^2$$

Kaynak Süperpozisyonu prensibi

Tek kaynaklı iki devrenin çözümü, iki kaynaklı tek devrenin çözümünden daha basit veya daha uygun olursa, bu yaklaşım kullanışlı olacaktır.

## ÖRNEK

$i_1$  Akımını hesaplayınız

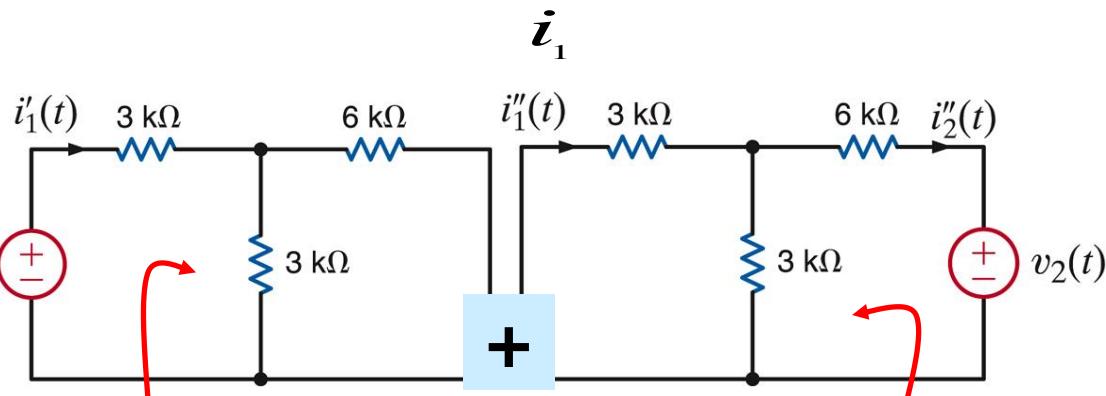


=

$$6ki_1(t) - 3ki_2(t) = v_1(t)$$

$$-3ki_1(t) + 9ki_2(t) = -v_2(t)$$

Çevre denklemleri



$$R_{eq} = 3 + 3 \parallel 6 [k]$$

$$R_{eq} = 6 + (3 \parallel 3) [k]$$

$$i_1'(t) = \frac{v_1(t)}{3k + \frac{(3k)(6k)}{3k + 6k}}$$

$$= \frac{v_1(t)}{5k}$$

v1'in etkisi

$$i_2'' = \frac{v_2}{R_{eq}}$$

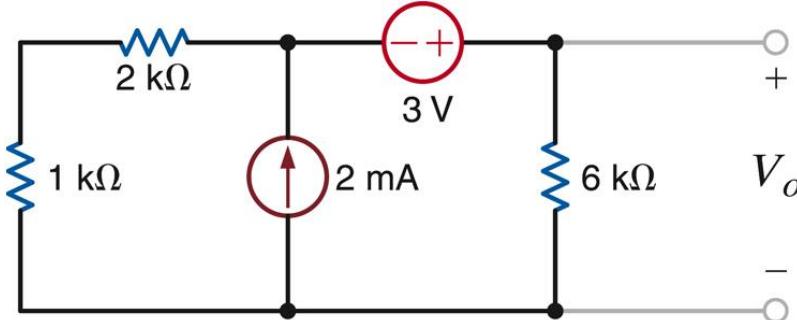
$$i_1''(t) = \frac{-2v_2(t)}{15k} \left( \frac{3k}{3k + 3k} \right)$$

$$= \frac{-v_2(t)}{15k}$$

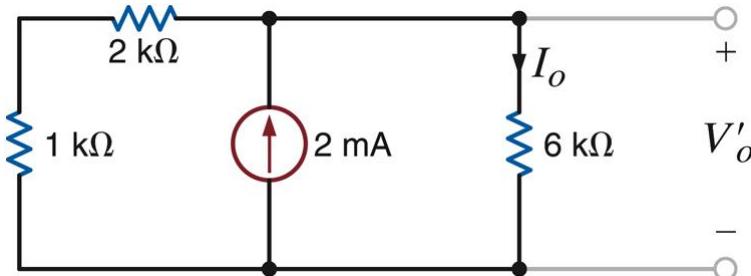
v2'nin etkisi

## ÖRNEK

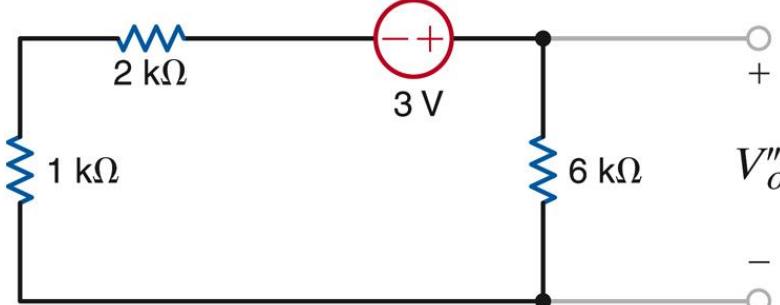
$V_0'$ '1 superpozisyon ile bulunuz



Gerilim kaynağı sıfıra ayarlanır



Akım kaynağı sıfıra ayarlanır



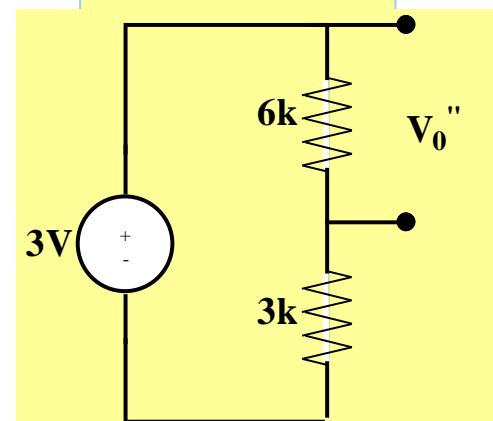
$$I_o = (2 \times 10^{-3}) \left( \frac{1k + 2k}{1k + 2k + 6k} \right)$$

Akım bölüşümü

$$V'_o = I_o(6k) = 4 \text{ V}$$

Ohm' kanunu

Gerilim Bölgüsü

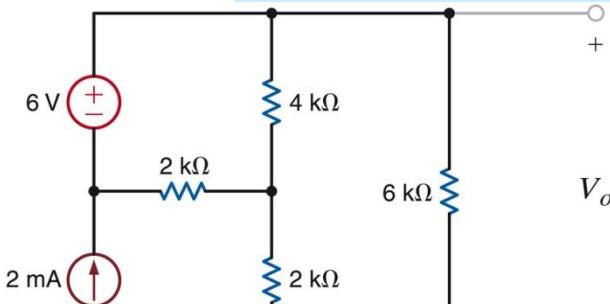


$$V''_o = 3 \left( \frac{6k}{1k + 2k + 6k} \right) = 2 \text{ [V]}$$

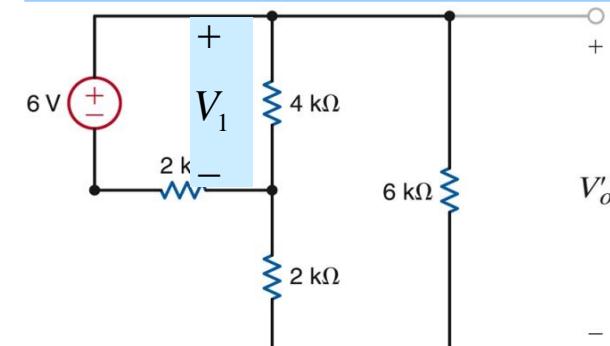
$$V_0 = V'_o + V''_o = 6 \text{ [V]}$$

## ÖRNEK

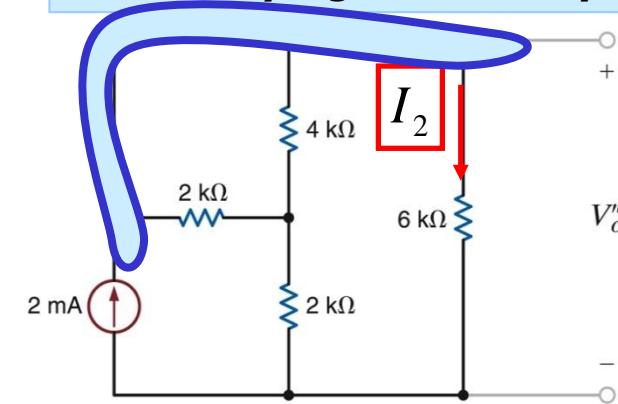
$V_0'$ 'ı superpozis yon ile bulunuz



Akım kaynağı açık devre yapılır



Gerilim kaynağı kısa devre yapılır

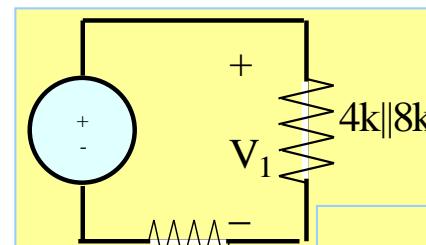


Devreyi yeniden çizebilirsiniz

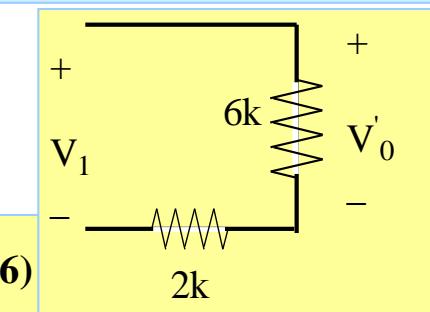
Herbir devreyi ayrı ayrı çözmeliyiz

Eğer  $V_1$  biliniyorsa,  $V'_o$  gerilim bölücü ile elde edilir

$V_1$  direnç birleştirme ve gerilim bölücü ile elde edilebilir

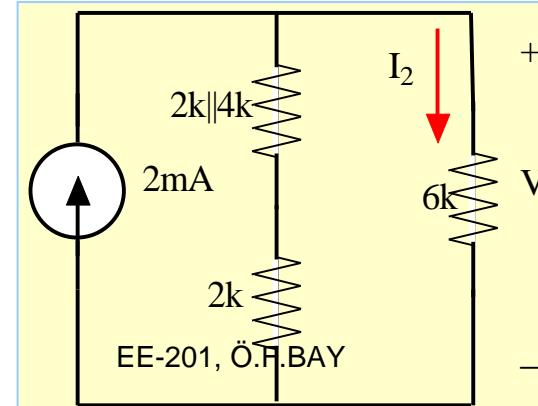


$$V_1 = \frac{(8/3)k}{2k + (8/3)k} (6)$$



$$V'_o = \frac{6k}{6k + 2k} V_1 = \frac{18}{7} [V]$$

$I_2$  akımı akım bölücü ile elde edilebilir  
Ve  $V''_o$  Ohm kanunu ile bulunabilir

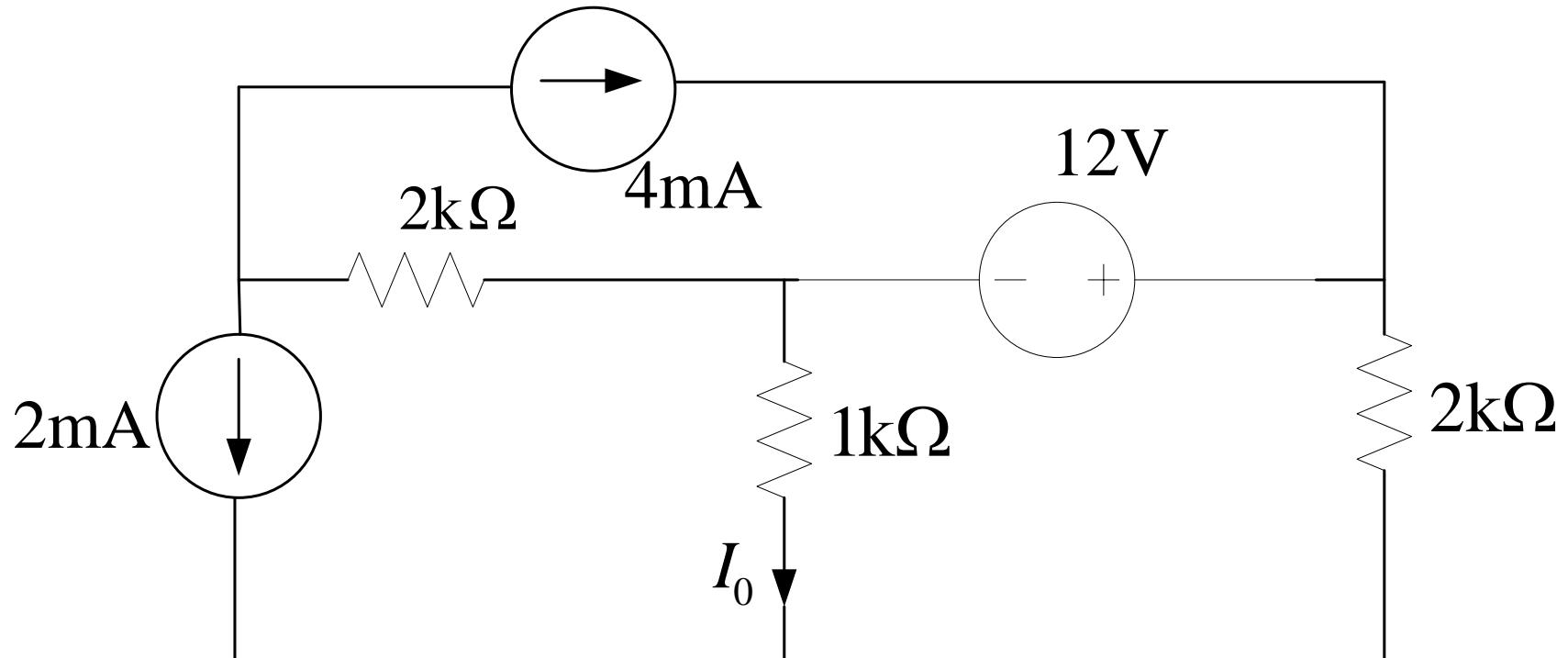


$$I_2 = \frac{2k + (2k \parallel 4k)}{2k + 6k + (2k \parallel 4k)} (2)mA$$

$$V''_o = 6kI_2 = \frac{30}{7} volt$$

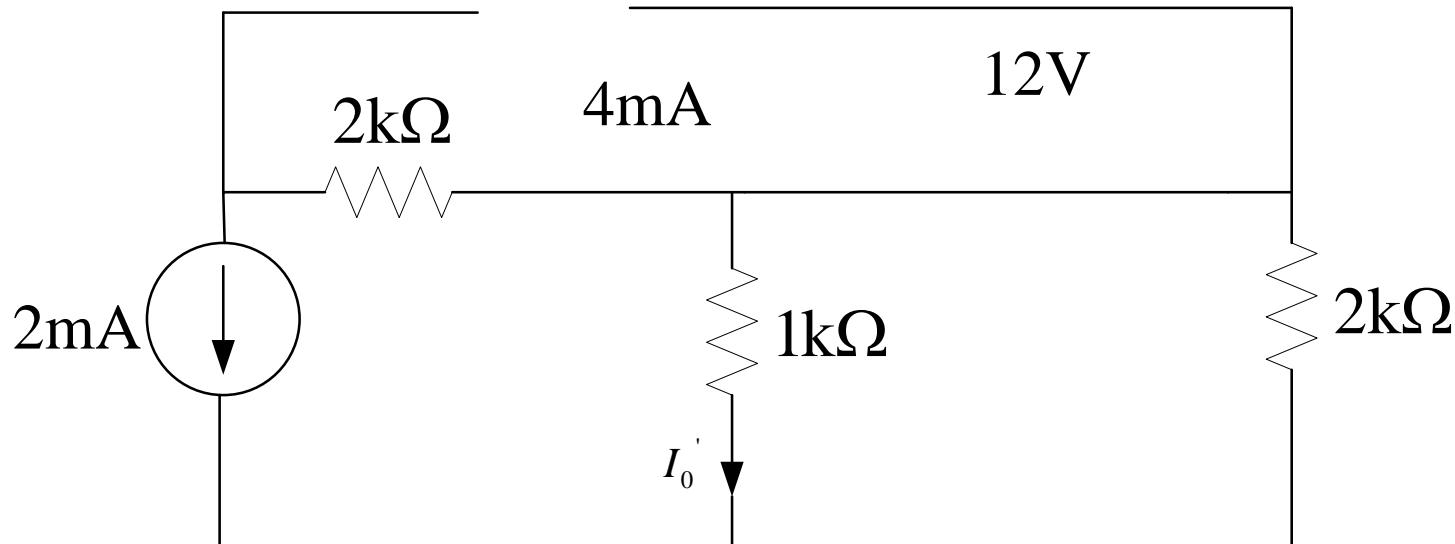
$$V_o = V'_o + V''_o = \frac{48}{7} volt$$

**Örnek-2.  $I_0$ 'ı Süperpozisyon analizi ile bulunuz**



## Örnek-2. (devamı)

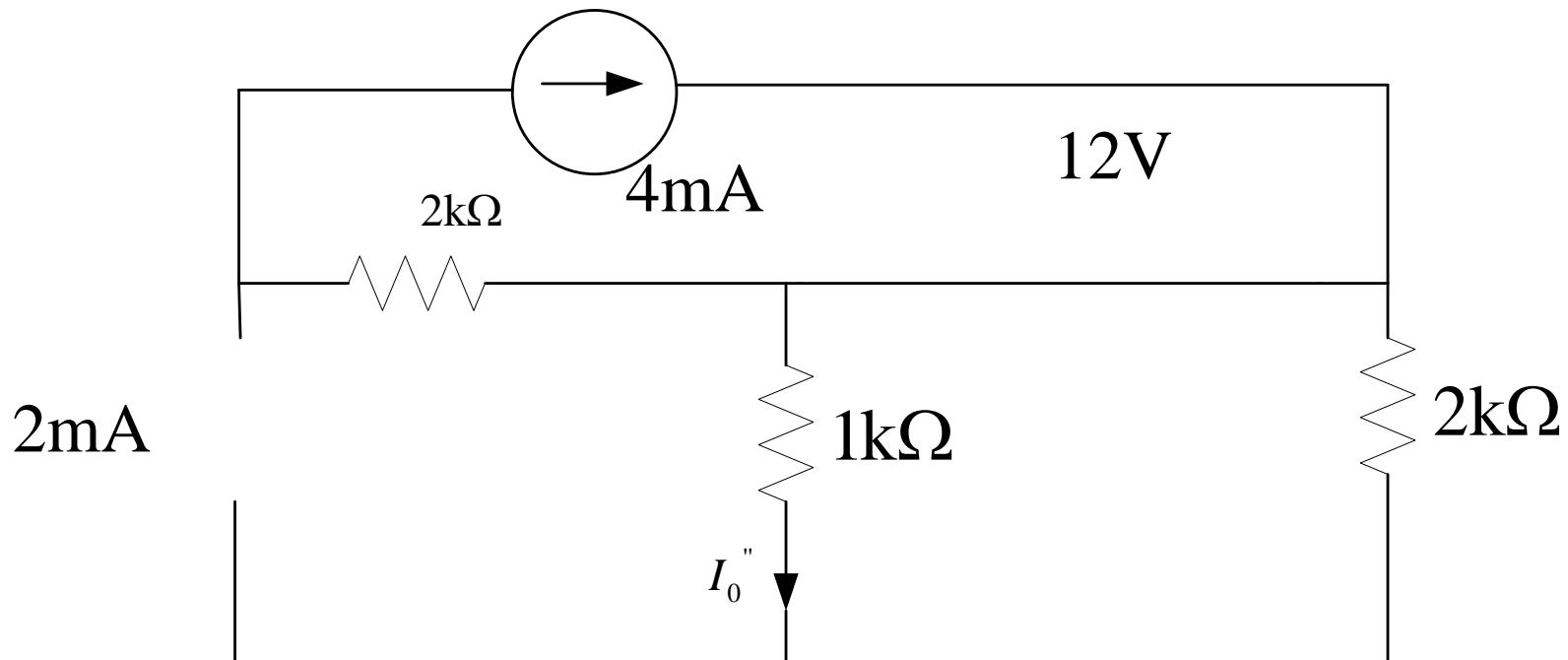
2mA lik kaynağın etkisi



$$I'_0 = -4/3 \text{ mA}$$

## Örnek-2. (devamı)

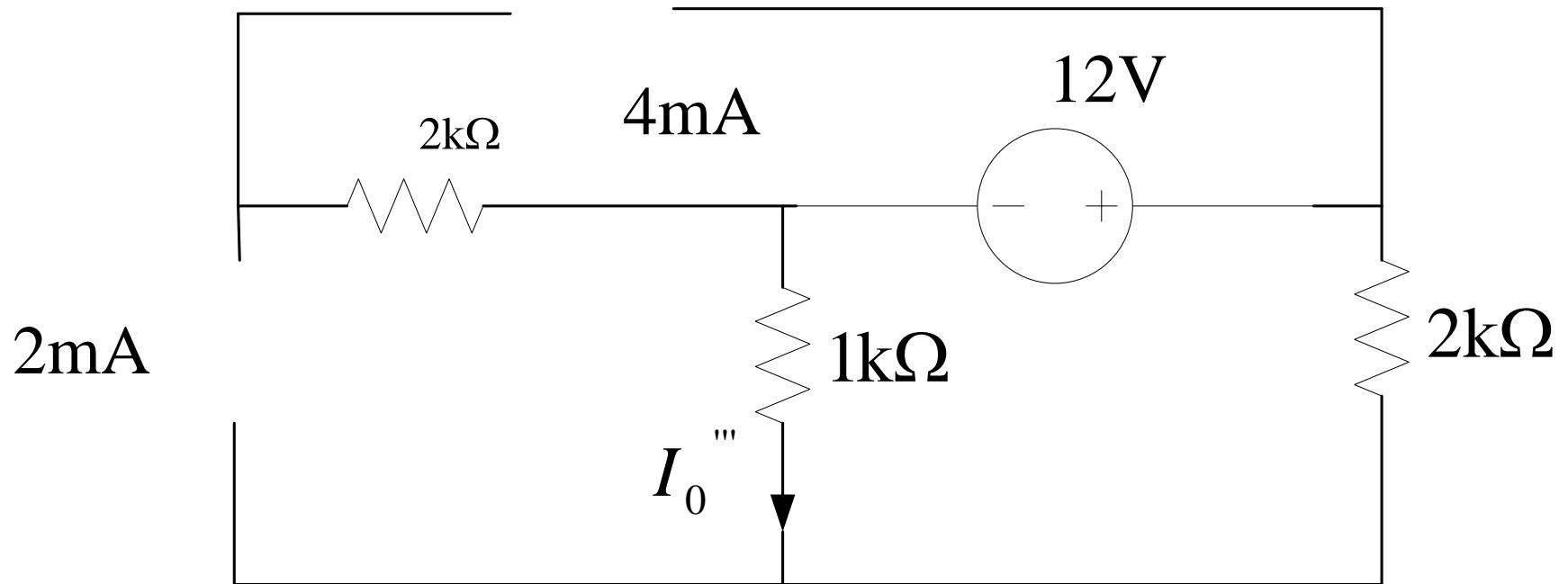
4mA lik kaynağın etkisi



$$I''_0 = 0$$

## Örnek-2. (devamı)

12 V luk kaynağın etkisi



$$I'''_0 = -4 \text{ mA}$$

## Örnek-2. (devamı)

### Sonuç

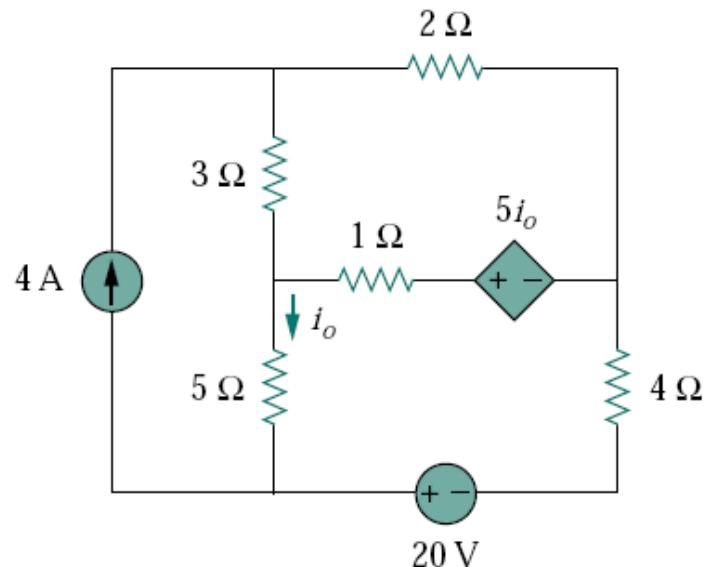
$$I_0' = -4/3 \text{ mA}$$

$$I_0'' = 0$$

$$I_0''' = -4 \text{ mA}$$

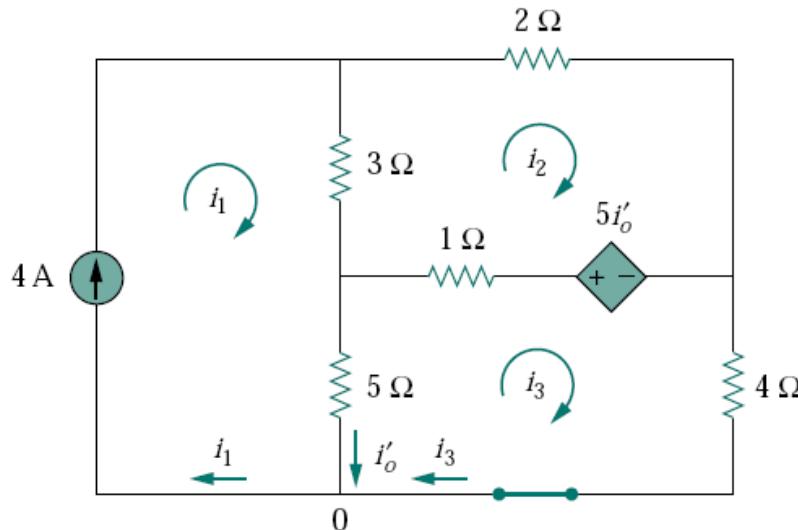
$$I_0 = I_0' + I_0'' + I_0''' = -16/3 \text{ mA}$$

### Örnek-3. $i_o$ akımını süperpozisyon ile bulunuz



## Örnek-3. (devamı)

### 1.Adım



$$i_1 = 4 \text{ A}$$

$$-3i_1 + 6i_2 - 1i_3 - 5i'_o = 0$$

$$-5i_1 - 1i_2 + 10i_3 + 5i'_o = 0$$

$$i_3 = i_1 - i'_o = 4 - i'_o$$

Denklemler düzenlenliğinde;

$$3i_2 - 2i'_o = 8$$

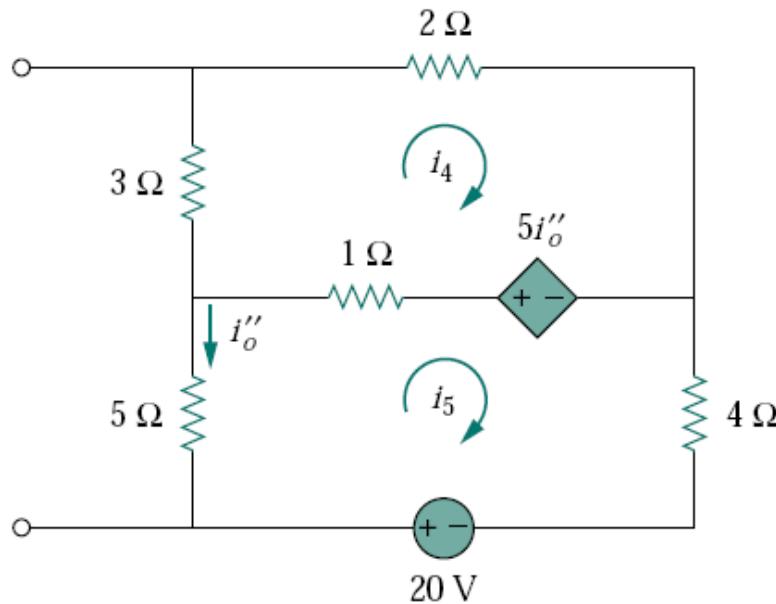
$$i_2 + 5i'_o = 20$$

Denklemler çözüldüğünde;

$$i'_o = \frac{52}{17} \text{ A}$$

### Örnek-3. (devamı)

#### 2. Adım



$$6i_4 - i_5 - 5i_o'' = 0$$

$$-i_4 + 10i_5 - 20 + 5i_o'' = 0$$

$$i_5 = -i_o''.$$

Denklemler düzenlenliğinde;

$$\begin{aligned} 6i_4 - 4i_o'' &= 0 \\ i_4 + 5i_o'' &= -20 \end{aligned}$$

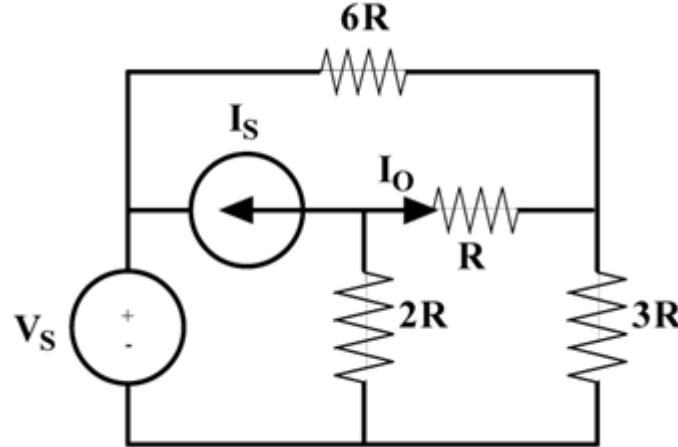
Sonuç;

$$i_o = i'_o + i''_o \quad i_o = -\frac{8}{17} = -0.4706 \text{ A}$$

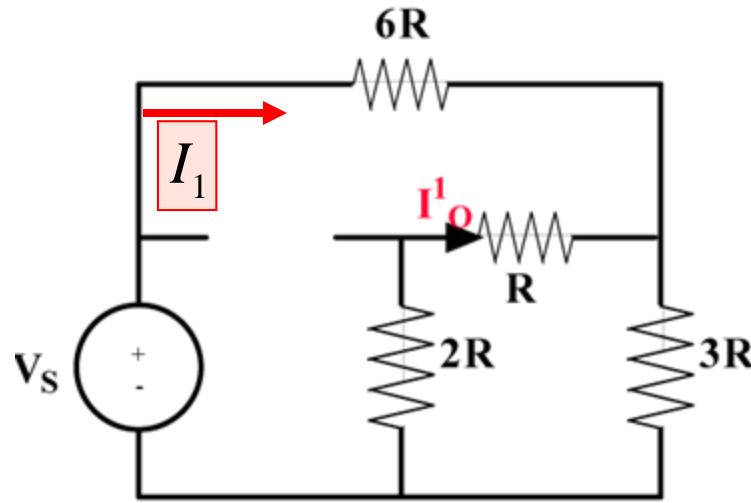
Denklemler çözüldüğünde;

$$i''_o = -\frac{60}{17} \text{ A}$$

## Örnek: $I_o$ akımını Süperpozisyon ile bulunuz



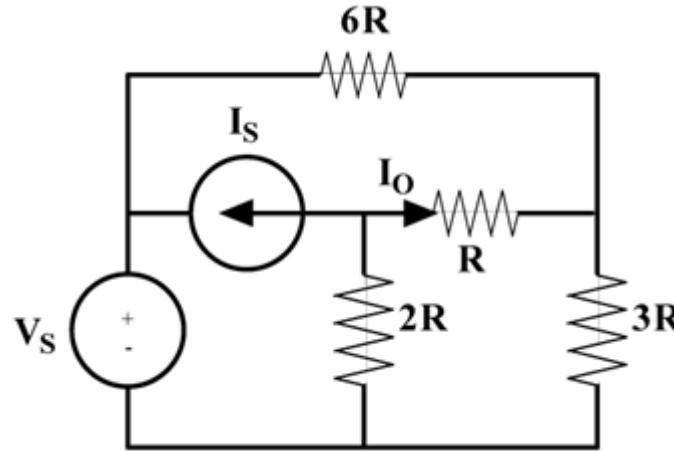
1. adım: Akım kaynağını açık devre yapın



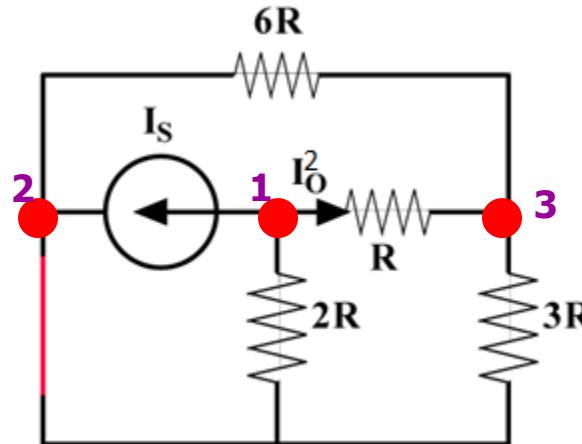
$$I_1 = \frac{V_s}{6R + (3R\parallel 3R)}$$

$$I_o^1 = -\frac{I_1}{2}$$

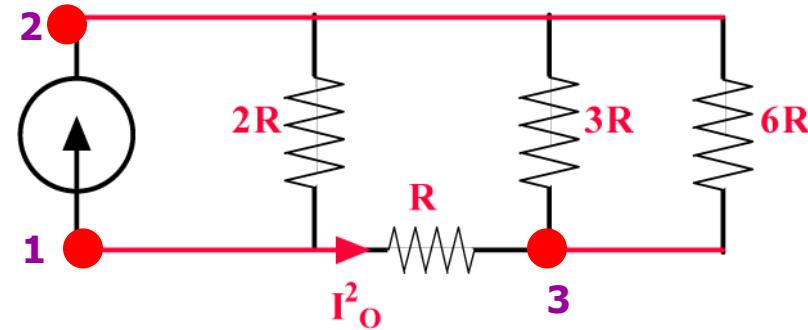
**Örnek:  $I_o$  akımını Süperpozisyon ile bulunuz**



**2. adım: Gerilim kaynağını kısa devre yapın**



**Devreyi yeniden çizin**



**Akım bölücü kullanın**

$$I_o^2 = -\frac{2R}{2R + R + (3R \parallel 6R)} I_s$$

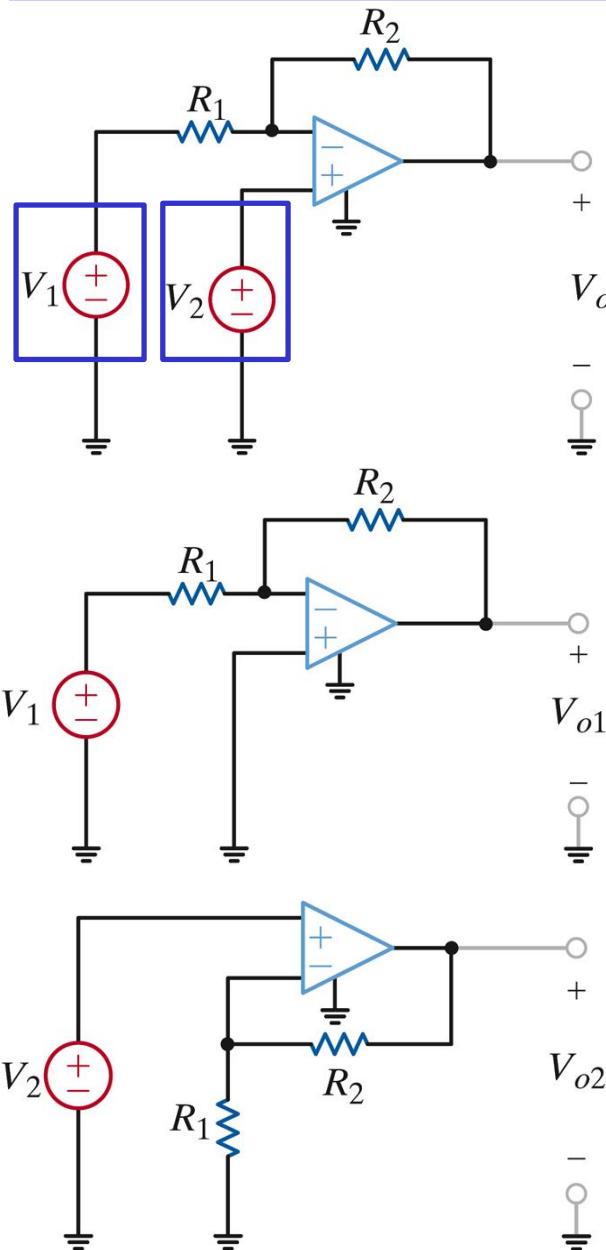
$$I_o^2 = -\frac{2}{5} I_s$$

$$I_o = I_o^1 + I_o^2$$

$$I_o = -\frac{V_s}{15R} - \frac{2}{5} I_s$$

# OP-AMP'LI DEVRELERE SÜPERPOZİSYONUN UYGULANMASI

İKİ TANE KAYNAK. İKİ ADIMDA ANALİZ EDECEĞİZ



**V1'İN KATKISI.**  
Temel evirici devre

$$V_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} V_1$$

**Süperpozisyon prensibi**

$$V_o = V_{o1} + V_{o2} = -\frac{R_2}{R_1} V_1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_2$$

**V2'NİN KATKISI.**  
Temel evirmeyen devre

$$V_{o2} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_2$$

Daha açık bir görüntü için  
devre yeniden çizilmiştir

# Çalışma Soruları

- Çalışma Sorusu
- Çalışma Sorusu