

KALICI DURUM GÜÇ ANALİZİ

KALICI DURUM GÜÇ ANALİZİ

ÖĞRENİM HEDEFLERİ

Anlık Güç

Kalıcı durum sinüsoidal sinyallerin özel durumu için

Ortalama Güç

Bir saykıl boyunca üretilen veya tüketilen güç

En fazla Ortalama Güç Aktarımı

Devre sinüsoidal kalıcı durumda iken

Etkin veya RMS Değerler

Periyodik sinyaller için

Güç Faktörü

Fazör akım ve gerilim arasındaki açı ölçümü

Güç Faktörü Düzeltimi

Yüke güç aktarımı nasıl arttırılabilir

Tek Fazlı Üç Telli Devreler

Küçük yüklere ve ev aletlerine tipik dağıtım metodu

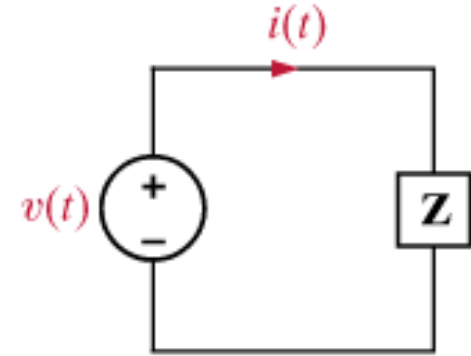
ANLIK GÜÇ

Anlık (ani) Güç

Herhangi bir t anında bir elemanın uçları arasındaki gerilim ile içinden geçen akımın çarpımıdır.

- Anlık gücün her t anı için değişen bir değeri vardır.

ANLIK GÜÇ



Empedansa Aktarilan
Anlik Guc
 $p(t) = v(t)i(t)$

Kalici Durumda

$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = V_M I_M \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$\cos \phi_1 \cos \phi_2 = \frac{1}{2} [\cos(\phi_1 - \phi_2) + \cos(\phi_1 + \phi_2)]$$

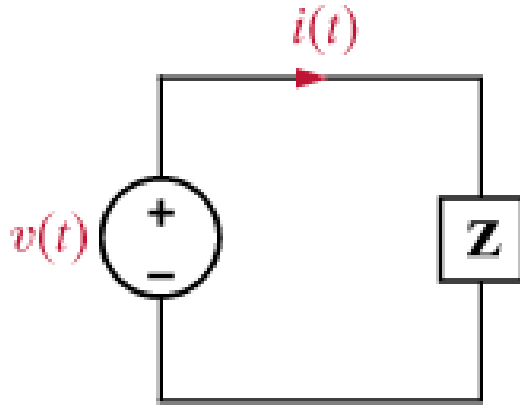
$$p(t) = \frac{V_M I_M}{2} [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)]$$

sabit

iki kat frekans

ÖRNEK

Devreden geçen akım ve anlık güç değerini bulunuz? Akım, gerilim ve anlık gücün t düzlemindeki grafiklerini çiziniz?



$$v(t) = 4 \cos(\omega t + 60^\circ),$$

$$Z = 2 \angle 30^\circ \Omega \text{ olsun}$$

$i(t)$, $p(t)$ bulun

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{4 \angle 60^\circ}{2 \angle 30^\circ} = 2 \angle 30^\circ (\text{A})$$

$$i(t) = 2 \cos(\omega t + 30^\circ) (\text{A})$$

$$V_M = 4, \theta_v = 60^\circ$$

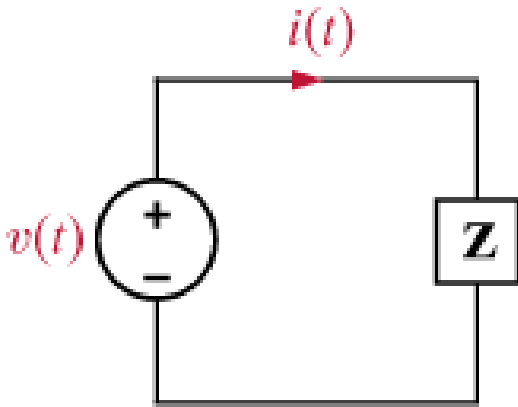
$$I_M = 2, \theta_i = 30^\circ$$

$$p(t) = \frac{4 \times 2}{2} \cos 30^\circ + \frac{4 \times 2}{2} \cos(2\omega t + 90^\circ)$$

$$p(t) = 3,46 + 4 \cos(2\omega t + 90^\circ) \text{ W}$$

ÖRNEK-devam

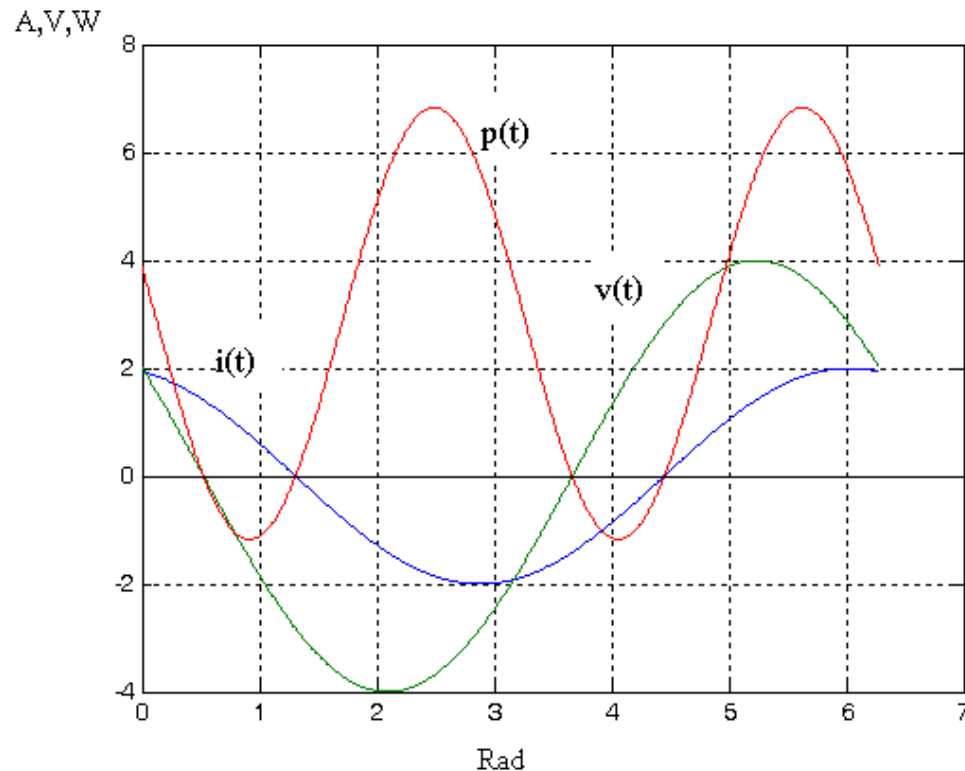
Devreden geçen akım ve anlık güç değerini bulunuz? Akım ,gerilim ve anlık gücün t düzlemindeki grafiklerini çiziniz?



$$v(t) = 4 \cos(\omega t + 60^\circ),$$

$$i(t) = 2 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ (A)}$$

$$p(t) = 3,46 + 4 \cos(2\omega t + 90^\circ) \text{ W}$$



Ortalama Güç

Ortalama Güç

Sinüzoidal sinyaller (ve diğer periyodik sinyaller) için, bir periyot boyunca ortalamaları hesaplarız.

Herhangi bir sinüsoidal dalganın ortalama değeri bir periyotluk süre içerisinde, fonksiyonun integralinin alınıp periyoda bölümü ile hesaplanır.

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} V_M I_M \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i) dt$$

$$P = \frac{1}{nT} \int_{t_0}^{t_0+nT} V_M I_M \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i) dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{V_M I_M}{2} [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)] dt$$

- İfadenin ilk kısmı sabittir. Çünkü bu sabitin integrali alınır ve periyoda bölünürse yine o sabit elde edilir.
- İfadeni ikinci kısmı sıfırdır. Çünkü cosinüs ve sinüs fonksiyonlarının ortalama değeri sıfırdır.

$$P = \frac{1}{2} V_M I_M \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Eğer saf dirençli bir devre söz konusu ise $\theta_v - \theta_i = 0$ olacağından

$$\cos(0) = 1$$

$$P = \frac{1}{2} V_M I_M$$

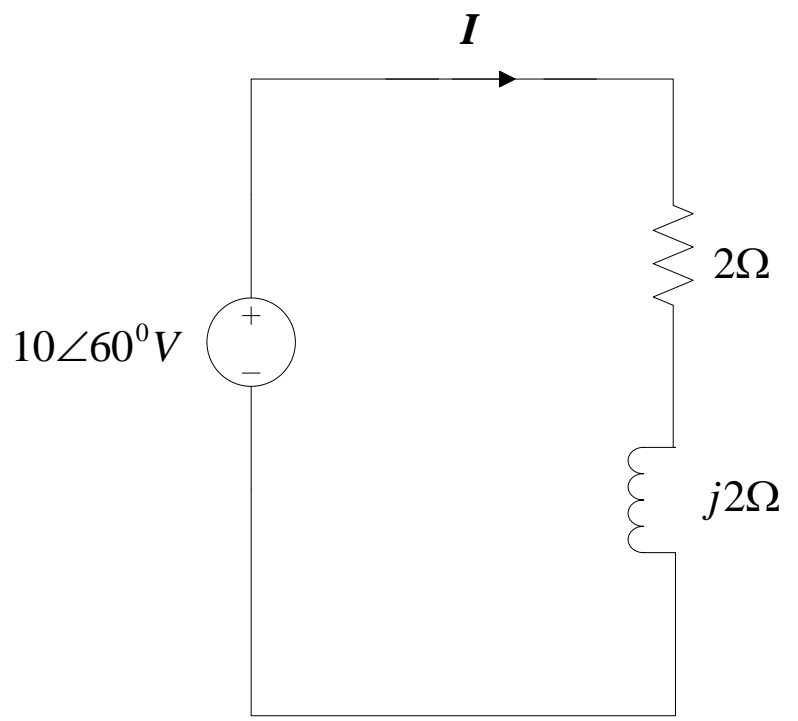
Eğer saf reaktif bir devre söz konusu ise

$$\cos(\pm 90^\circ)$$

$$P = \frac{1}{2} V_M I_M \cos(\pm 90^\circ)$$

$$P = 0 \text{ olur.}$$

Örnek;



Devredeki empedans tarafından harcanan ortalama gücü bulunuz?

Çözüm;

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{V_M \angle \theta_v}{2 + j2} = \frac{10 \angle 60^\circ}{2,83 \angle 45^\circ} = 3,53 \angle 15^\circ \text{ A}$$

Bu yüzden;

$$I_M = 3,53 \text{ A} \quad \text{ve} \quad \theta_i = 15^\circ$$

buradan

$$P = \frac{1}{2} V_M I_M \cos(\theta_v - \theta_i)$$
$$P = \frac{1}{2} (10)(3,53) \cos(60^\circ - 15^\circ)$$
$$P = 12,5 \text{ W}$$

Direnç üzerine düşen gerilim;

$$\mathbf{V}_R = \frac{(10 \angle 60^\circ)(2)}{2 + j2} = 7,07 \angle 15^\circ \text{V}$$

$$P = \frac{1}{2}(7,07)(3,53) \\ = 12,5\text{W}$$

NOT: Endüktif ve kapasitif elemanlar ortalama güç harcamazlar.

$$P = \frac{1}{2} \frac{V_{RM}^2}{R}$$

$$P = \frac{1}{2} I_M^2 R$$

ORTALAMA GÜÇ (ÖZET)

Sinüsoidal (ve diğer periyodik) sinyallerin bir periyotluk süredeki ortalama değerlerinin hesabı

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$p(t) = \frac{V_M I_M}{2} [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)]$$

$$P = \frac{V_M I_M}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

ileri veya geri olması farketmez

Eğer gerilim ve akım aynı fazda ise

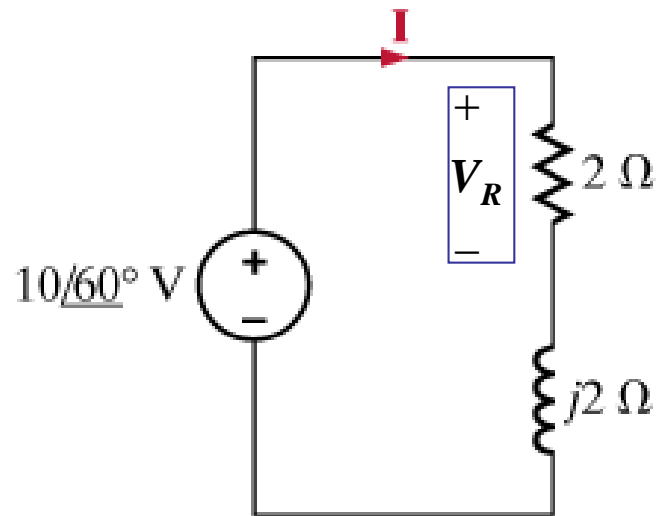
$$\theta_v = \theta_i \Rightarrow P = \frac{1}{2} V_M I_M \quad \text{Saf omik}$$

Eğer gerilim ve akım 90 derece faz farklı ise

$$\theta_v - \theta_i = \pm 90^\circ \Rightarrow P = 0 \quad \text{Saf endüktif veya kapasitif}$$

ÖRNEK

Empedans tarafından harcanan ortalama gücü bulunuz.



$$I = \frac{10\angle 60^\circ}{2 + j2} = \frac{10\angle 60^\circ}{2\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 3.53\angle 15^\circ (\text{A})$$

$$V_M = 10, I_M = 3.53, \theta_v = 60^\circ, \theta_i = 15^\circ$$

$$P = \frac{10 \times 3.53}{2} \cos(45^\circ) = 12.5 \text{ W}$$

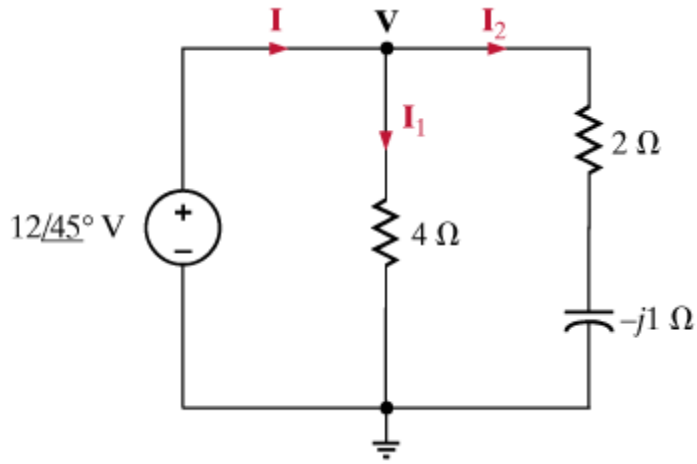
Endüktör güç harcamaz
Direnç üzerindeki gerilim ve içinden geçen akım kullanılarak

$$V_R = \frac{2}{2 + j2} 10\angle 60^\circ = 7.06\angle 15^\circ (\text{V})$$

$$P = \frac{1}{2} 7.06 \times 3.53 \text{ W}$$

ÖRNEK

Devredeki elemanların ürettikleri ve tükettikleri ortalama gücü bulunuz.



Endüktörler ve kapasitörler ortalama güç harcamazlar

$$P_{\text{toplam}} = 18 + 28.7W$$

$$P_{\text{uretilen}} = P_{\text{tuketilen}} \Rightarrow P_{\text{uretilen}} = 46.7W$$

sağlama

$$I = I_1 + I_2 = 3\angle 45^\circ + 5.36\angle 71.57^\circ$$

$$I = 8.15\angle 62.10^\circ (A)$$

$$P = \frac{V_M I_M}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P_{\text{uretilen}} = \frac{1}{2} 12 \times 8.15 \times \cos(45^\circ - 62.10^\circ)$$

$$P_{\text{uretilen}} = 46.7W$$

Eğer gerilim ve akım aynı fazda ise

$$\theta_v = \theta_i \Rightarrow P = \frac{1}{2} V_M I_M = \frac{1}{2} R I_M^2 = \frac{1}{2} \frac{V_M^2}{R}$$

$$I_1 = \frac{12\angle 45^\circ}{4} = 3\angle 45^\circ (A)$$

$$P_{4\Omega} = \frac{1}{2} 12 \times 3 = 18W$$

$$I_2 = \frac{12\angle 45^\circ}{2 - j1} = \frac{12\angle 45^\circ}{\sqrt{5}\angle -26.37^\circ} = 5.36\angle 71.57^\circ (A)$$

$$P_{2\Omega} = \frac{1}{2} \times 2 \times 5.36^2 (W) = 28.7W$$

Ortalama Güç

Özel Durum

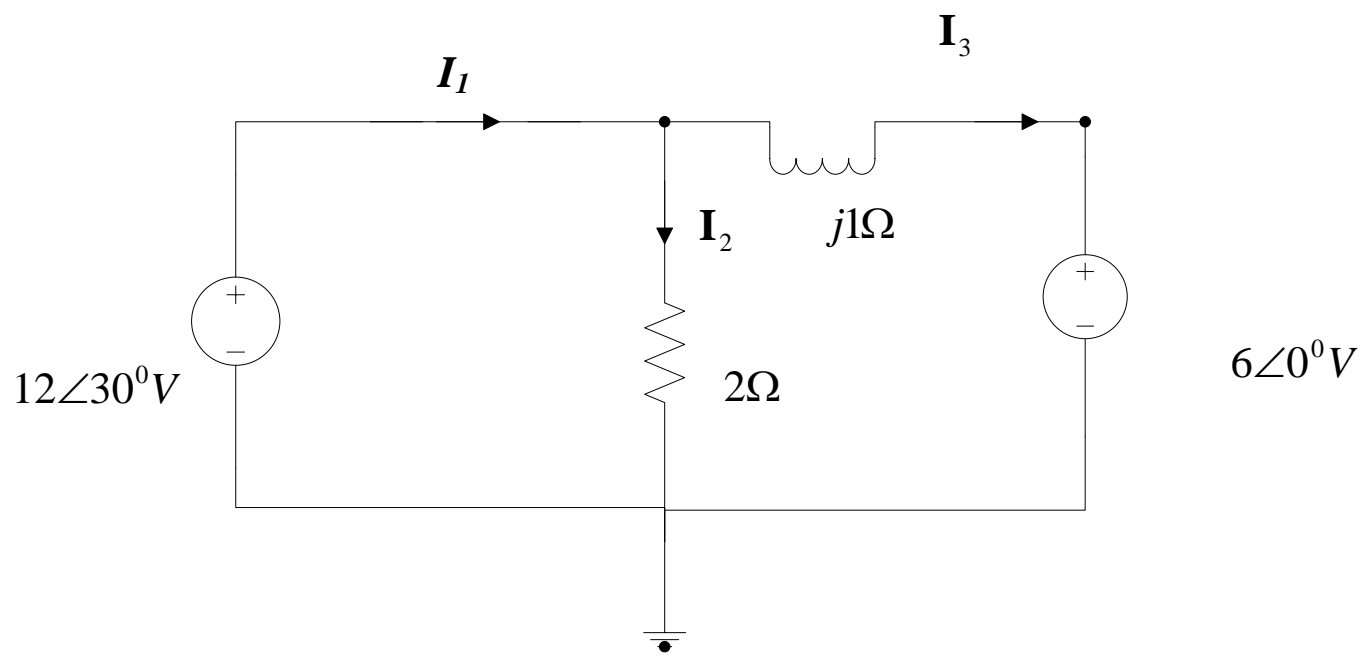
$$i(t) = \mathbf{I}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1) + \mathbf{I}_2 \cos(\omega_2 t + \theta_2) \quad \text{Şeklinde ise}$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T [\mathbf{I}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1) + \mathbf{I}_2 \cos(\omega_2 t + \theta_2)]^2 R dt$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T [\mathbf{I}_1^2 \cos^2(\omega_1 t + \theta_1) + \mathbf{I}_2^2 \cos^2(\omega_2 t + \theta_2) + 2\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2 \cos(\omega_1 t + \theta_1) \cos(\omega_2 t + \theta_2)] R dt \\ &= \frac{\mathbf{I}_1^2}{2} R + \frac{\mathbf{I}_2^2}{2} R + \frac{1}{T} \int_0^T \{ \mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2 \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \theta_1 + \theta_2] + \mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \theta_1 - \theta_2] \} R dt \end{aligned}$$

$$P = \frac{\mathbf{I}_1^2}{2} R + \frac{\mathbf{I}_2^2}{2} R$$

Örnek; *Devredeki toplam üretilen ve toplam tüketilen ortalama güçleri bulunuz?*



Çözüm;

$$\mathbf{I}_2 = \frac{12 \angle 30^\circ}{2} = 6 \angle 30^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_3 = \frac{12 \angle 30^\circ - 6 \angle 0^\circ}{j1} = \frac{4,39 + j6}{j1} = 7,44 \angle -36,21^\circ \text{ A}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} V_M I_M = \frac{1}{2} (12)(6) = 36 \text{ W}$$

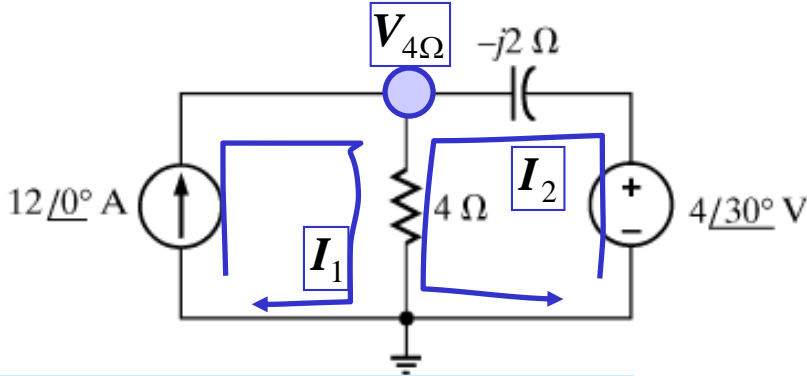
$$\begin{aligned} P_{6 \angle 0^\circ} &= \frac{1}{2} V_M I_M \cos(\theta_v - \theta_i) \\ &= \frac{1}{2} (6)(7.44) \cos[0^\circ - (-36.21^\circ)] \\ &= 18 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_1 &= \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 \\ &= 6\angle 30^\circ + 7.44\angle -36.21^\circ \\ &= 11.29\angle -7.10^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{12\angle 30} &= \frac{1}{2}(12)(-11.29)\cos(30^\circ - (-7.10^\circ)) \\ &= -54\text{W}\end{aligned}$$

ÖRNEK

Devredeki elemanların ürettikleri veya tükettikleri ortalama güçleri bulunuz



Ortalama Güç

$$P = \frac{1}{2} V_M I_M \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Dirençler için

$$P = \frac{1}{2} R I_M^2 = \frac{1}{2} \frac{V_M^2}{R}$$

Cevre Denklemleri

$$I_1 = 12 \angle 0^\circ$$

$$4 \angle 30^\circ = -j2I_2 + 4(I_2 + 12 \angle 0^\circ)$$

$$I_2 = \frac{4 \angle 30^\circ - 48 \angle 0^\circ}{4 - j2} = \frac{3.46 + j2 - 48}{4.47 \angle -26.57^\circ}$$

$$I_2 = \frac{44.58 \angle 177.43^\circ}{4.47 \angle -26.57^\circ} = 9.97 \angle 204^\circ (\text{A})$$

$$\begin{aligned} V_{4\Omega} &= 4(I_1 + I_2) = 4(12 + 9.97 \angle 204^\circ) (\text{V}) \\ &= 4(12 - 9.108 - j4.055) (\text{V}) = 19.92 \angle -54.5^\circ (\text{V}) \end{aligned}$$

$$P_{-2j\Omega} = 0 (\text{W})$$

$$P_{4\Omega} = \frac{1}{2} \frac{V_M^2}{R} = \frac{1}{2} \times \frac{19.92^2}{4} = 49.6 \text{W}$$

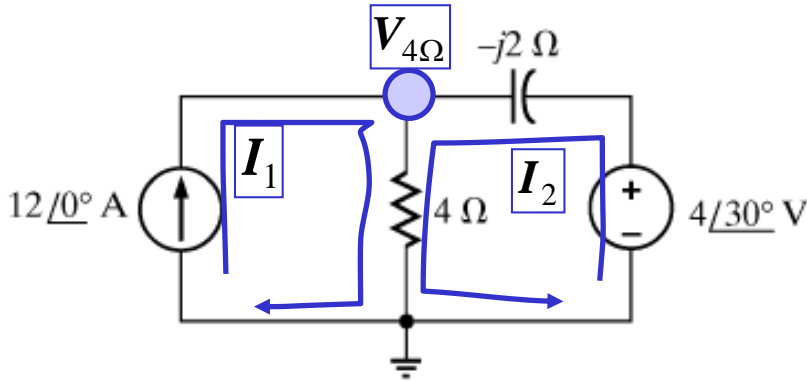
$$P_{12\angle 0^\circ} = \frac{1}{2} \times 19.92 \times (-12) \times \cos(-54.5^\circ - 0^\circ) = -69.4 (\text{W})$$

$$P_{4\angle 30^\circ} = \frac{1}{2} \times 4 \times (-9.97) \cos(30^\circ - 204^\circ) = 19.8 (\text{W})$$

Üretilen Güç = Tüketilen Güç

ÖRNEK

Devredeki elemanların ürettikleri veya tükettikleri ortalama güçleri bulunuz

Alternatif çözüm yolu

$$I_1 = 12 \angle 0^\circ$$

Dugum Denklemleri

$$-12 \angle 0^\circ + \frac{V_{4\Omega}}{4} + \frac{V_{4\Omega} - 4 \angle 30^\circ}{-j2} = 0$$

$$V_{4\Omega} = 19.92 \angle -54.5^\circ (\text{V})$$

$$I_2 = \frac{4 \angle 30^\circ - V_{4\Omega}}{-2j} = 9.97 \angle 204^\circ$$

$$P_{-2j\Omega} = 0 (\text{W})$$

$$P_{4\Omega} = \frac{1}{2} \frac{V_M^2}{R} = \frac{1}{2} \times \frac{19.92^2}{4} = 49.6 \text{W}$$

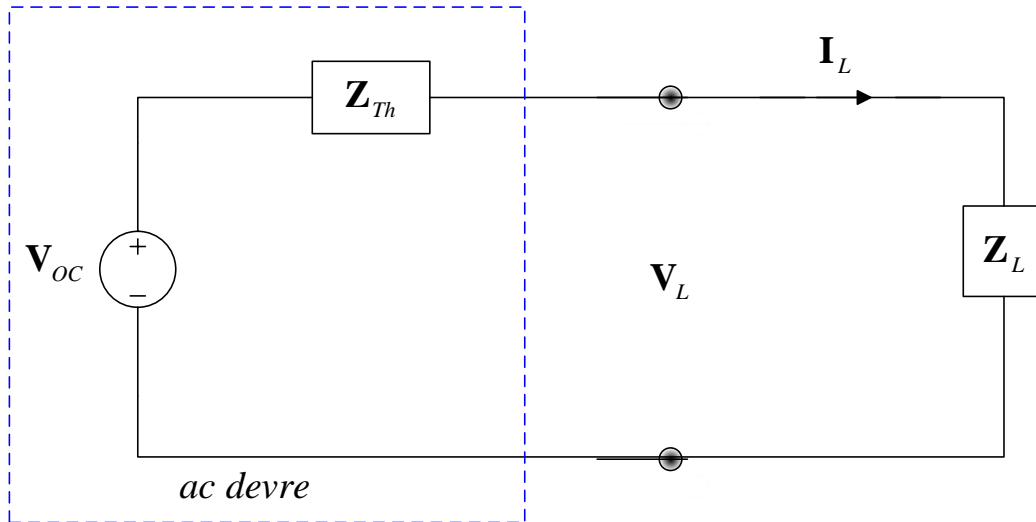
$$P_{12\angle 0^\circ} = \frac{1}{2} \times 19.92 \times (-12) \times \cos(-54.5^\circ - 0^\circ) = -69.4 (\text{W})$$

$$P_{4\angle 30^\circ} = \frac{1}{2} \times 4 \times (-9.97) \cos(30^\circ - 204^\circ) = 19.8 (\text{W})$$

Üretilen Güç = Tüketilen Güç

Maksimum Ortalama Güç Aktarımı

Büyük entegre devrelerde milyonlarca transistor arasındaki güç kaybını engellemek için empedans uygunlaştırılması yapılmalıdır. Bu da maksimum güç aktarımı(ortalama) ile yapılır. Böylece verim maksimum, kayıp minimum hale gelir.



Z_L yüküne maksimum güç aktarımı yapmak için.

İlk önce Z_{Th} bulunur.

$$P_L = \frac{1}{2} V_L I_L \cos(\theta_{V_L} - \theta_{i_L})$$

$$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}_{OC}}{\mathbf{Z}_{Th} + \mathbf{Z}_L}$$

$$\mathbf{V}_L = \frac{\mathbf{V}_{OC} \mathbf{Z}_L}{\mathbf{Z}_{Th} + \mathbf{Z}_L}$$

$$\mathbf{Z}_{Th} = R_{Th} + jX_{Th}$$

$$\mathbf{Z}_L = R_L + jX_L$$

$$I_L = \frac{V_{OC}}{\left[(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$V_L = \frac{V_{OC} (R_L^2 + X_L^2)^{\frac{1}{2}}}{\left[(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\cos \theta_{Z_L} = \frac{R_L}{(R_L^2 + X_L^2)^{1/2}}$$

$$P_L = \frac{1}{2} \frac{V_{OC}^2 R_L}{(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2}$$

$$P_L = \frac{1}{2} \frac{V_{OC}^2 R_L}{(R_L + R_{Th})^2}$$

$$\mathbf{Z}_L = R_L + jX_L = R_{Th} - jX_{Th} = \mathbf{Z}_{Th}^*$$

\mathbf{Z}_L 'ye maksimum güç aktarımı sağlanır.

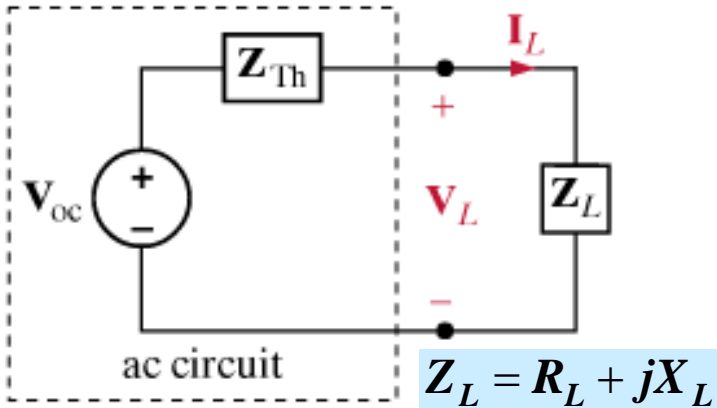
$\mathbf{Z}_L = R_L$ yapabilmek için

$$R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + X_{Th}^2}$$

olacak şekilde ayarlanmalıdır.

MAKSİMUM ORTALAMA GÜÇ AKTARIMI (ÖZET)

$$Z_{TH} = R_{TH} + jX_{TH}$$



$$P_L = \frac{1}{2} \frac{|V_L| |I_L| \cos(\theta_{V_L} - \theta_{I_L})}{\sqrt{R_L^2 + X_L^2}}$$

$$Z_L + Z_{TH} = (R_L + R_{TH}) + j(X_L + X_{TH})$$

$$|Z_L + Z_{TH}|^2 = (R_L + R_{TH})^2 + (X_L + X_{TH})^2$$

$$P_L = \frac{1}{2} V_{LM} I_{LM} \cos(\theta_{V_L} - \theta_{I_L})$$

$$= \frac{1}{2} |V_L| |I_L| \cos(\theta_{V_L} - \theta_{I_L})$$

$$V_L = \frac{Z_L}{Z_L + Z_{TH}} V_{OC} \Rightarrow |V_L| = \left| \frac{Z_L}{Z_L + Z_{TH}} \right| |V_{OC}|$$

$$I_L = \frac{V_L}{Z_L} \Rightarrow \angle I_L = \angle V_L - \angle Z_L \Rightarrow |I_L| = \frac{|V_L|}{|Z_L|}$$

$$\Rightarrow \theta_{V_L} - \theta_{I_L} = \angle Z_L$$

$$Z_L = R_L + jX_L \Rightarrow \tan(\angle Z_L) = \frac{X_L}{R_L}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} \therefore \cos(\theta_{V_L} - \theta_{I_L}) = \frac{R_L}{\sqrt{R_L^2 + X_L^2}}$$

$$P_L = \frac{1}{2} \frac{|V_{OC}|^2 R_L}{(R_L + R_{TH})^2 + (X_L + X_{TH})^2}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial P_L}{\partial X_L} &= 0 \\ \frac{\partial P_L}{\partial R_L} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} X_L = -X_{TH} \\ R_L = R_{TH} \end{cases}$$

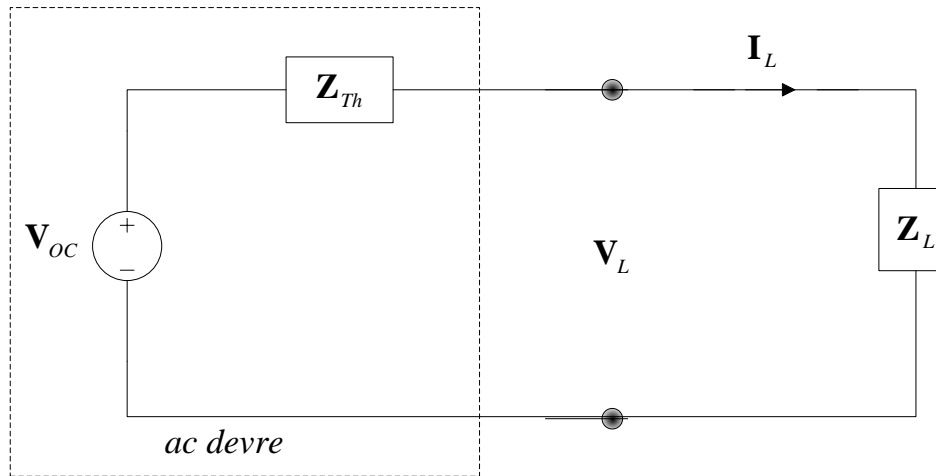
$$\therefore Z_L = Z_{TH}^*$$

$$P_L^{\max} = \frac{1}{2} \left(\frac{|V_{OC}|^2}{4R_{TH}} \right)$$

Maksimum Ortalama Güç Aktarımı

Maksimum ortalama güç aktarımı için problem çözme işlem sırası:

1. Z_L yükü devreden çıkarılır ve devrenin Thevenin eşdeğeri elde edilir.
2. Şekildeki devre elde edilir.



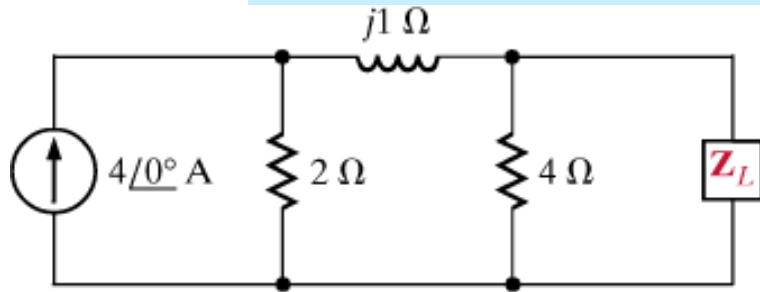
3. $Z_L = R_{Th} - jX_{Th} = Z_{Th}^*$ olarak seçilir ve maksimum

ortalama güç $= \frac{1}{2} I_L^2 R_{Th} = V_{OC}^2 / 8R_{Th}$ bulunur.

ÖRNEK

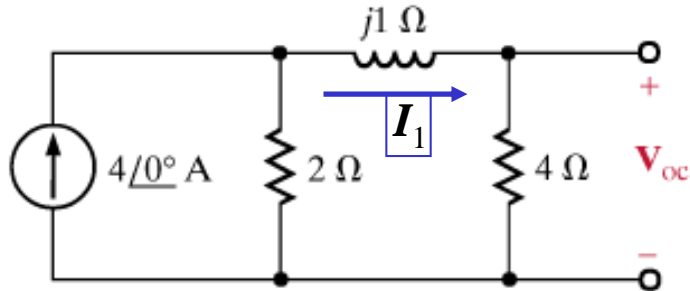
Maksimum ortalama güç aktarımı için Z_L yi bulun.

Yüke aktarılan maksimum ortalama gücü bulunuz.

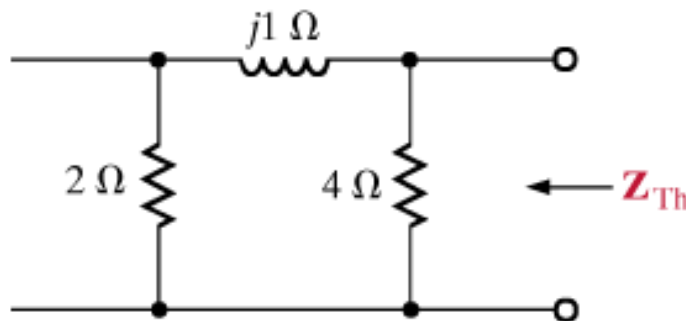


$$\therefore Z_L = Z_{TH}^* \quad P_L^{\max} = \frac{1}{2} \left(\frac{|V_{OC}|^2}{4R_{TH}} \right)$$

Yükü devreden ayırın ve geriye kalan devrenin Thevenin eşdeğerini bulun



$$V_{OC} = 4 \times \frac{2}{6 + j1} 4 \angle 0^\circ = \frac{32 \angle 0^\circ}{6.08 \angle 9.64^\circ} = 5.26 \angle -9.46^\circ$$



$$\begin{aligned} Z_{TH} &= 4 \parallel (2 + j1) = \frac{8 + j4}{6 + j1} = \frac{(8 + j4)(6 - j1)}{37} = \frac{52 + j16}{37} \Omega \\ &= \frac{8 + j4}{6 + j1} = \frac{8.94 \angle 26.57^\circ}{6.08 \angle 9.64^\circ} = 1.47 \angle 16.93^\circ \Omega \end{aligned}$$

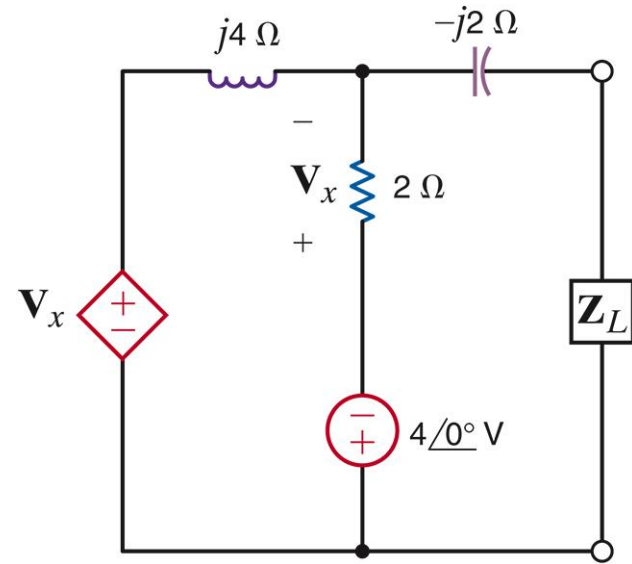
$$Z_L = Z_{TH}^* = 1.47 \angle -16.93^\circ = 1.41 - j0.43 \Omega$$

$$P_L^{\max} = \frac{1}{2} \times \frac{5.26^2}{4 \times 1.41} = 2.45 \text{ (W)}$$

Aktarılan ortalama güç sorulduğundan Thevenin gerilimine ihtiyaç duyarız

ÖRNEK

Maksimum ortalama güç aktarımı için Z_L ve P_L değerlerini bulunuz?

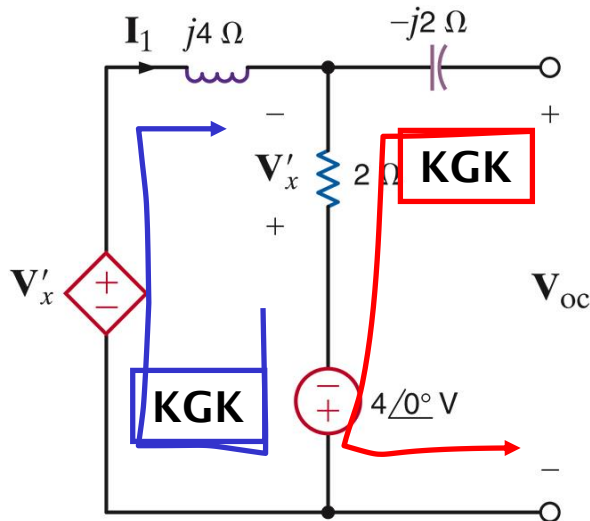


$$\therefore Z_L = Z_{TH}^*$$

$$P_L^{\max} = \frac{1}{2} \left(\frac{|V_{OC}|^2}{4R_{TH}} \right)$$

Bağımlı kaynaklı devre!

$$Z_{TH} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}}$$



$$4 \angle 0^\circ = -V'_x + (2 + j4)I_1$$

$$V'_x = -2I_1$$

$$4 \angle 0^\circ = (4 + j4)I_1 = (4\sqrt{2} \angle 45^\circ)I_1$$

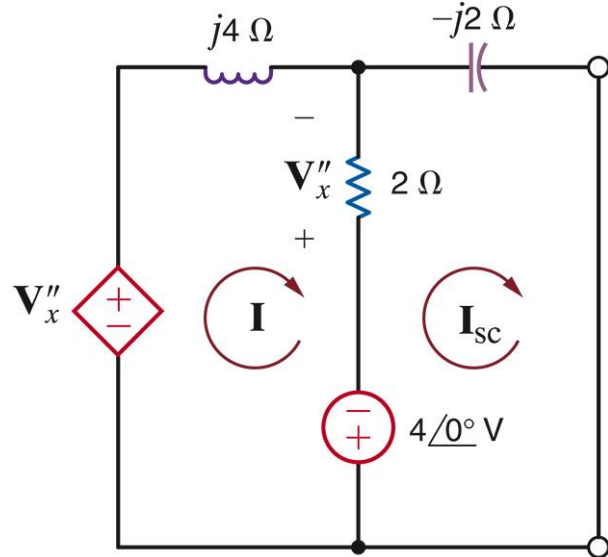
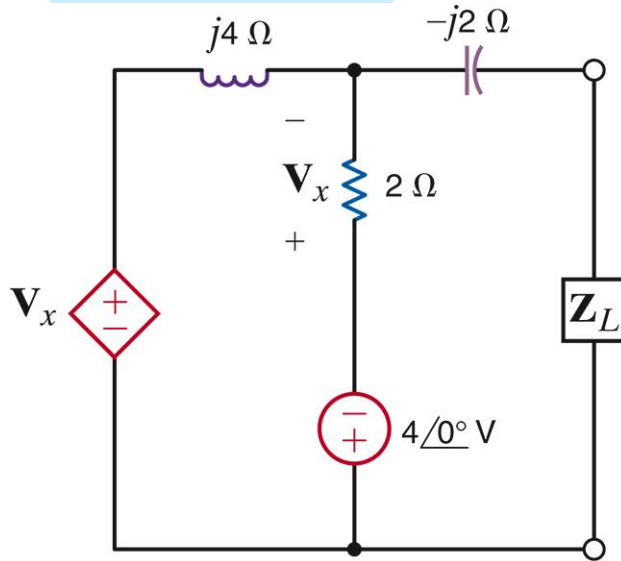
$$I_1 = \frac{4 \angle 0^\circ}{4\sqrt{2} \angle 45^\circ} = 0.707 \angle -45^\circ (\text{A})$$

$$V_{OC} = 2I_1 - 4 \angle 0^\circ = 1 - j1 - 4 = -3 - j1 = \sqrt{10} \angle -161.5^\circ$$

Bir sonraki adım: Kısa devre akımını bulalım ...

ÖRNEK (devam)...

Original devre



KISA DEVRE DURUMUNDA
CEVREDENKLEMLERİ

$$-V_x'' + j4I + 2(I - I_{SC}) - 4\angle 0^\circ = 0$$

$$4\angle 0^\circ + 2(I_{SC} - I) - j2I_{SC} = 0$$

KONTROL DEĞİSKENİ

$$V_x'' = 2(I_{SC} - I)$$

Yerine yazıp düzenleyelim

$$(4 + j4)I - 4I_{SC} = 4$$

$$-2I + (2 - j2)I_{SC} = -4 \Rightarrow I = (1 - j1)I_{SC} + 2$$

$$4(1 + j)[(1 - j)I_{SC} + 2] - 4I_{SC} = 4$$

$$I_{SC} = -1 - j2(A) = \sqrt{5}\angle -116.57^\circ$$

$$V_{OC} = 2I_1 - 4\angle 0^\circ = 1 - j1 - 4 = -3 - j1 = \sqrt{10}\angle -161.57^\circ$$

$$Z_{TH} = \sqrt{2}\angle -45^\circ = 1 - j1\Omega \Rightarrow Z_L = 1 + j1\Omega$$

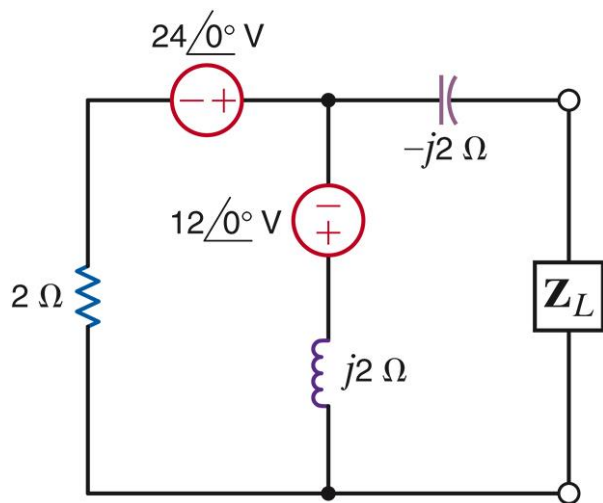
$$P_L^{\max} = \frac{1}{2} \times \frac{(\sqrt{10})^2}{4} = 1.25(W)$$

$$P_L^{\max} = \frac{1}{2} \left(\frac{|V_{OC}|^2}{4R_{TH}} \right)$$

$$\therefore Z_L = Z_{TH}^*$$

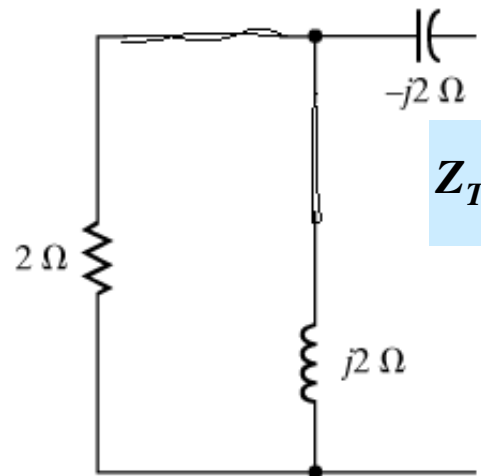
ÖRNEK

Maksimum ortalama güç aktarımı için Z_L ve P_L değerlerini bulunuz?



$$\therefore Z_L = Z_{TH}^*$$

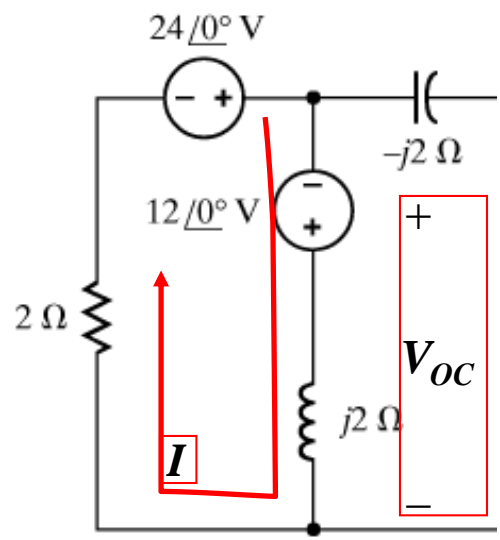
$$P_L^{\max} = \frac{1}{2} \left(\frac{|V_{OC}|^2}{4R_{TH}} \right)$$



$$Z_{TH} = -j2 + (2 \parallel j2) = -j2 + \frac{4j}{2+j2} \Omega$$

$$Z_{TH} = \frac{4}{2+j2} = \frac{8-j8}{8} = 1-j(\Omega)$$

$$Z_L = 1+j(\Omega)$$



$$\begin{aligned} V_{OC} &= -12\angle 0^\circ + j2I \\ &= -12 + j2 \times 9(1-j) \\ &= 6 + j18 \end{aligned}$$

$$V_{OC} = 18.974\angle 71.57^\circ (V)$$

$$|V_{OC}|^2 = 6^2 + 18^2 = 360$$

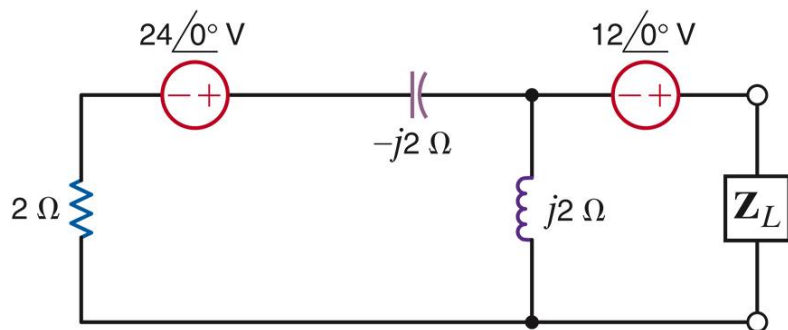
$$36\angle 0^\circ = (2+j2)I$$

$$I = \frac{36(2-j2)}{8} = 9(1-j) = 12.73\angle -45^\circ$$

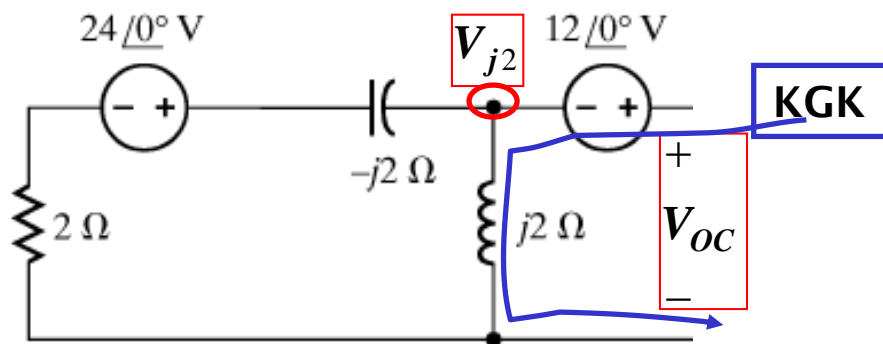
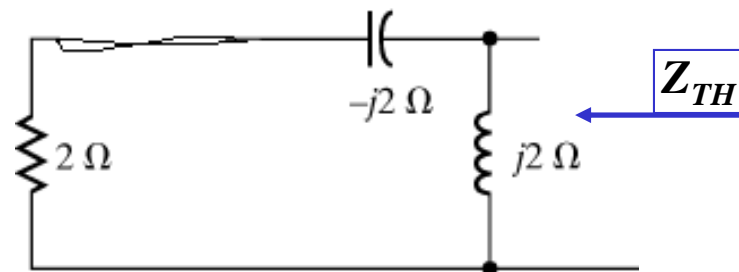
$$P_L^{\max} = \frac{1}{2} \times \frac{360}{4} = 45(W)$$

ÖRNEK

Maksimum ortalama güç aktarımı için Z_L ve P_L değerlerini bulunuz?



$$\therefore Z_L = Z_{TH}^* \quad P_L^{\max} = \frac{1}{2} \left(\frac{|V_{OC}|^2}{4R_{TH}} \right)$$



$$V_{j2} = \frac{j2}{j2 - j2 + 2} 24 \angle 0^\circ = 24 \angle 90^\circ$$

$$V_{OC} = 12 \angle 0^\circ + 24 \angle 90^\circ = 12 + j24 \text{ (V)}$$

$$|V_{OC}|^2 = 12^2 + 24^2 = 720$$

$$Z_{TH} = j2 \parallel (2 - j2) = \frac{j2(2 - j2)}{2 + j2 - j2}$$

$$Z_{TH} = 2 + j2 \text{ (}\Omega\text{)}$$

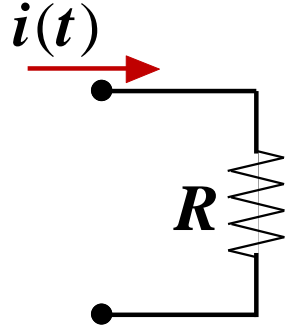
$$Z_L = 2 - j2 \text{ (}\Omega\text{)}$$

$$P_L^{\max} = \frac{1}{2} \times \frac{720}{4 \times 2} = 45 \text{ (W)}$$

Etkin veya RMS Değerler

ETKİN VEYA RMS DEĞERLER

etkin \approx efektif \approx rms (root mean square)



Anlık Güç

$$p(t) = i^2(t)R$$

Etkin değer aynı ortalama gücü sağlayan Eşdeğer DA değeridir.

Eğer akım sinüsoidal ise ortalama güç

$$P_{ort} = \frac{1}{2} I_M^2 R$$

$$\therefore I_{etk}^2 = \frac{1}{2} I_M^2, \Rightarrow P_{ort} = I_{etk}^2 R$$

Eğer akım T periyotlu periyodik ise

$$P_{ort} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = R \left(\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) dt \right)$$

$$I_{etk}^2 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) dt$$

$$I_{etk} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) dt}$$

Bu tanımlama T periyotlu her periyodik sinyal için geçerlidir.

Etkin veya RMS Değerler

Örnek;

$$i(t) = I_M \cos(\omega t - \theta) \quad \text{için} \quad I_{rms} \text{ değeri nedir?}$$

$$T = 2\pi / \omega$$

Çözüm;

$$I_{rms} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T I_M^2 \cos^2(\omega t - \theta) dt \right]^{1/2}$$

Trigonometrik eşitliği kullanarak;

$$\cos^2 \phi = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\phi$$

$$I_{rms} = I_M \left\{ \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\omega t - 2\theta) \right] dt \right\}^{1/2}$$

Etkin veya RMS Değerler

$$\begin{aligned} I_{rms} &= I_M \left(\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \frac{1}{2} dt \right)^{1/2} \\ &= I_M \left[\frac{\omega}{2\pi} \left(\frac{t}{2} \right) \Big|_0^{2\pi/\omega} \right]^{1/2} = \frac{I_M}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

olarak buluruz.

Cosiniüs fonksiyonununun ortalama değeri sıfırdır.

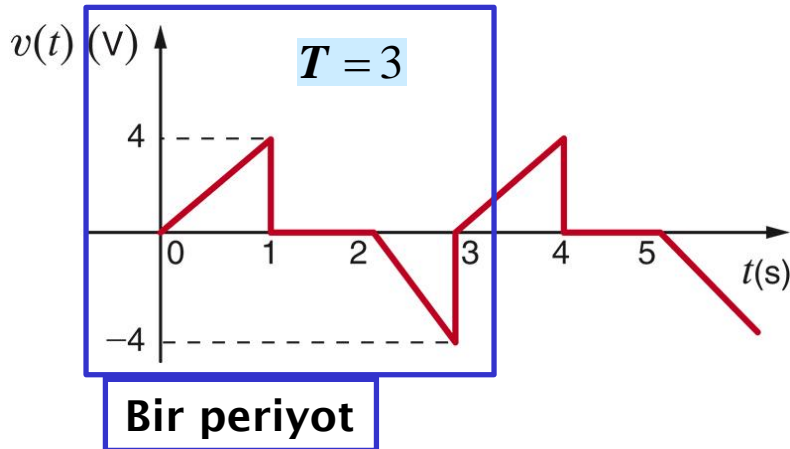
Etkin veya RMS Değerler

Akım ve gerilimin RMS değerlerini kullanarak ortalama gücün genel denklemini yeniden yazabiliriz.

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Direnç tarafından harcanan güç;

$$P = I_{rms}^2 R = \frac{V_{rms}^2}{R}$$

ÖRNEK**Gerilim dalga şeklinin rms değerini hesaplayınız**

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt}$$

$$v(t) = \begin{cases} 4t & 0 < t \leq 1 \\ 0 & 1 < t \leq 2 \\ -4t + 8 & 2 < t \leq 3 \end{cases}$$

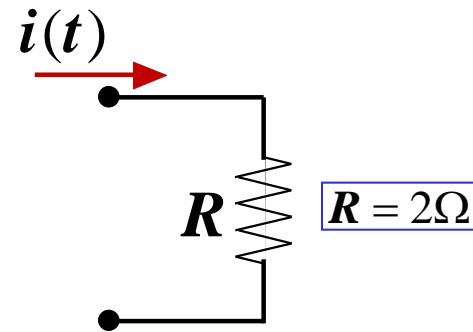
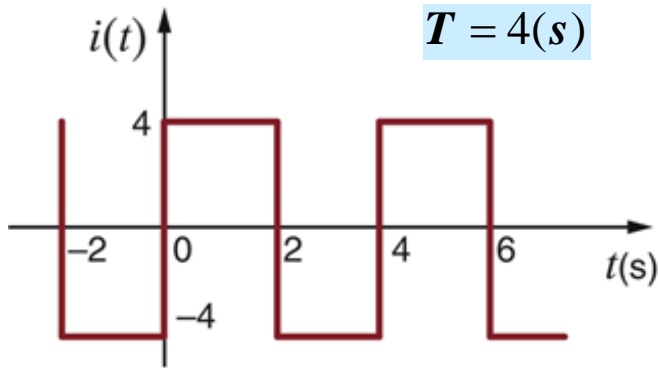
$$V_{rms} = \left\{ \frac{1}{3} \left[\int_0^1 (4t)^2 dt + \int_1^2 (0)^2 dt + \int_2^3 (-4t + 8)^2 dt \right] \right\}^{1/2}$$

$$V_{rms} = \left[\frac{1}{3} \left(\left. \frac{16t^3}{3} \right|_0^1 + \left(\left. \frac{16t^3}{3} - \frac{64t^2}{2} + 64t \right) \right|_2^3 \right) \right]^{1/2}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{32}{3}} = 1.89(V)$$

ÖRNEK

Akım dalga şeklinin rms değerini hesaplayınız ve bu akımı dirence aktarılan ortalama gücü bulmak için kullanınız



$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt}$$

$$i^2(t) = 16; 0 \leq t < 4$$

$$I_{rms} = 4(A)$$

veya;

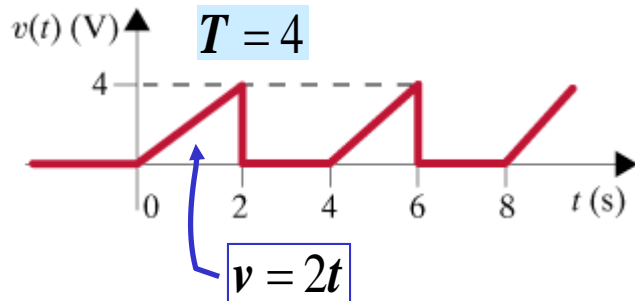
$$I_{rms} = \left\{ \frac{1}{4} \left[\int_0^2 (4)^2 dt + \int_2^4 (-4)^2 dt \right] \right\}^{1/2}$$

$$I_{rms} = \left[\frac{1}{4} \left(16t \Big|_0^2 + 16t \Big|_2^4 \right) \right]^{1/2}$$

$$I_{rms} = 4A$$

Dirence aktarılan ortalama güç

$$P_{ort} = I_{rms}^2 R = (4)^2 (2) = 32W$$

ÖRNEK**Gerilim dalga şeklinin rms değerini hesaplayınız**

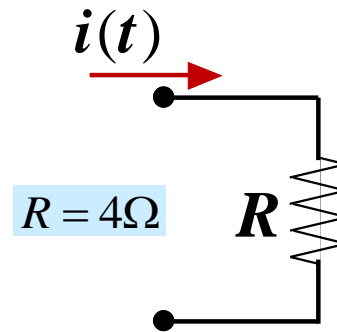
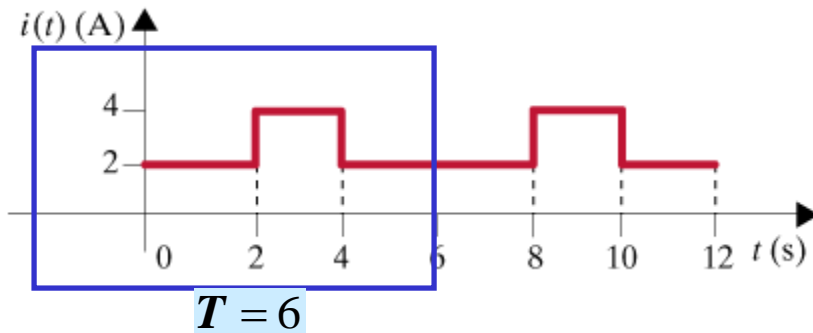
$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{4} \int_0^2 (2t)^2 dt}$$

$$V_{rms} = \left[\frac{1}{3} t^3 \right]_0^2 = \frac{8}{3} (V)$$

ÖRNEK

Akım dalga şeklinin rms değerini hesaplayınız ve bu akımı dirence aktarılan ortalama gücü bulmak için kullanınız



$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt}$$

$$P_{ort} = I_{rms}^2 R$$

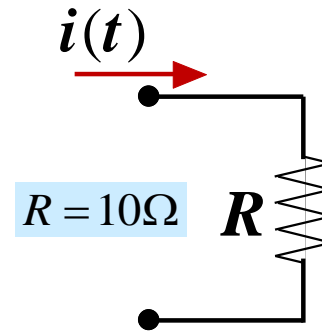
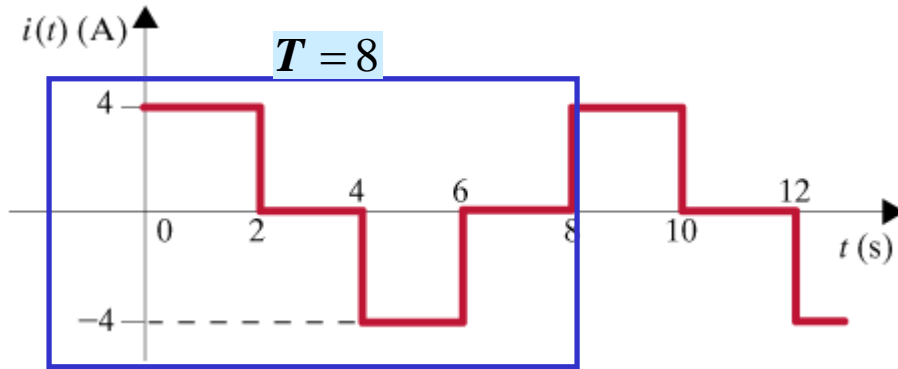
$$I_{rms}^2 = \frac{1}{6} \left[\int_0^2 4 dt + \int_2^4 16 dt + \int_4^6 4 dt \right]$$

$$I_{rms}^2 = \frac{8 + 32 + 8}{6} = 8$$

$$P_{ort} = 8 \times 4 = 32(W)$$

ÖRNEK

Akım dalga şeklinin rms değerini hesaplayınız ve bu akımı dirence aktarılan ortalama gücü bulmak için kullanınız



$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt}$$

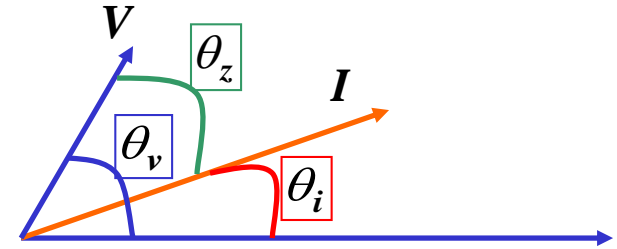
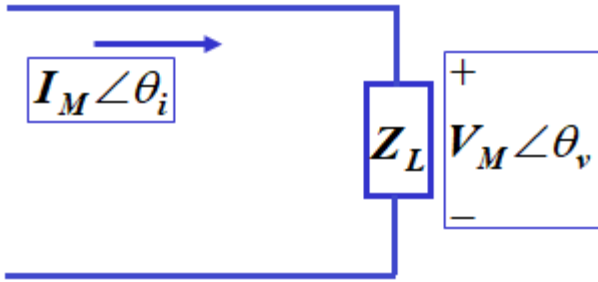
$$P_{ort} = I_{rms}^2 R$$

$$I_{rms}^2 = \frac{1}{8} \left[\int_0^2 16 dt + \int_4^6 16 dt \right] = 8$$

$$P_{ort} = 80(W)$$

Güç Faktörü

GÜÇ FAKTÖRÜ



$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I} \Rightarrow \angle \mathbf{V} = \angle \mathbf{Z} + \angle \mathbf{I}$$

$$\theta_v = \theta_z + \theta_i$$

$$P = \frac{1}{2} V_M I_M \cos(\theta_v - \theta_i) = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P_{\text{görünür}} = V_{rms} I_{rms}$$

$$pf = \frac{P}{P_{\text{görünür}}} = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos \theta_z$$

Güç faktörü, ortalama gücün görünür güce oranıdır.

$$P = V_{rms} \times I_{rms} \times pf$$

$-90^\circ \leq \theta_z < 0^\circ$
akım ileride
(kapasitif)

$0 < \theta_z \leq 90^\circ$
akım geride
(indüktif)

$$pf = \frac{P}{V_{rms} I_{rms}} = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Herhangi bir yük empedans cinsinden belirtilmişse, güç faktörü açısı bu empedansın faz açısına eşittir.

$$\cos(\theta_v - \theta_i) = \cos \theta_z$$

pf	θ_z	
0	-90°	saf kapasitif
$0 < pf < 1$	$-90^\circ < \theta_z < 0^\circ$	kapasitif
1	0°	omik
$0 < pf < 1$	$0^\circ < \theta_z < 90^\circ$	indüktif
0	90°	saf indüktif

Güç faktörü indüktif devrelerde geri, kapasitif devrelerde ise ileri olarak belirtilir.

Örnek;

$$P_L = 88kW$$

$$pf = 0.707 \text{ geri}$$

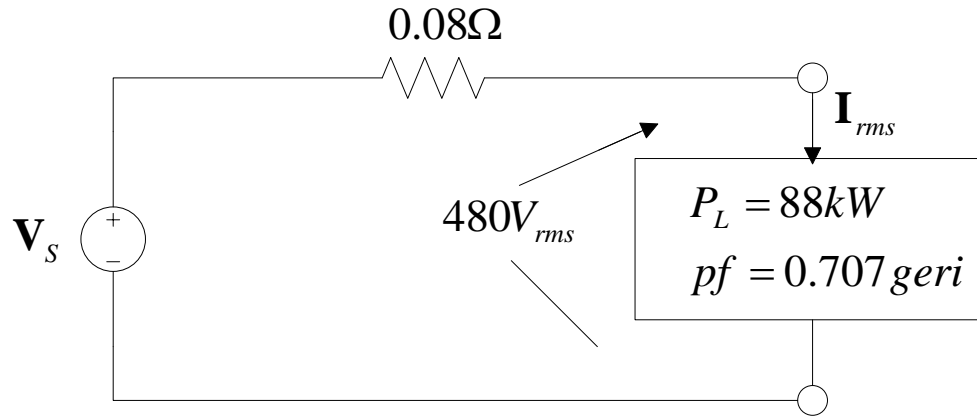
$$V_L = 480V_{rms}$$

$$Z_{hat} = 0,08\Omega$$

ise;

- a) *Enerji sağlayıcı tarafından sağlanması gereken ortalama güç ne olmalıdır?*
- b) *Eğer güç faktörü $pf=0,9$ geri yaparsak bu durumda güç sağlayıcının sağlaması gereken güç ne olmalıdır?*

Çözüm;



$$\begin{aligned} a) \quad I_{rms} &= \frac{P_L}{(pf)(V_{rms})} \\ &= \frac{(88)(10^3)}{(0.707)(480)} \\ &= 259.3 Arms \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_S &= P_L + (0.08)I_{rms}^2 \\ &= 88000 + (0.08)(259.3)^2 \\ &= 93.38kW\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b) \quad I_{rms} &= \frac{P_L}{(pf)(V_{rms})} \\ &= \frac{(88)(10^3)}{(0.90)(480)} \\ &= 203.7 Arms\end{aligned}$$

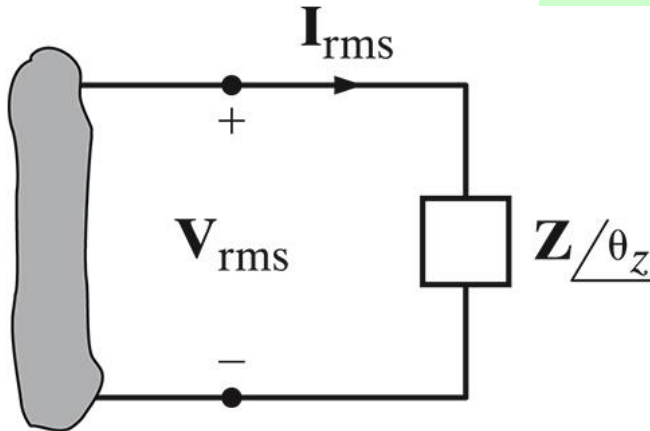
$$\begin{aligned}P_S &= P_L + (0.08)I_{rms}^2 \\ &= 88000 + (0.08)(203.7)^2 \\ &= 91.32kW\end{aligned}$$

olarak buluruz.

Karmaşık Güç

KARMAŞIK GÜÇ

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}_{rms} \mathbf{I}_{rms}^*$$



$$\mathbf{S} = V_{rms} \angle \theta_v \text{ }^\circ \times [I_{rms} \angle \theta_i \text{ }^\circ]^*$$

$$\mathbf{S} = V_{rms} I_{rms} \angle \theta_v - \theta_i$$

$$|\mathbf{S}| = V_{rms} I_{rms}$$

$$\mathbf{S} = \underbrace{V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i)}_P + j \underbrace{V_{rms} I_{rms} \sin(\theta_v - \theta_i)}_Q$$

P

Aktif (ortalama) güç

Q

Reaktif Güç

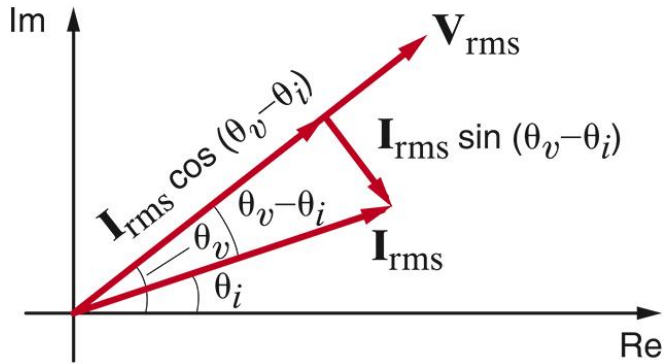
Görünür gücün birimi VA
Reaktif gücün birimi VAR'dır

$$P = \text{Re}(\mathbf{S}) = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$Q = \text{Im}(\mathbf{S}) = V_{rms} I_{rms} \sin(\theta_v - \theta_i)$$

KARMAŞIK GÜÇ

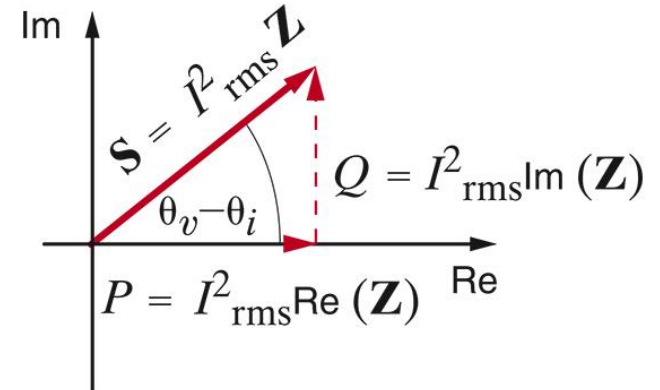
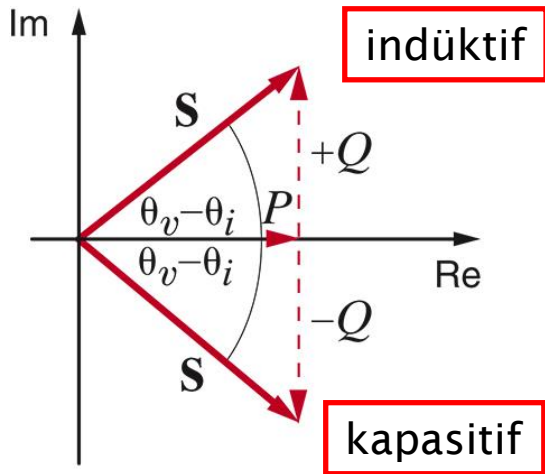
$$S = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i) + j V_{rms} I_{rms} \sin(\theta_v - \theta_i)$$



Diğer bir kullanışlı biçim

$$V_{rms} = Z I_{rms} \Rightarrow S = (Z I_{rms}) I_{rms}^* = Z |I_{rms}|^2$$

$$Z = R + jX \Rightarrow \begin{cases} P = R |I_{rms}|^2 \\ Q = X |I_{rms}|^2 \end{cases}$$



TEMEL ELEMANLARIN ANALİZİ

DİRENÇLER

$$(\theta_v - \theta_i) = 0, \quad \cos(\theta_v - \theta_i) = 1, \quad \sin(\theta_v - \theta_i) = 0$$

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos(0^\circ) = V_{rms} I_{rms}$$

$$Q = V_{rms} I_{rms} \sin(0^\circ) = 0$$

İNDÜKTÖRLER

$$\theta_v - \theta_i = 90^\circ$$

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos(90^\circ) = 0$$

$$Q = V_{rms} I_{rms} \sin(90^\circ) > 0$$

KAPASİTÖRLER

$$\theta_v - \theta_i = -90^\circ$$

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos(-90^\circ) = 0$$

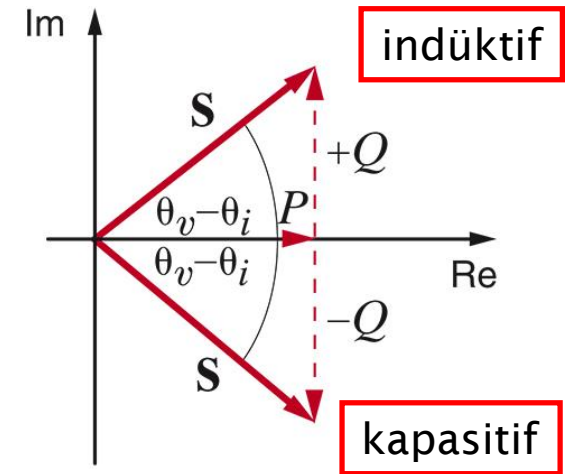
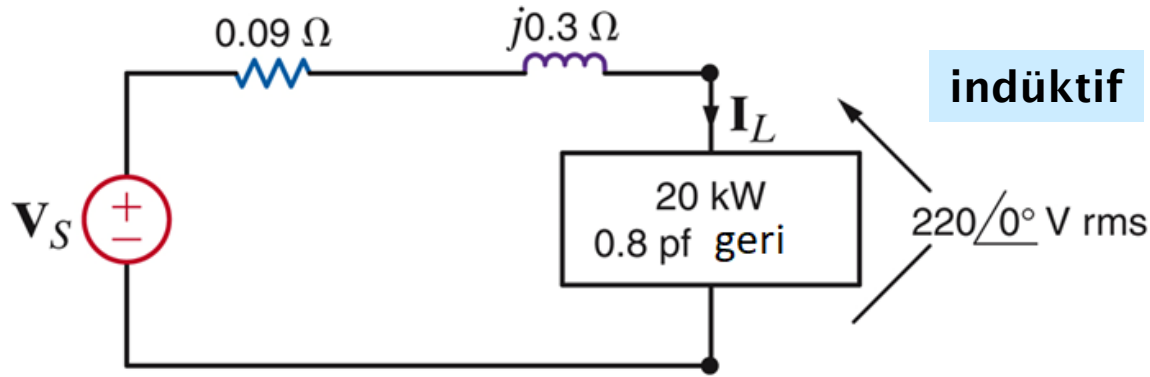
$$Q = V_{rms} I_{rms} \sin(-90^\circ) < 0$$

ÖRNEK

Verilenler:

$$P_L = 20kW, pf = 0.8 \text{ geri}, \mathbf{V}_L = 220 \angle 0^\circ \text{ rms}, \mathbf{Z}_L = 0.09 + j0.3 \Omega, f = 60 \text{ Hz}$$

Hat girişindeki gerilimi ve güç faktörünü belirleyin.



$$P = \text{Re}\{S\} = |S| \cos(\theta_v - \theta_i) = |S| \times pf$$

$$\therefore |S_L| = \frac{P}{pf} = 25 \text{ kVA}$$

$$Q^2 = S_L^2 - P^2 \Rightarrow Q = 15 \text{ kVAR}$$

$$\mathbf{S}_L = 20 \text{ kW} + j15 \text{ (kVAR)} = 25 \angle 36.87^\circ \text{ kVA}$$

ÖRNEK-devam

Verilenler:

$$P_L = 20kW, pf = 0.8 \text{ geri}, \mathbf{V}_L = 220 \angle 0^\circ \text{ rms}, \mathbf{Z}_L = 0.09 + j0.3\Omega, f = 60Hz$$

Hat girişindeki gerilimi ve güç faktörünü belirleyin.

$$S_L = V_L I_L^*$$

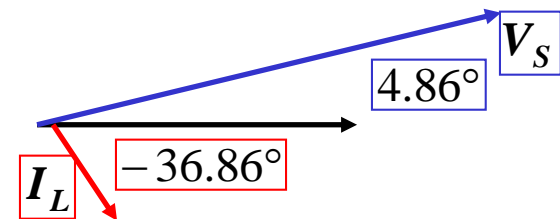
$$\Rightarrow I_L = \left[\frac{S_L}{V_L} \right]^* = \left[\frac{25,000 \angle 36.87^\circ}{220 \angle 0^\circ} \right]^* = 113.64 \angle -36.86^\circ (\text{A})$$

$$I_L = \left[\frac{20,000 + j15,000}{220} \right]^* = 90.91 - j68.18 (\text{A})$$

$$V_S = (0.09 + j0.3)I_L + 220 \angle 0^\circ$$

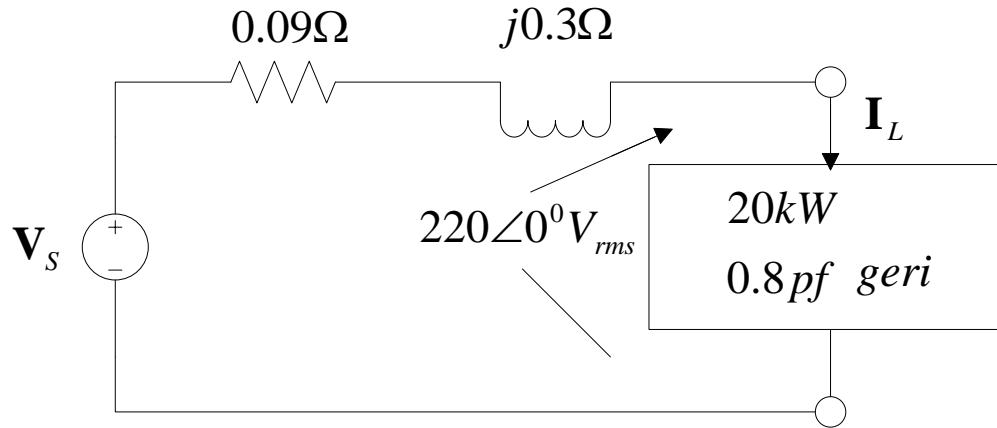
$$V_S = (0.09 + j0.3)(90.91 - j68.18) + 220 (\text{V})$$

$$V_S = 248.63 + j21.14 = 249.53 \angle 4.86^\circ$$



$$pf_{\text{kaynak}} = \cos(41.72^\circ) = 0.746 \text{ geri}$$

Çözüm; (İKİNCİ YOL)



$$S_L = \frac{P}{\cos \theta} = \frac{P}{pf} = \frac{20000}{0,8} = 25000 VA$$

buradan yük;

$$S_L = 25000 \angle \theta = 25000 \angle 36.87^\circ = 20000 + j15000 VA$$

Çözüm; (İKİNCİ YOL)

$$\mathbf{S}_L = \mathbf{V}_L \mathbf{I}_L^*$$

$$\mathbf{I}_L = \left[\frac{25000 \angle 36,87^\circ}{220 \angle 0^\circ} \right]^*$$

$$= 113,64 \angle -36,87^\circ \text{ Arms}$$

$$\mathbf{S}_{hat} = I_L^2 \mathbf{Z}_{hat}$$

$$\mathbf{S}_{hat} = (113,64)^2 (0,09 + j0,3)$$

$$\mathbf{S}_{hat} = 1162,26 + j3874,21 \text{ VA}$$

Çözüm; (İKİNCİ YOL)

Karmaşık gücün genel denkleminde;

$$\mathbf{S}_S = \mathbf{S}_L + \mathbf{S}_{hat}$$

$$\mathbf{S}_S = 21162,26 + j18874,21$$

$$\mathbf{S}_S = 28356,25 \angle 41,73^\circ \text{ VA}$$

güç faktörü;

$$pf_{giriş} = \cos(41.73^\circ) = 0.75 \text{ geri}$$

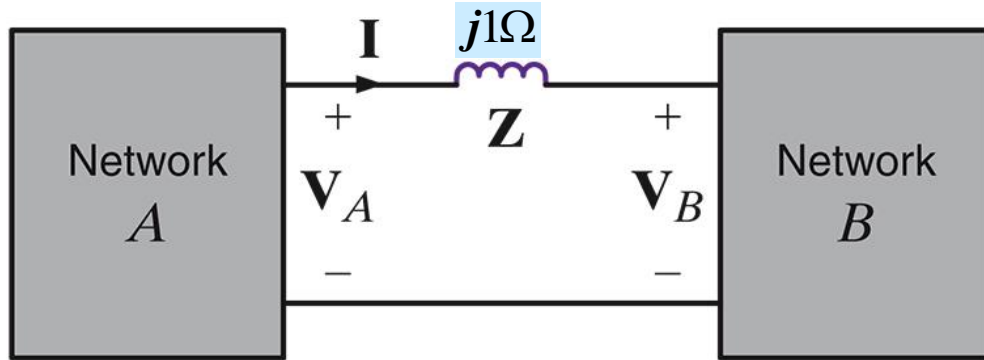
Hat girişindeki gerilim;

$$V_S = \frac{|\mathbf{S}_S|}{I_L} = \frac{28356,25}{113,64}$$

$$V_S = 249,53 \text{ V}_{rms}$$

ÖRNEK

Devreler arasındaki ortalama güç akışını hesaplayın
Güç sağlayan kaynağın hangisi olduğunu belirleyin



$$V_A = 120 \angle 30^\circ (\text{V})_{rms}$$

$$V_B = 120 \angle 0^\circ (\text{V})_{rms}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_A - \mathbf{V}_B}{\mathbf{Z}} = \frac{120 \angle 30^\circ - 120 \angle 0^\circ}{j1}$$

$$\mathbf{I} = \frac{(103.92 + j60) - 120}{j} = 60 + j16.08 (\text{A})_{rms}$$

$$\mathbf{I} = 62.12 \angle 15^\circ (\text{A})_{rms}$$

$$P_A = V_A \times (-I) \times \cos(\theta_{V_A} - \theta_I)$$

Pasif işaret kuralı uygulandığında,
A devresi tarafından harcanan güç

$$P_A = 120 \times (-62.12) \times \cos(30^\circ - 15^\circ) = -7200 (\text{W})$$

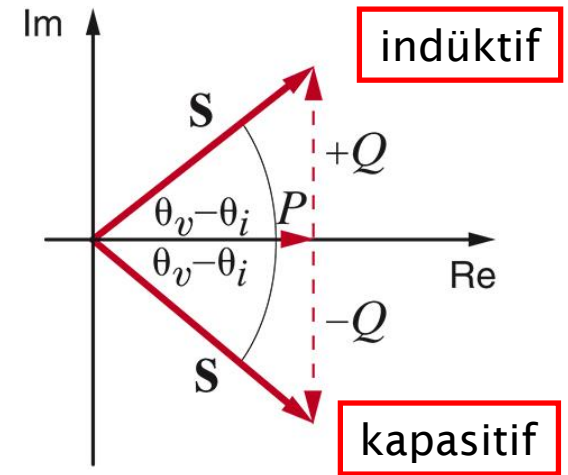
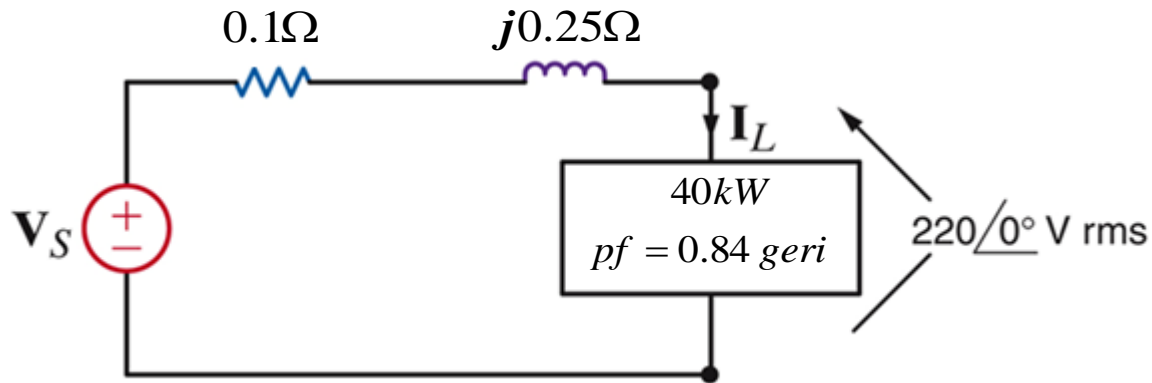
$$P_B = V_B \times I \times \cos(\theta_{V_B} - \theta_I)$$

$$P_B = 120 \times 62.12 \times \cos(0^\circ - 15^\circ) = 7200 (\text{W})$$

A devresi B devresine
7.2kW ortalama güç sağlamaktadır

ÖRNEK

Ortalama ve reaktif güç kayıplarını ve sağlanan ortalama ve reaktif gücü belirleyin



$$P = \text{Re}\{S\} = |S| \cos(\theta_v - \theta_i) = |S| \times pf$$

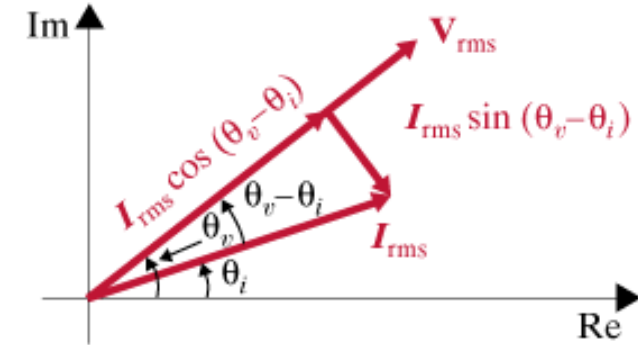
$$|S_L| = \frac{P}{pf} = \frac{40}{.84} = 47.62\text{kVA}$$

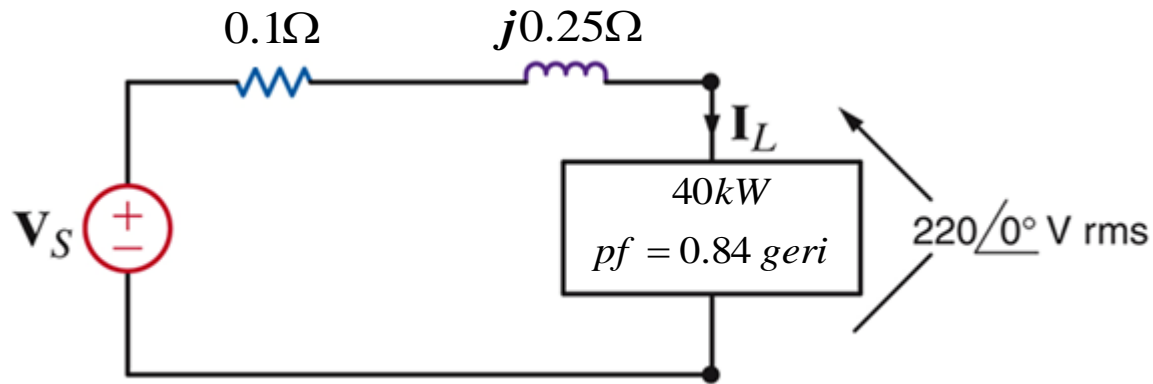
$$|Q_L| = \sqrt{|S_L|^2 - P^2} = 25,839(\text{kVAR})$$

$$S = VI^* \Rightarrow |I_L| = \frac{|S_L|}{|V_L|} = 216.45(\text{A})_{rms}$$

$$pf = \cos(\theta_v - \theta_i) \Rightarrow \theta_v - \theta_i = 32.86^\circ$$

$$I_L = 216.45\angle -32.86^\circ(\text{A})_{rms}$$





$$I_L = 216.45 \angle -32.86^\circ (\text{A})_{rms}$$

$$pf = \cos(\theta_v - \theta_i) \Rightarrow \theta_v - \theta_i = 32.86^\circ$$

$$S_{kayip} = (Z_{hat} I_L) I_L^* = Z_{hat} |I_L|^2$$

$$S_{kayip} = (0.1 + j0.25)(216.45)^2 = 4685 + j11713 \text{ VA}$$

Güç dengesi

$$S_{saglanan} = S_{kayip} + S_{yük}$$

$$= 4.685 + j11.713 + 40 + j25.839 = 44.685 + j37.552 \text{ kVA}$$