

ALTERNATİF AKIM KALICI DURUM ANALİZİ

AA KALICI DURUM ANALİZİ

ÖĞRENME HEDEFLERİ

SİNÜSOİDLER

Sinüsoidal sinyaller hakkında temel bilgilerin gözden geçirilmesi

SİNÜSOİDAL VE KARMAŞIK ZORLAMA FONKSİYONLARI

Sinüsoidal bağımsız kaynaklara sahip devrelerin davranışı ve sinüsoidlerin karmaşık üstel fonksiyonlarla modellenmesi

FAZÖRLER

Karmaşık üstel fonksiyonların vektörler olarak temsil edilmesi.
Bu durum devrelerin kalıcı durum analizini kolaylaştırır.

EMPEDANS VE ADMİTANS

AA kalıcı durum devresi çalışmasını tanımlamak için bilinen direnç ve iletkenlik kavramlarının genelleştirilmesi.

FAZÖR DİYAGRAMLARI

AA gerilim ve akımların karmaşık vektörler olarak gösterimi

KIRCHHOFF KANUNLARINI KULLANARAK TEMEL AA ANALİZİ

ANALİZ TEKNİKLERİ

Düğüm, çevre, Thevenin ve diğer teknikler

TEMEL TRİGONOMETRİ

TEMEL ÖZDESLİKLER

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

BAZI TURETİLMİŞ ÖZDESLİKLER

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta)$$

UYGULAMALAR

$$\cos \omega t = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin \omega t = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos \omega t = -\cos(\omega t \pm \pi)$$

$$\sin \omega t = -\sin(\omega t \pm \pi)$$

RADYAN VE DERECE

$$2\pi \text{ radian} = 360 \text{ derece}$$

$$\theta(\text{rad}) = \frac{180}{\pi} \theta(\text{derece})$$

KABULEDİLMİŞ EE GÖSTERİMİ

$$\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\omega t + 90^\circ)$$

SİNÜSOİDLER

Sinüs Fonksiyonu

$$x(\omega t) = X_M \sin \omega t$$

Burada;

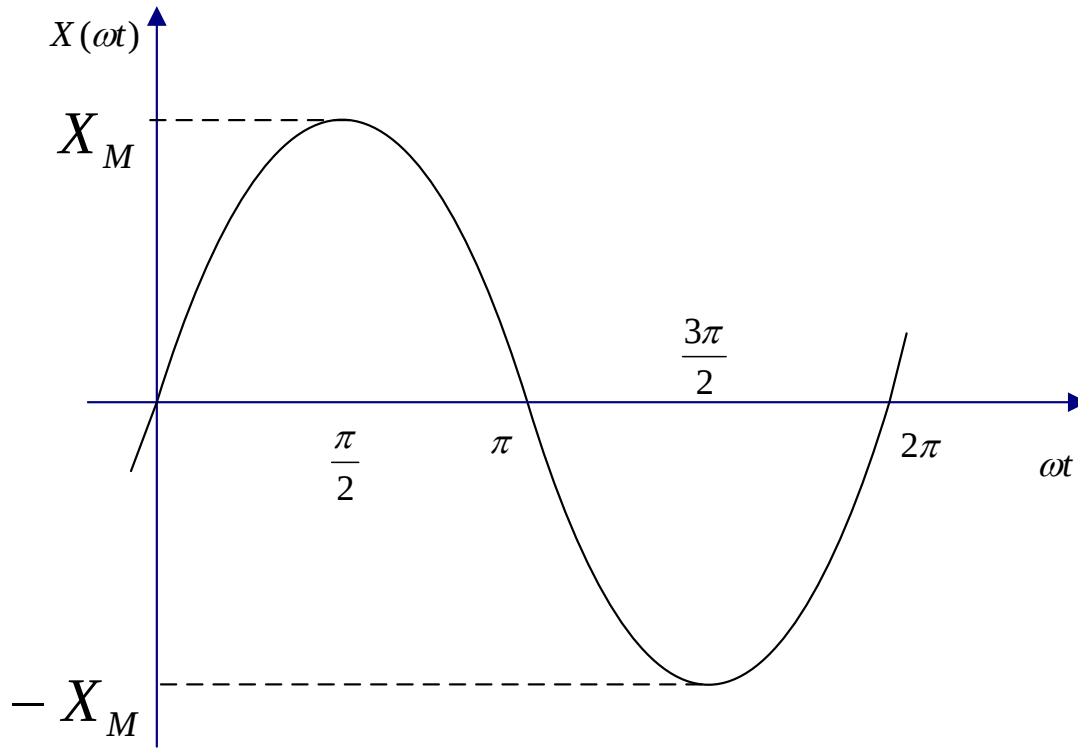
$x(\omega t)$: gerilim $v(t)$ veya akım $i(t)$ olabilir

X_M : sinüs fonksiyonunun maksimum değeri (genliği)

ω : sinüs fonksiyonunun açısal frekansı

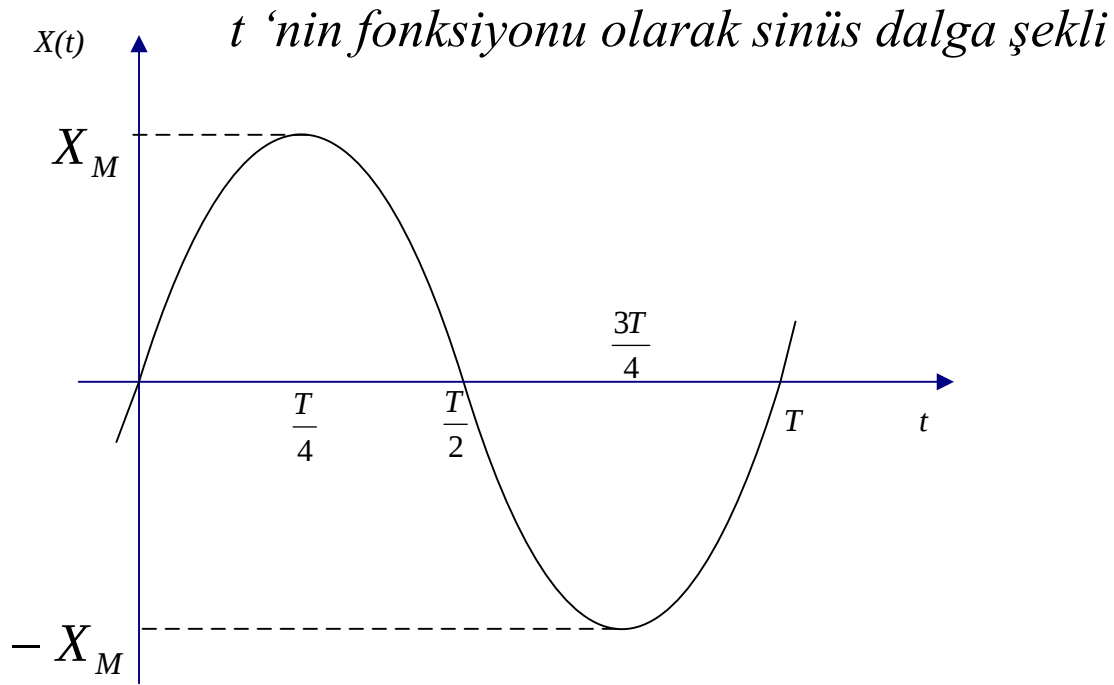
ωt : sinüs fonksiyonunun argümanı

ωt 'nin fonksiyonu olarak sinüs dalga şekli



Her 2π radyandan sonra fonksiyon kendini tekrarlar

$$x(\omega t) = x(\omega t + 2\pi) = x(\omega t + 4\pi)$$



$$x[\omega(t + T)] = x(\omega t)$$

Bir fonksiyonun bir saykıl tamamlaması için geçen zamana **periyot** denir. Birimi saniye.

Bir birimlik süre içinde tekrarlanan saykıl sayısına **frekans** denir. Birimi hertzdir, **f** ile gösterilir.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

Önceki şekilden $\omega T = 2\pi$ olduğunu biliyoruz.

O halde;

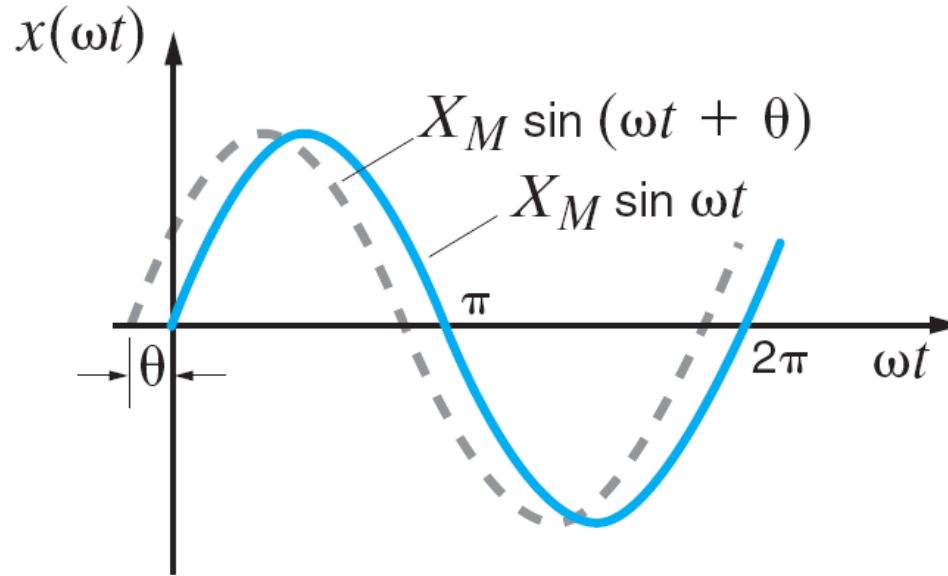
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

buluruz.

Genel Sinüs Denklemi

$$x(\omega t) = X_M \sin(\omega t + \theta)$$

Sinüs fonksiyonunun argümanı $(\omega t + \theta)$ dır, θ ise faz açısıdır



$X_M \sin \omega t$ fonksiyonu, $X_M \sin(\omega t + \theta)$ fonksiyonundan daha sonra başlamıştır.

$X_M \sin(\omega t + \theta)$ fonksiyonu ise $X_M \sin \omega t$ fonksiyonundan daha önce başlamıştır.

Bir Sinyalin parametreleri;

- *Genliği*
- *Frekansı*
- *Faz açısı*

$$x(\omega t) = X_M \sin(\omega t + \theta)$$

Sinüsoidlerin Faz açısı yönünden karşılaştırılması:

$$x_1(t) = X_{M_1} \sin(\omega t + \theta)$$

$$x_2(t) = X_{M_2} \sin(\omega t + \phi) \quad \text{olsun,}$$

$x_1(t)$ fonksiyonu, $x_2(t)$ fonksiyonundan $(\theta - \phi)$ kadar ileri fazdadır.

$x_2(t)$ fonksiyonu, $x_1(t)$ fonksiyonundan $(\theta - \phi)$ kadar geri fazdadır.

Eğer $\theta = \phi$ ise iki fonksiyon aynı fazdadır.

Eğer $\theta \neq \phi$ ise iki fonksiyon farklı fazdadır.

Faz açısı normalde radyan yerine derece olarak ifade edilir.

$$x(t) = X_M \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = X_M \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

Fonksiyonun argümanına 360 derece veya tamsayı katları eklendiğinde, orijinal fonksiyon değişmemektedir.

Eğer iki fonksiyonu faz açısı yönünden karşılaştırmak istiyorsak;

- Frekansları aynı olmalıdır
- Aynı formda olmalıdır
- Genlikleri pozitif işaretli olmalıdır

*Sinüs ve kosinüs
fonksiyonlarının dönüşümleri:*

$$\cos \omega t = \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\sin \omega t = \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

Fonksiyonların işaretlerinin değiştirilmesi

$$-\cos(\omega t) = \cos(\omega t \pm 180^\circ)$$

$$-\sin(\omega t) = \sin(\omega t \pm 180^\circ)$$

Sinüs ve Kosinüs için açı toplam ve açı fark ilişkileri

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Genel Sinüs Denklemi

$$x(\omega t) = X_M \sin(\omega t + \theta) \text{ olsun,}$$

Buradan;

$$x(\omega t) = X_M (\sin \omega t \cdot \cos \theta + \cos \omega t \cdot \sin \theta)$$

$$A = X_M \cos \theta$$

$$B = X_M \sin \theta$$

$$x(\omega t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

$$x(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sin(\omega t + \tan^{-1}(B / A)) \quad \text{olur.}$$

Örnek: Verilen gerilimlerin dalga şekillerini çiziniz?

a) $v(t) = 1 \cos(\omega t + 45^\circ)$

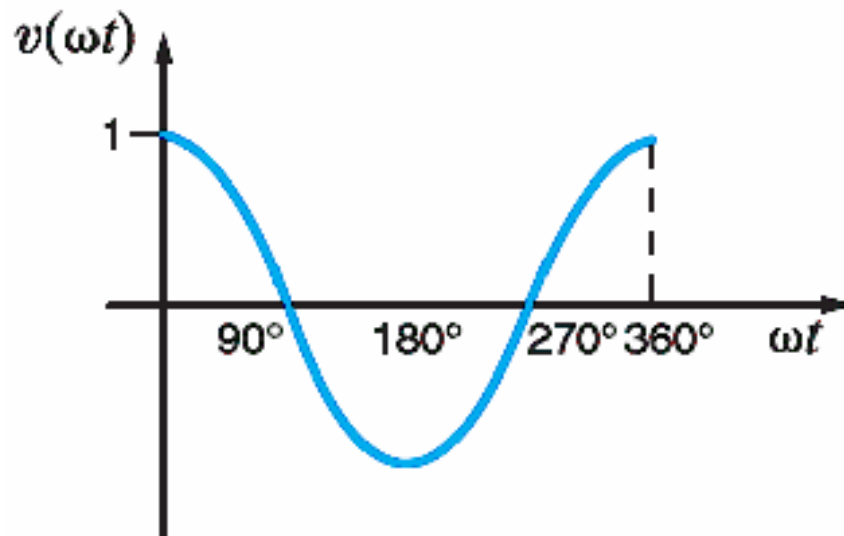
b) $v(t) = 1 \cos(\omega t + 225^\circ)$

c) $v(t) = 1 \cos(\omega t - 315^\circ)$

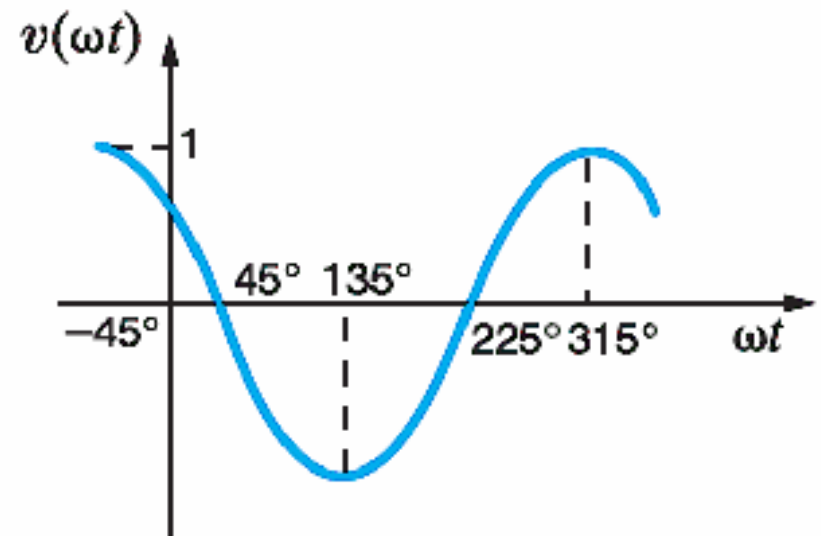
Çözüm:

a)

$$v(t) = 1 \cos(\omega t + 45^\circ)$$



(a)



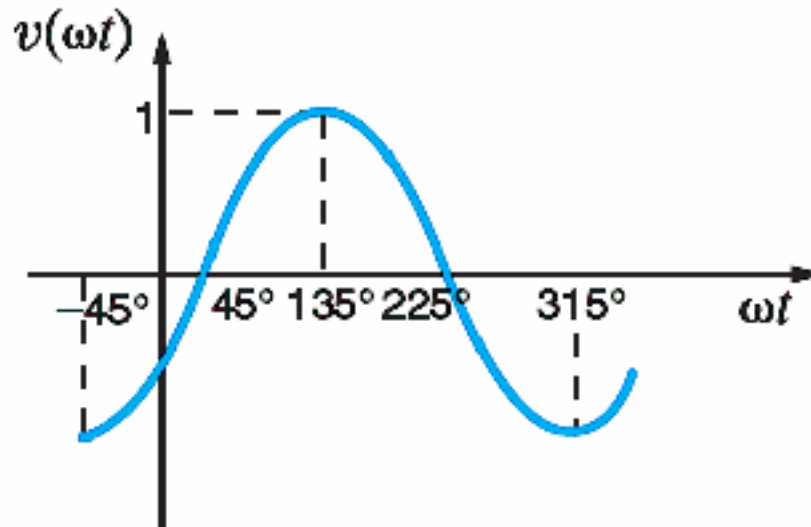
(b)

Çözüm (devam):

b) $v(t) = 1 \cos(\omega t + 225^\circ)$

$$v(t) = 1 \cos(\omega t + 225) = 1 \cos(\omega t + 45 + 180)$$

$$v(t) = -1 \cos(\omega t + 45)$$



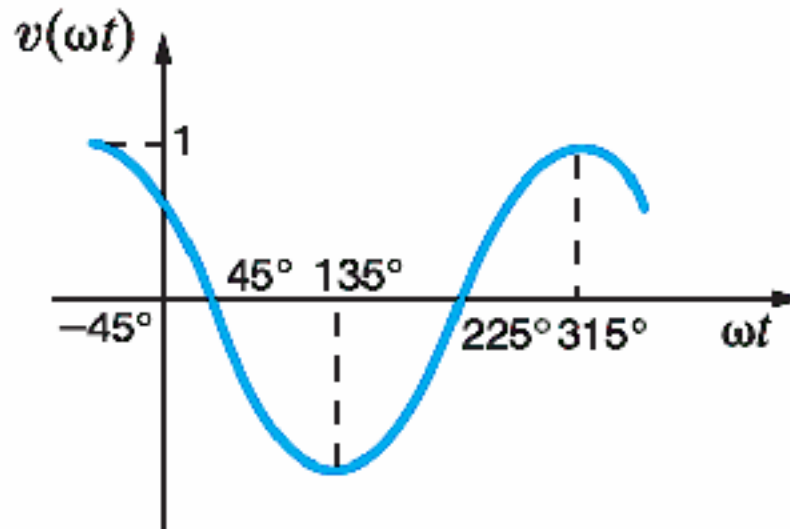
(c)

Çözüm (devam):

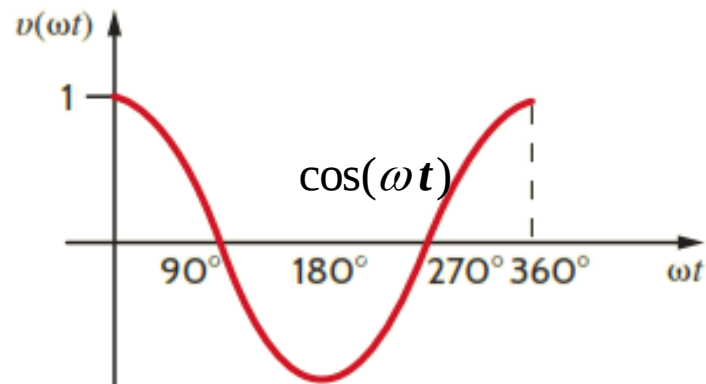
c) $v(t) = 1 \cos(\omega t - 315^\circ)$

$$v(t) = 1 \cos(\omega t - 315^\circ) = 1 \cos(\omega t - 315^\circ + 360^\circ) = 1 \cos(\omega t + 45^\circ)$$

cevap a) şıkkı ile aynı

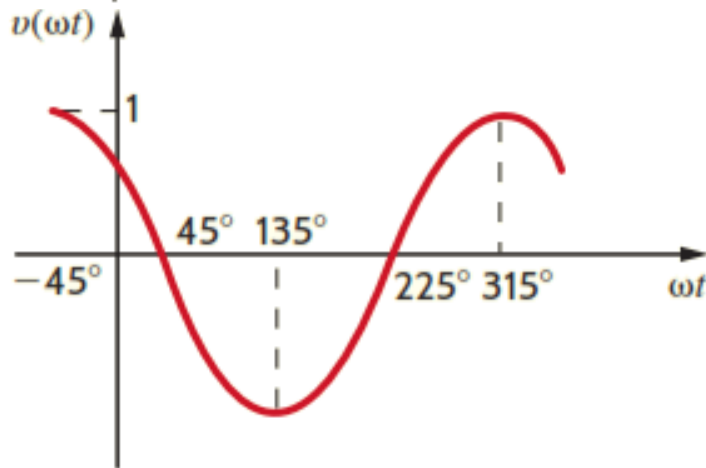


ÖRNEK-özet



$$\cos(\omega t + 45^\circ)$$

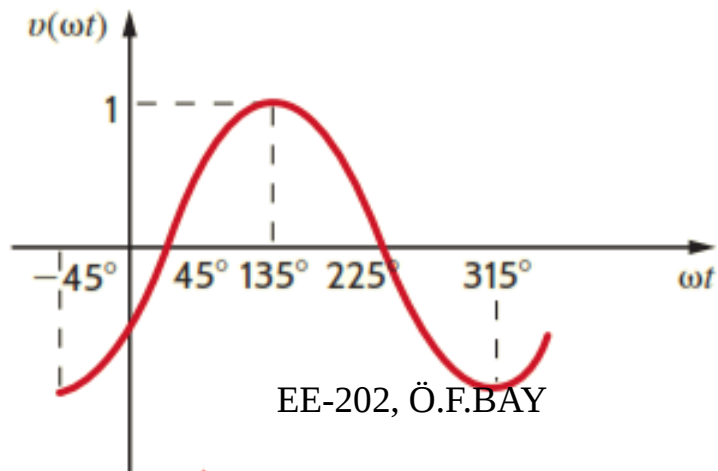
45 derece ileride



$$\cos(\omega t + 45 - 360)$$

315 derece geride

$$-\cos(\omega t + 45^\circ)$$



$$\cos(\omega t + 45 \pm 180)$$

225 derece ileride
veya 135 derece geride

Örnek: Gerilimlerin frekanslarını ve aralarındaki faz farkını bulunuz?

$$v_1(t) = 12 \sin(1000t + 60^\circ) \text{ V}$$

$$v_2(t) = -6 \cos(1000t + 30^\circ) \text{ V}$$

Frekansları;

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1000}{2\pi} = 159.2 \text{ Hz}$$

olarak bulunur.

Çözüm (devam):

Faz farkları ise;

$$v_2(t) = -6 \cos(\omega t + 30^\circ) = 6 \cos(\omega t + 30^\circ + 180^\circ)$$

$$v_2(t) = 6 \sin(\omega t + 210^\circ + 90^\circ) = 6 \sin(\omega t + 300^\circ) = 6 \sin(\omega t - 60^\circ)$$

buradan;

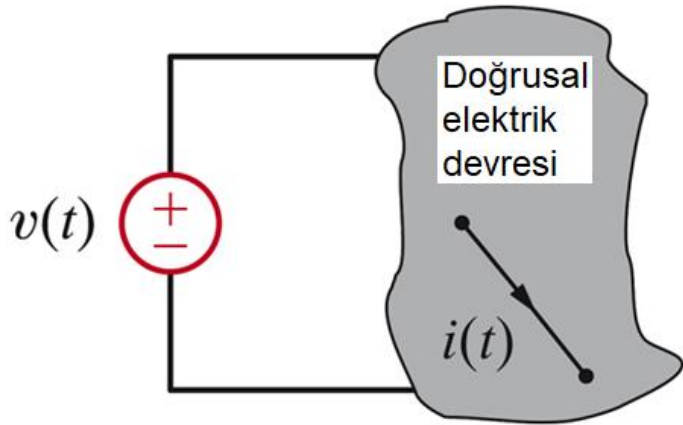
$$v_1(t) = 12 \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ V}$$

$$v_2(t) = 6 \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ V}$$

$v_1(t)$ fonksiyonu $v_2(t)$ fonksiyonundan

$$[60^\circ - (-60^\circ)] = 120^\circ \text{ ileridir.}$$

SİNÜSOİDAL VE KARMAŞIK ZORLAMA FONKSİYONLARI



Eğer bağımsız kaynaklar aynı frekanslı sinüsoidal fonksiyonlar ise doğrusal elektrik devresindeki herhangi bir değişken için kalıcı durum cevabı da aynı frekansta ve sinüsoidal bir fonksiyon olacaktır.

$$v(t) = A \sin(\omega t + \theta) \Rightarrow i(t) = B \sin(\omega t + \phi)$$

Kalıcı durum cevabını bulmak için B, ϕ parametrelerini bulmak gerekir

$$v(t) = A \sin(\omega t + \theta)$$

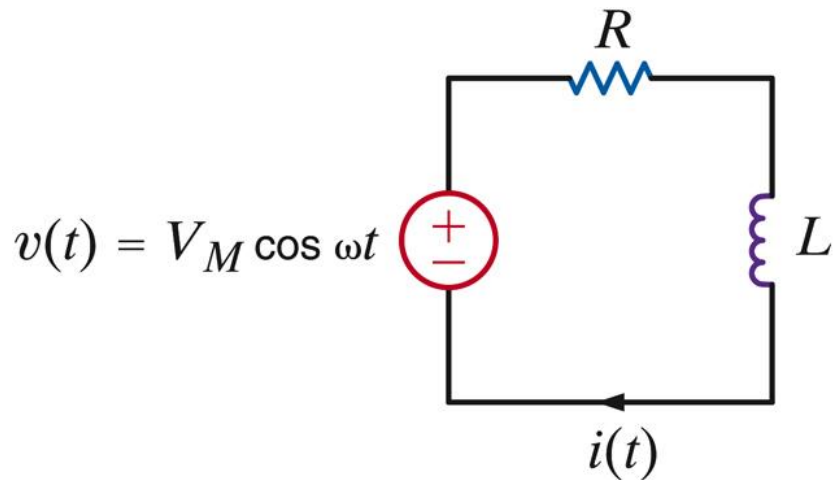
$$i(t) = B \sin(\omega t + \phi)$$

Zorlama fonksiyonu

Cevap fonksiyonu

*Devrede sadece direnç elemanları varsa $\theta = \phi$ olur.
Devrede direnç, endüktans veya kapasitans varsa
rezonans anı dışında $\theta \neq \phi$ olur.*

Örnek - Devreden geçen akımı elde edelim



$$\text{KGK: } L \frac{di}{dt}(t) + Ri(t) = v(t)$$

$$\text{Kalıcı durumda } i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi)$$

Trigonometrik özdeşlikten;

$$i(t) = I_M \cos \phi \cos \omega t - I_M \sin \phi \sin \omega t$$

$$i(t) = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$$

$$L \frac{di}{dt}(t) + Ri(t) = v(t)$$

$$L \frac{d}{dt} (A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t) + R(A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t) = V_M \cos \omega t$$

$$i(t) = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$$

$$\frac{di}{dt}(t) = -A_1 \omega \sin \omega t + A_2 \omega \cos \omega t$$

$$-A_1 \omega L \sin \omega t + A_2 \omega L \cos \omega t + RA_1 \cos \omega t + RA_2 \sin \omega t = V_M \cos \omega t$$

$$(-L\omega A_1 + RA_2) \sin \omega t + (L\omega A_2 + RA_1) \cos \omega t = V_M \cos \omega t$$

$$-L\omega A_1 + RA_2 = 0 \quad \text{cebsel problem}$$

$$L\omega A_2 + RA_1 = V_M$$

$$A_1 = \frac{RV_M}{R^2 + (\omega L)^2}, \quad A_2 = \frac{\omega LV_M}{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$i(t) = \frac{RV_M}{R^2 + \omega^2 L^2} \cos \omega t + \frac{\omega LV_M}{R^2 + \omega^2 L^2} \sin \omega t$$

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi) \quad \text{İdi,}$$

Buradaki I_M ve ϕ aşağıdaki gibi bulunur

$$I_M \cos \phi = \frac{RV_M}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$I_M \sin \phi = \frac{-\omega L V_M}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Buradan;

$$\tan \phi = \frac{I_M \sin \phi}{I_M \cos \phi} = -\frac{\omega L}{R}$$

$$\phi = -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

$$(I_M \cos \phi)^2 + (I_M \sin \phi)^2 = I_M^2 (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) = I_M^2$$

$$I_M^2 = \frac{R^2 V_M^2}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} + \frac{(\omega L)^2 V_M^2}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} = \frac{V_M^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$I_M = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

Buradan $i(t)$ için son ifade aşağıdaki gibi olur;

$$i(t) = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos \left(\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \right)$$

ÇÖZÜMÜN ÖZET ANALİZİ

Cözüm $i(t) = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t$

Uygulanan gerilim: $v(t) = V_M \cos \omega t$

Cevap: $i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi)$

$$A_1 = I_M \cos \phi, \quad A_2 = -I_M \sin \phi$$

$$I_M = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}, \quad \tan \phi = -\frac{A_2}{A_1}$$

$$A_1 = \frac{RV_M}{R^2 + (\omega L)^2}, \quad A_2 = \frac{\omega L V_M}{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$I_M = \frac{V_M}{R^2 + (\omega L)^2}, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

$$i(t) = \frac{V_M}{R^2 + (\omega L)^2} \cos(\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R})$$

$L \neq 0$ ise akım HERZAMAN gerilimden geridedir.

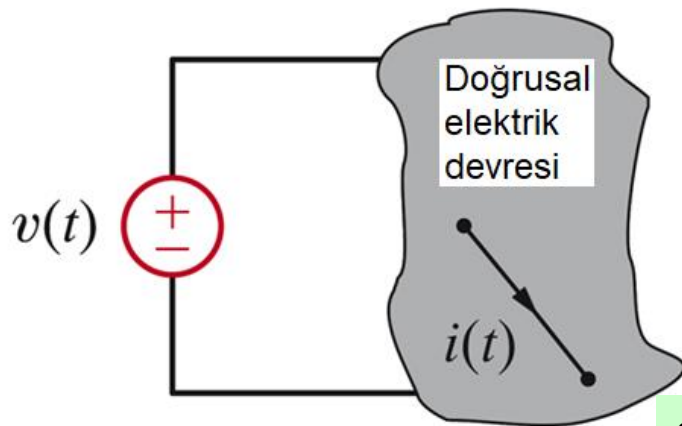
Eğer $R=0$ (saf indüktör), akım gerilimden 90° geridedir.

BASİT TEK GÖZLÜ BİR DEVRENİN ÇÖZÜMÜ BİLE
SİNÜSOİDAL ZORLAMA FONKSİYONLARI KULLANILIRSA ÇOK ZAHMETLİ OLABİLİR.

ANALİZİ BASİTLEŞTİRMEK İÇİN SİNÜSOİDAL FONKSİYONLAR
KARMAŞIK SAYILARLA İLİŞKİLENDİRİLİR. BÖYLECE KALICI DURUM ANALİZİ
CEBİRSEL DENKLEM SİSTEMLERİNE DÖNÜŞTÜRÜLÜR ...

... karmaşık değişkenlerle

TEMEL ÖZDESLİK: $e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$ (Euler özdeşliği)



$$\begin{aligned} v(t) &= V_M \cos \omega t \rightarrow i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi) \\ v(t) &= V_M \sin \omega t \rightarrow i(t) = I_M \sin(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

$$V_M e^{j\omega t} \rightarrow I_M e^{j(\omega t + \phi)} = I_M e^{j\phi} e^{j\omega t}$$

sinüsoidin frekansı biliniyorsa, $\exp(j\omega t)$ terimi atılabilir.

$$V_M \rightarrow I_M e^{j\theta}$$

Euler Denklemi

*Zamanla değişen sinüsoidal fonksiyonları karmaşık frekans bölgesinde karmaşık sayılarla temsil etmek için **Euler** denkleminden faydalanılır.*

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$$

$$\operatorname{Re}(e^{j\omega t}) = \cos \omega t$$

$$\operatorname{Im}(e^{j\omega t}) = \sin \omega t$$

Re(.) fonksiyonun gerçekte kısmını ifade eder.

Im(.) fonksiyonun sanal kısmını ifade eder.

Zorlama fonksiyonu:

$$v(t) = V_M e^{j\omega t}$$

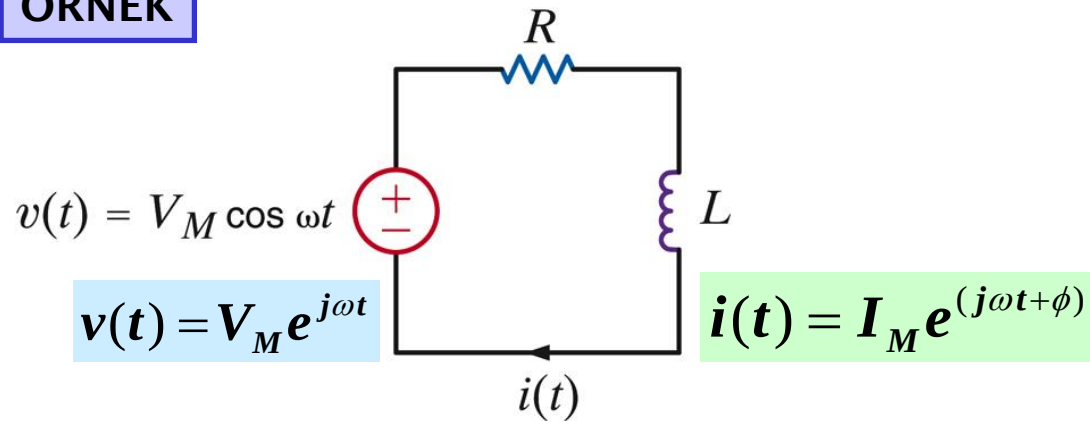
$$v(t) = V_M \cos \omega t + jV_M \sin \omega t$$

Cevap fonksiyonu:

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi) + jI_M \sin(\omega t + \phi)$$

$$i(t) = I_M e^{j(\omega t + \phi)}$$

ÖRNEK



$$\text{KKG : } L \frac{di}{dt}(t) + Ri(t) = v(t)$$

$$L \frac{di}{dt}(t) + Ri(t) = v(t)$$

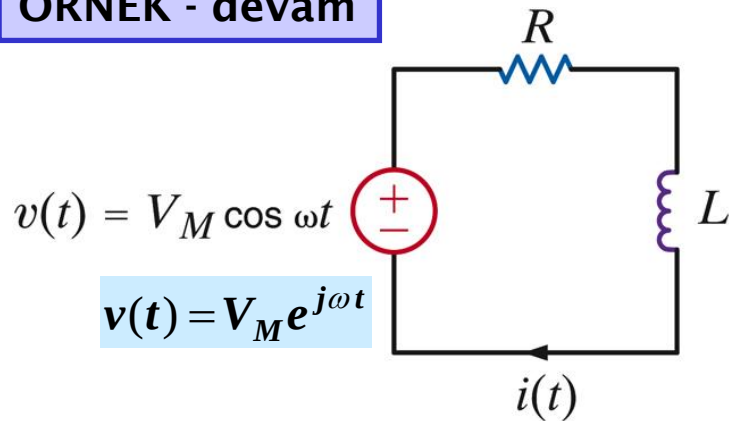
$$L \frac{d}{dt}(I_M e^{j(\omega t + \phi)}) + RI_M e^{j(\omega t + \phi)} = V_M e^{j\omega t}$$

$$j\omega L I_M e^{j(\omega t + \phi)} + RI_M e^{j(\omega t + \phi)} = V_M e^{j\omega t}$$

$$(j\omega L + R)I_M e^{j\phi} e^{j\omega t} = V_M e^{j\omega t}$$

$$I_M e^{j\phi} = \frac{V_M}{R + j\omega L}$$

ÖRNEK - devam



$$I_M e^{j\phi} = \frac{V_M}{R + j\omega L}$$

$$R + j\omega L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} e^{j[\tan^{-1} \frac{\omega L}{R}]}$$

$$I_M e^{j\phi} = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} e^{j[-\tan^{-1} \frac{\omega L}{R}]}$$

$$I_M = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, \quad \phi = -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

$$C \leftrightarrow P$$

$$x + jy = r e^{j\theta}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

$$\frac{1}{e^{j\theta}} = e^{-j\theta}$$

Gerçekte zorlama fonksiyonu $v(t) = V_M \cos \omega t$ olduğundan, gerçek cevap karmaşık cevabın gerçek kısmıdır.

$$v(t) = V_M \cos \omega t = \text{Re}\{V_M e^{j\omega t}\}$$

$$i(t) = \text{Re}\{I_M e^{j(\omega t - \phi)}\} = I_M \cos(\omega t - \phi)$$

FAZÖRLER

FAZÖRLER

GEREKLİ ŞART:

TÜM BAĞIMSIZ KAYNAKLAR AYNI FREKANSTA SİNÜSOİDLERDİR

KAYNAK SÜPERPOZİSYONUNDAN DOLAYI, TEK BİR KAYNAK OLARAK DÜŞÜNÜLEBİLİR

$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta)$$

HERHANGİ BİR DEVRE DEĞİŞKENİNİN KALICI DURUM CEVABI ŞU ŞEKİLDE OLACAKTIR

$$y(t) = Y_M \cos(\omega t + \phi)$$

KISAYOL

$$v(t) = V_M e^{j(\omega t + \theta)} \Rightarrow y(t) = Y_M e^{j(\omega t + \phi)}$$

$$\text{Re}\{V_M e^{j(\omega t + \theta)}\} \Rightarrow \text{Re}\{Y_M e^{j(\omega t + \phi)}\}$$

Sadeleştir:

$$V_M e^{j(\omega t + \theta)} = V_M e^{j\theta} e^{j\omega t} \quad v = V_M e^{j\theta} \Rightarrow y = Y_M e^{j\phi}$$

GÖSTERİMDE KISAYOL

$v = V_M e^{j\theta}$ yerine $v = V_M \angle \theta$ yazabiliriz

... ve acılar derece olarak kabul edilecek

$V_M \angle \theta$, $V_M \cos(\omega t + \theta)$ 'nin fazör gösterimidir

$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta) \rightarrow \mathbf{V} = V_M \angle \theta$$

Sinüsoidal fonksiyonun karmaşık sayıyla temsili **FAZÖR** olarak adlandırılır ve koyu olarak yazılır.

$$\mathbf{V} = V_M \angle \theta$$

ÖRNEKLER

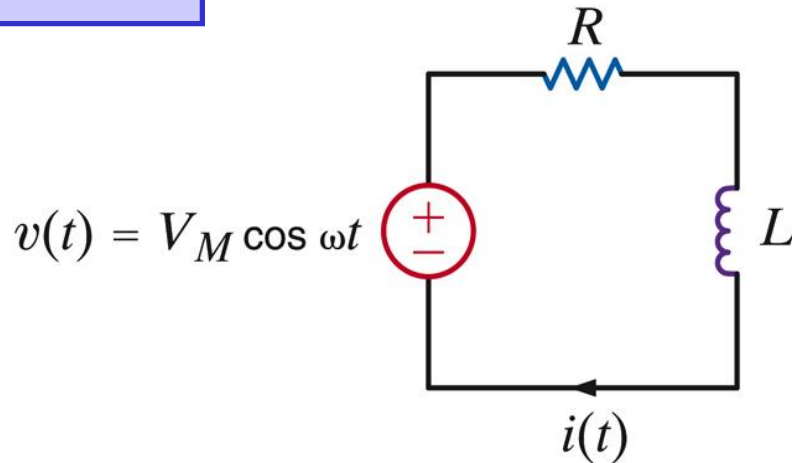
$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \theta) = \operatorname{Re}[V_M e^{j(\omega t + \theta)}]$$

$$\mathbf{V} = V_M \angle \theta \quad \text{olarak yazılır.}$$

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \phi) = \operatorname{Re}[I_M e^{j(\omega t + \phi)}]$$

$$\mathbf{I} = I_M \angle \phi \quad \text{olarak yazılır.}$$

ÖRNEK



$$v = \mathbf{V}e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{V} = V_M \angle \theta$$

$$\theta = 0 \text{ olsun}$$

$$i = \mathbf{I}e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{I} = I_M \angle \phi$$

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = v(t)$$

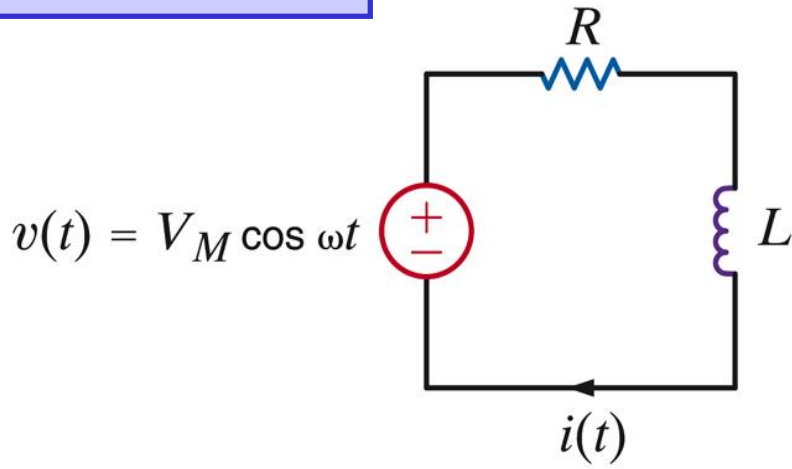
$$L \frac{d}{dt} (\mathbf{I}e^{j\omega t}) + R\mathbf{I}e^{j\omega t} = \mathbf{V}e^{j\omega t}$$

$$j\omega L\mathbf{I}e^{j\omega t} + R\mathbf{I}e^{j\omega t} = \mathbf{V}e^{j\omega t}$$

$$j\omega L\mathbf{I} + R\mathbf{I} = \mathbf{V}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{R + j\omega L} = I_M \angle \phi = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \angle -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

ÖRNEK - devam



$$v = \mathbf{V}e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{V} = V_M \angle \theta$$

$$\theta = 0 \text{ olsun}$$

$$i = \mathbf{I}e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{I} = I_M \angle \phi$$

$$I_M = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \quad \phi = -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

$$i(t) = \frac{V_M}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos \left(\omega t - \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \right)$$

Fazör sadece karmaşık sayılar cebiri kullanılarak elde edilebilir

Devre çözümü için diferansiyel denklem yazma ihtiyacını ortadan kaldıracak bir fazör temsili geliştireceğiz.

Fazör Gösterimi Örnekleri

Sinüsoidlerden fazör gösterimine geçmek gereklidir

$$A \cos(\omega t \pm \theta) \leftrightarrow A \angle \pm \theta$$

$$A \sin(\omega t \pm \theta) \leftrightarrow A \angle \pm \theta - 90^\circ$$

Örnek

Verilen sinüsoidal fonksiyonların fazör karşılıklarını yazınız

$$v(t) = 12 \cos(377t - 425^\circ) \leftrightarrow \mathbf{V} = 12 \angle -425^\circ$$

$$i(t) = 18 \sin(2513t + 4.2^\circ) \leftrightarrow \mathbf{I} = 18 \angle -85.8^\circ$$

$$v(t) = 24 \cos(377t - 45^\circ) \text{ V} \quad \mathbf{V} = 24 \angle -45^\circ \text{ V}$$

$$i(t) = 12 \sin(377t + 120^\circ) \text{ A} \quad \mathbf{I} = 12 \angle (120^\circ - 90^\circ) = 12 \angle 30^\circ \text{ A}$$

Örnek

Verilen fazörlerin zaman düzlemindeki karşılıklarını yazınız

$$f = 400 \text{ Hz} \text{ ise}$$

$$\mathbf{V}_1 = 10 \angle 20^\circ \leftrightarrow$$

$$v_1(t) = 10 \cos(800\pi t + 20^\circ)$$

$$\mathbf{V}_2 = 12 \angle -60^\circ \leftrightarrow$$

$$v_2(t) = 12 \cos(800\pi t - 60^\circ)$$

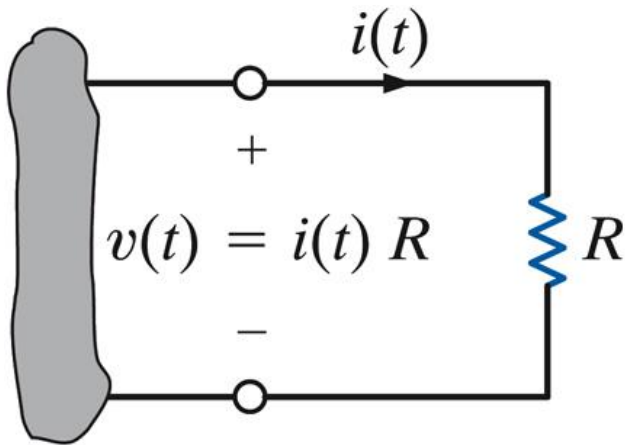
Fazörler karmaşık sayılar cebiri kuralları kullanılarak işleme tabi tutulurlar.

$$(V_1 \angle \theta_1)(V_2 \angle \theta_2) = V_1 V_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$$

$$\frac{V_1 \angle \theta_1}{V_2 \angle \theta_2} = \frac{V_1}{V_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)$$

DEVRE ELEMANLARININ FAZÖR İLİŞKİSİ

Dirneç (R) Elemanı:



$$v(t) = Ri(t)$$

Zorlama fonksiyonu:

$$V_M e^{j(\omega t + \theta_v)}$$

Cevap fonksiyonu:

$$I_M e^{j(\omega t + \theta_i)}$$

$$V_M e^{j(\omega t + \theta_v)} = RI_M e^{j(\omega t + \theta_i)}$$

$$V_M e^{j\theta_v} e^{j\omega t} = RI_M e^{j\theta_i} e^{j\omega t}$$

$$V_M e^{j\theta_v} = RI_M e^{j\theta_i}$$

$$V_M e^{j\theta_v} = \mathbf{V} = V_M \angle \theta_v$$

$$I_M e^{j\theta_i} = \mathbf{I} = I_M \angle \theta_i$$

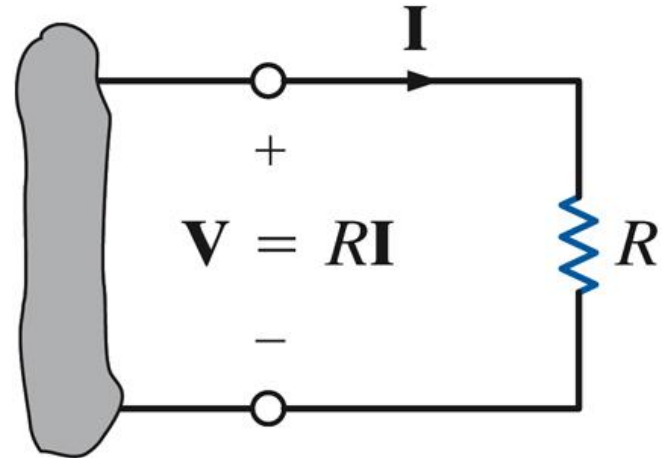
$$\mathbf{V} = R\mathbf{I}$$

$$\Rightarrow \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{R}$$

$$V_M = RI_M$$

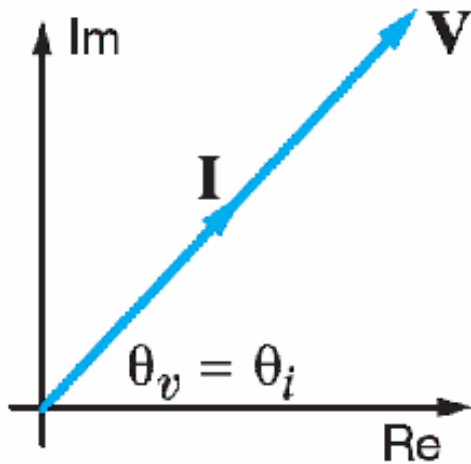
$$e^{j\theta_v} = e^{j\theta_i}$$

$$\Rightarrow \theta_v = \theta_i$$

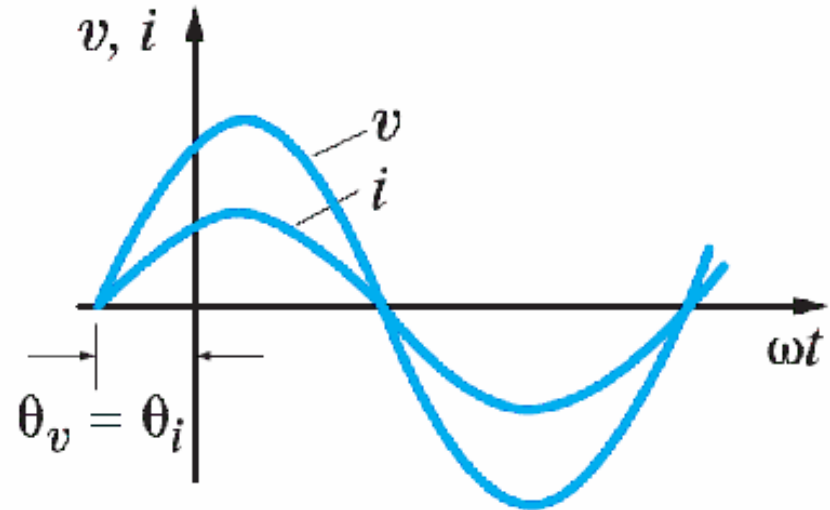


Bir direnç için fazör temsili

Direnç için gerilim akım ilişkisi



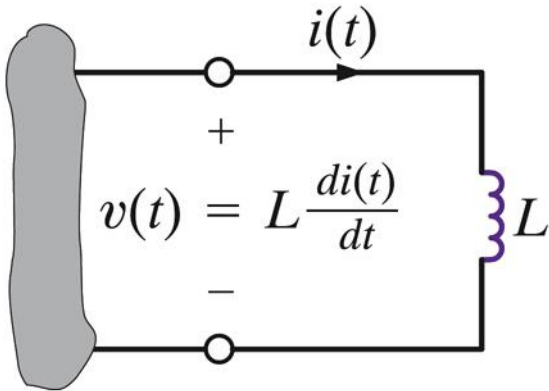
(c)



(d)

Bu geometrik temsil, iki sinüsoidin “aynı fazda” olduğunu gösterir.

İndüktör (L) Elemanı:



$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$v(t) = V_M e^{j(\omega t + \theta_v)}$$

Zorlama fonksiyonu:

$$i(t) = I_M e^{j(\omega t + \theta_i)}$$

Cevap fonksiyonu:

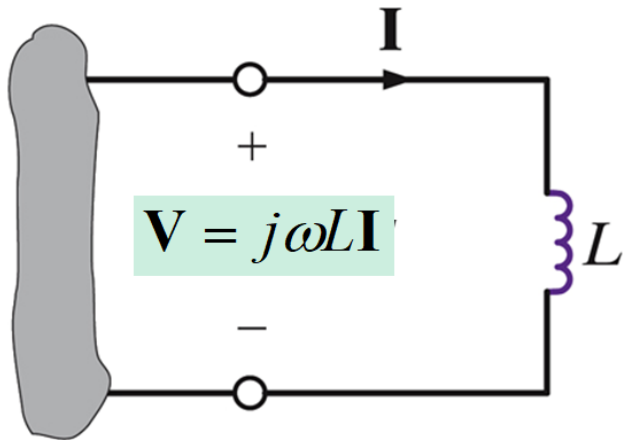
$$V_M e^{j(\omega t + \theta_v)} = L \frac{d}{dt} I_M e^{j(\omega t + \theta_i)}$$

$$V_M e^{j\theta_v} e^{j\omega t} = j\omega L I_M e^{j\theta_i} e^{j\omega t}$$

$$V_M e^{j\theta_v} = j\omega L I_M e^{j\theta_i}$$

$$\mathbf{V} = j\omega L \mathbf{I}$$

$$\Rightarrow \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{j\omega L}$$



Bir indüktör için fazör temsili

Fazörler arasındaki ilişki cebirseldir.

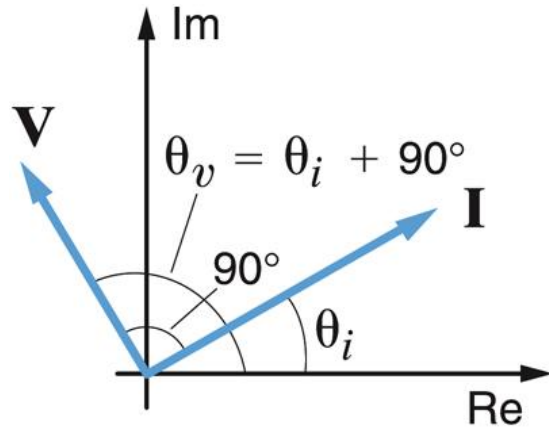
$$j = 1\angle 90^\circ = e^{j90^\circ}$$

$$V_M e^{j\theta_v} = \omega L I_M e^{j(\theta_i + 90^\circ)}$$

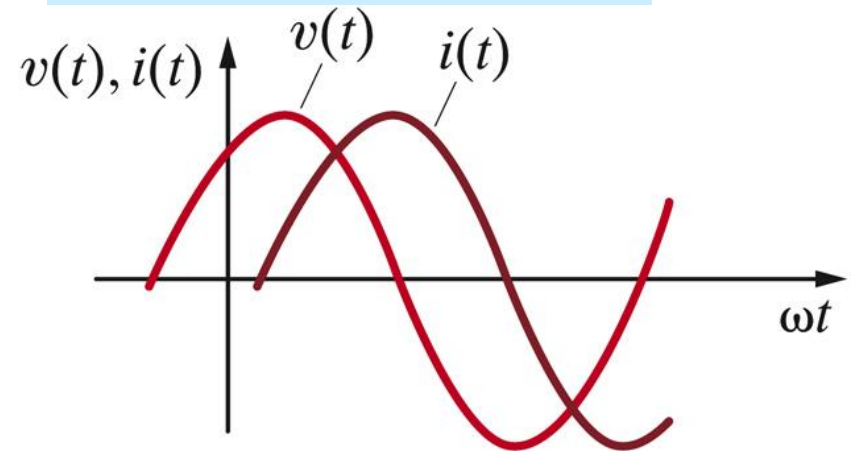
$$\Rightarrow \theta_v = \theta_i + 90^\circ$$

$$\mathbf{V} = \omega L \mathbf{I} \angle 90^\circ$$

İndüktör için gerilim akım ilişkisi

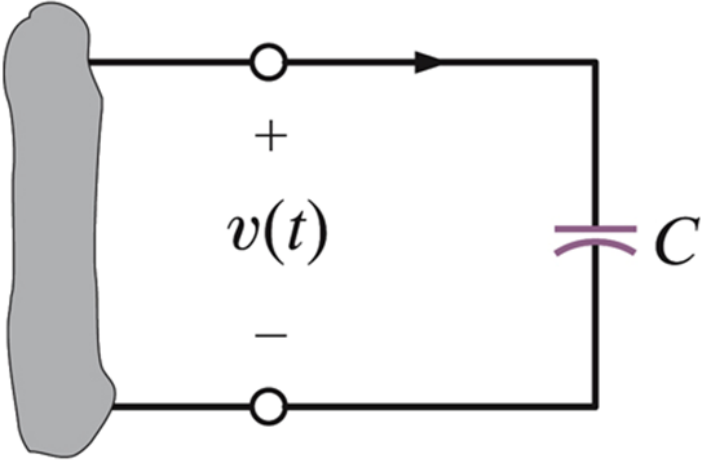


Sinüsoidler arasındaki ilişki



Gerilim akımdan 90 derece ileridedir.
Akım gerilimden 90 derece geridedir.

Kapasitör (C) Elemanı:



$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

$$v(t) = V_M e^{j(\omega t + \theta_v)}$$

Zorlama fonksiyonu:

$$i(t) = I_M e^{j(\omega t + \theta_i)}$$

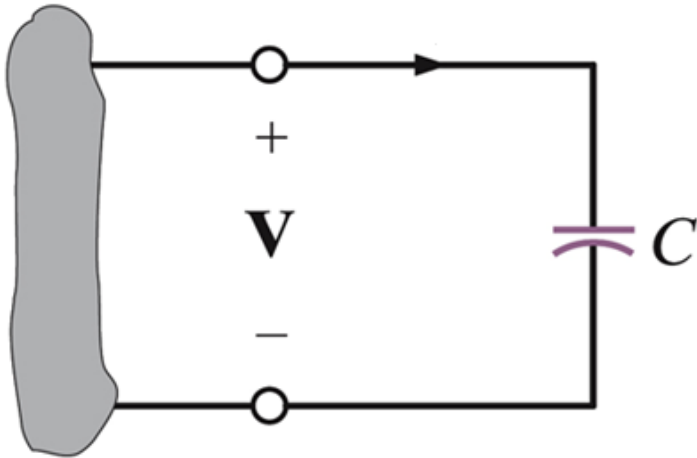
Cevap fonksiyonu:

$$I_M e^{j(\omega t + \theta_i)} = C \frac{d}{dt} V_M e^{j(\omega t + \theta_v)}$$

$$I_M e^{j\theta_i} e^{j\omega t} = j\omega C V_M e^{j\theta_v} e^{j\omega t}$$

$$I_M e^{j\theta_i} = j\omega C V_M e^{j\theta_v}$$

$$\mathbf{I} = j\omega C \mathbf{V}$$



Bir kapasitör için fazör temsili

Fazörler arasındaki ilişki cebirseldir.

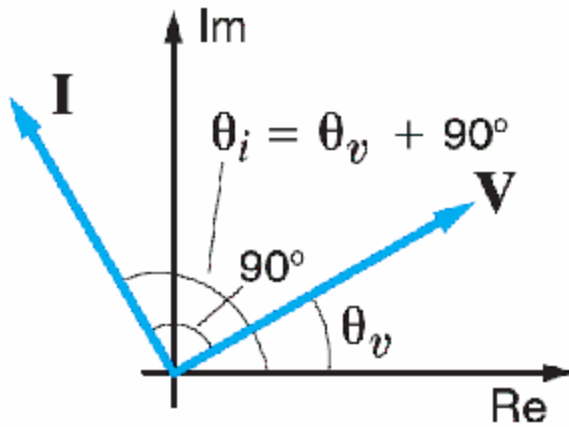
$$j = 1\angle 90^\circ = e^{j90^\circ}$$

$$I_M e^{j\theta_i} = \omega C V_M e^{j(\theta_v + 90^\circ)}$$

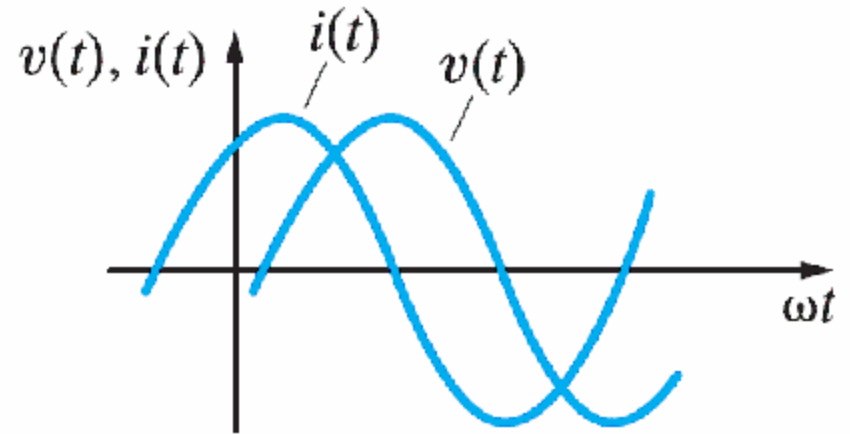
$$\Rightarrow \theta_i = \theta_v + 90^\circ$$

$$\mathbf{I} = \omega C \mathbf{V} \angle 90^\circ$$

Kapasitör için gerilim akım ilişkisi



(c)



(d)

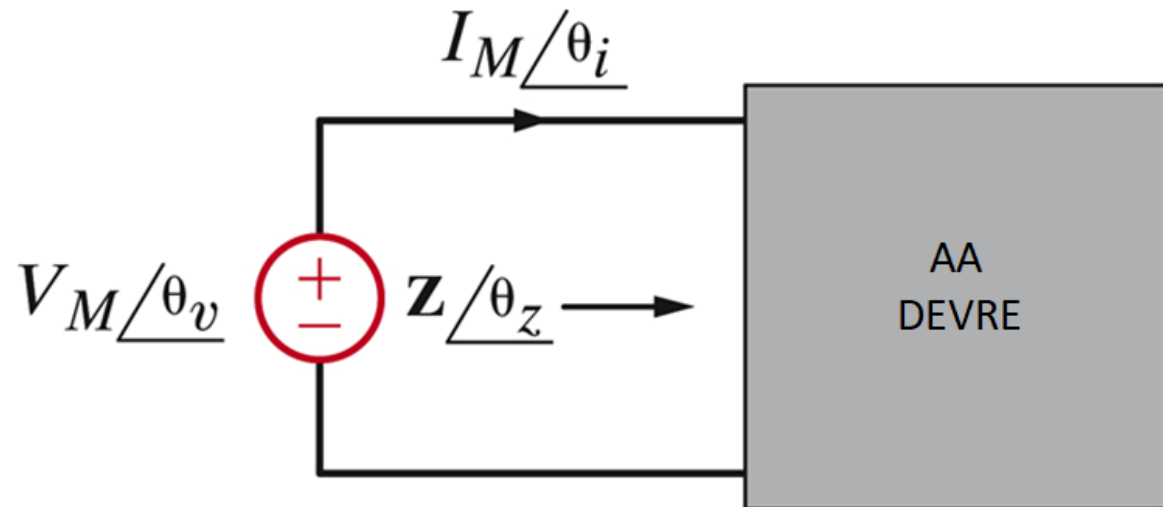
Akım gerilimden 90 derece ileridedir.
Gerilim akımdan 90 derece geridedir.

EMPEDANS VE ADMİTANS

Empedans:

İki uçlu bir elemanın fazör geriliminin elemanın içinden geçen fazör akıma oranı, o elemanın empedansını verir. $\mathbf{Z}$ ile gösterilir. Birimi Ω 'dur.

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}}$$



(Giris Empedansi

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{V_M \angle \theta_v}{I_M \angle \theta_i} = \frac{V_M}{I_M} \angle (\theta_v - \theta_i) = |\mathbf{Z}| \angle \theta_z = \mathbf{Z} \angle \theta_z$$

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{V_M \angle \theta_v}{I_M \angle \theta_i} = \frac{V_M}{I_M} \angle (\theta_v - \theta_i) = |\mathbf{Z}| \angle \theta_z = Z \angle \theta_z$$

Empedans bir fazör değildir, kutupsal veya kartezyen formda yazılabilen karmaşık bir sayıdır. Genel olarak değeri frekansa bağlıdır.

$$\mathbf{Z}(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$$

$R(\omega)$ = Rezistif bileşen

$X(\omega)$ = Reaktif bileşen

$$Z \angle \theta_z = R + jX$$

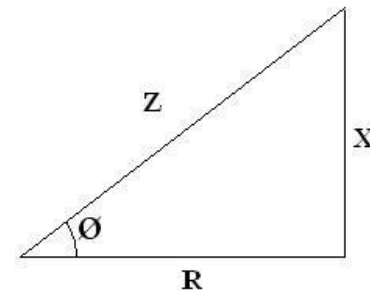
Burada empedans üçgeni kullanıldığında;

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\theta_z = \tan^{-1} \frac{X}{R}$$

$$R = Z \cos \theta_z$$

$$X = Z \sin \theta_z$$



Pasif Devre Elemanları ve Empedansları

Pasif Eleman
 R

Empedans
 $Z = R$

Pasif Eleman
 L

Empedans
 $Z = j\omega L = jX_L = \omega L \angle 90^0, X_L = \omega L$

Pasif Eleman
 C

Empedans
 $Z = \frac{1}{j\omega C} = jX_c = -\frac{1}{\omega C} \angle 90^0, X_c = -\frac{1}{\omega C}$

Empedansların Seri Bağlanması

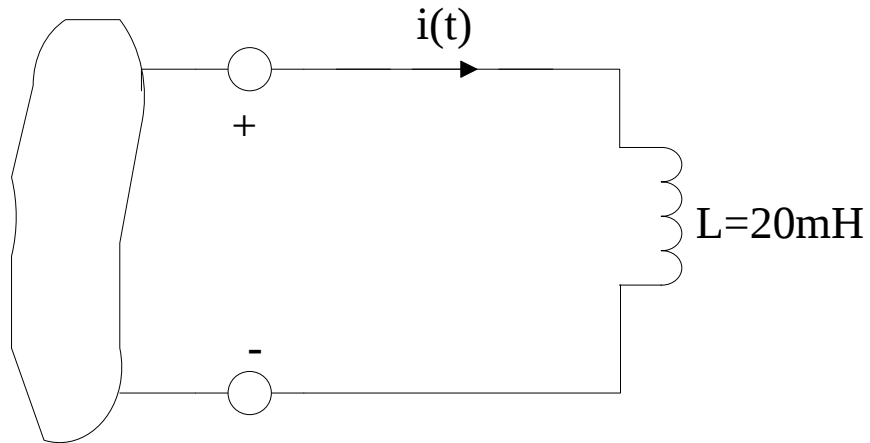
$$\mathbf{Z}_s = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \dots + \mathbf{Z}_n$$

Empedansların Paralel Bağlanması

$$\frac{1}{\mathbf{Z}_p} = \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3} + \dots + \frac{1}{\mathbf{Z}_n}$$

Örnek;

$i(t)$ 'nin değerini bulunuz?



$$v(t) = 12 \cos(377t + 20^\circ) \text{ V}$$

Çözüm;

$$v(t) = 12 \cos(377t + 20^\circ) V$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{j\omega L}$$

ise

$$\begin{aligned}\mathbf{I} &= \frac{\mathbf{V}}{j\omega L} = \frac{12 \angle 20^\circ}{\omega L \angle 90^\circ} \\ &= \frac{12 \angle 20^\circ}{(377)(20 \cdot 10^{-3}) \angle 90^\circ} \\ &= 1,59 \angle -70^\circ A\end{aligned}$$

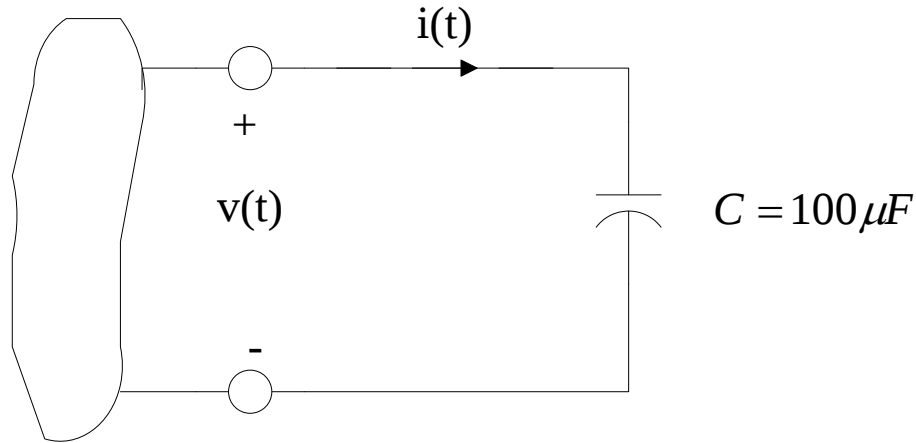
$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = \omega L \angle 90^\circ$$

buradan

$$i(t) = 1,59 \cos(377t - 70^\circ) A$$

olarak bulunur.

Örnek; $i(t)$ 'nin değerini bulunuz?



$$v(t) = 100 \cos(314t + 15^\circ) \text{ V}$$

Çözüm;

$$v(t) = 100 \cos(314t + 15^\circ) \text{ V}$$

ise

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= j\omega C (100 \angle 15^\circ) \\ &= (314)(100 * 10^{-6} \angle 90^\circ)(100 \angle 15^\circ) \\ &= 3.14 \angle 105^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

buradan

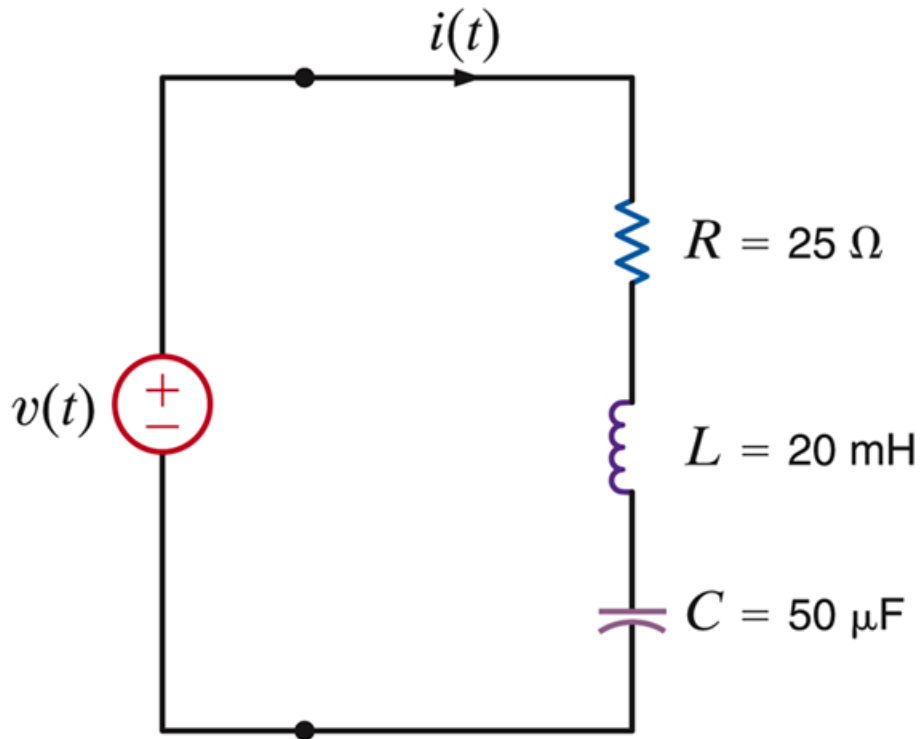
$$i(t) = 3.14 \cos(314t + 105^\circ) \text{ A}$$

olarak bulunur.

$$\mathbf{I} = j\omega C \mathbf{V}$$

$$\mathbf{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C}$$

Örnek: Şekildeki devrede;



- $f=60\text{Hz}$ ise devrenin eşdeğer empedansı nedir?
- Eğer $v(t) = 50 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$ ise $i(t)$ nedir?
- $f=400\text{Hz}$ olduğunda devrenin eşdeğer empedansı ne olur?

Çözüm;

a) $f=60\text{Hz}$ ise;

$$\mathbf{Z}_R = 25\Omega$$

$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = j(2\pi * 60)(20 * 10^{-3}) = j7,54\Omega$$

$$\mathbf{Z}_C = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{(2\pi * 60)(50 * 10^{-6})} = -j53,05\Omega$$

$$\begin{aligned}\mathbf{Z} &= \mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_C \\ &= 25 - j45,51\Omega\end{aligned}$$

Çözüm (Devam);

$$b) \quad v(t) = 50 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ V ise;}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{50 \angle 30^\circ}{25 - j45,51} = \frac{50 \angle 30^\circ}{51,93 \angle -61,22^\circ} = 0,96 \angle 91,22^\circ \text{ A}$$

$$i(t) = 0,96 \cos(377t + 91,22^\circ) \text{ A}$$

Çözüm (Devam);

c) $f=400\text{Hz}$ ise;

$$\mathbf{Z}_R = 25\Omega$$

$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = j(2\pi * 400)(20 * 10^{-3}) = j50,27\Omega$$

$$\mathbf{Z}_C = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{(2\pi * 400)(50 * 10^{-6})} = -j7,96\Omega$$

$$\mathbf{Z} = 25 + j42,31 = 49,14\angle 59,42^\circ \Omega$$

Admitans:

Empedansın tersidir. $\mathbf{Y}$ ile gösterilir. Birimi S'dir.

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{V}}$$

$$\mathbf{Y} = Y_M \angle \theta_y$$

$$\mathbf{Y} = G + jB$$

G : Geçirgenlik

B : Suseptans

Dik bileşenler şeklinde yazdığımızda;

$$G + jB = \frac{1}{R + jX}$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}, B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$$

Aynı yolla R ve X de bulunabilir. ;

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2}, X = \frac{-B}{G^2 + B^2}$$

Pasif elemanlar

Admitansları

R

$$\mathbf{Y}_R = \frac{1}{R} = G$$

L

$$\mathbf{Y}_L = \frac{1}{j\omega L} = -\frac{1}{\omega L} \angle 90^\circ$$

C

$$\mathbf{Y}_C = j\omega C = \omega C \angle 90^\circ$$

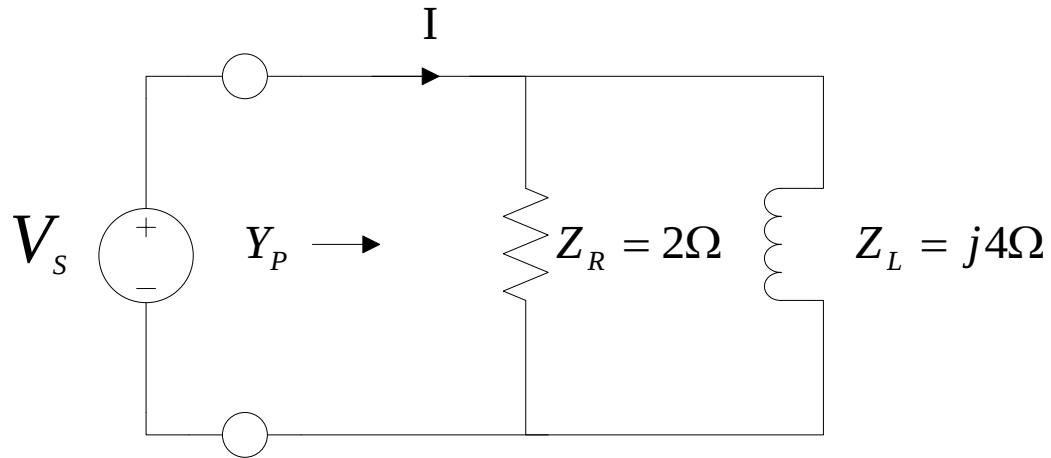
Admitansların Seri Bağlanması

$$\frac{1}{\mathbf{Y}_s} = \frac{1}{\mathbf{Y}_1} + \frac{1}{\mathbf{Y}_2} + \frac{1}{\mathbf{Y}_3} + \dots + \frac{1}{\mathbf{Y}_n}$$

Admitansların Paralel Bağlanması

$$\mathbf{Y}_p = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 + \dots + \mathbf{Y}_n$$

Örnek;



$$\mathbf{V}_s = 60\angle 45^\circ \text{ V}$$

$\mathbf{I}$ 'nin değerini bulunuz?

Çözüm;

$$\mathbf{V}_s = 60 \angle 45^\circ V$$

ise

$$\mathbf{Y}_R = \frac{1}{\mathbf{Z}_R} = \frac{1}{2} S$$

$$\mathbf{Y}_L = \frac{1}{\mathbf{Z}_L} = -j \frac{1}{4} S$$

buradan

$$\mathbf{Y}_P = \frac{1}{2} - j \frac{1}{4} S$$

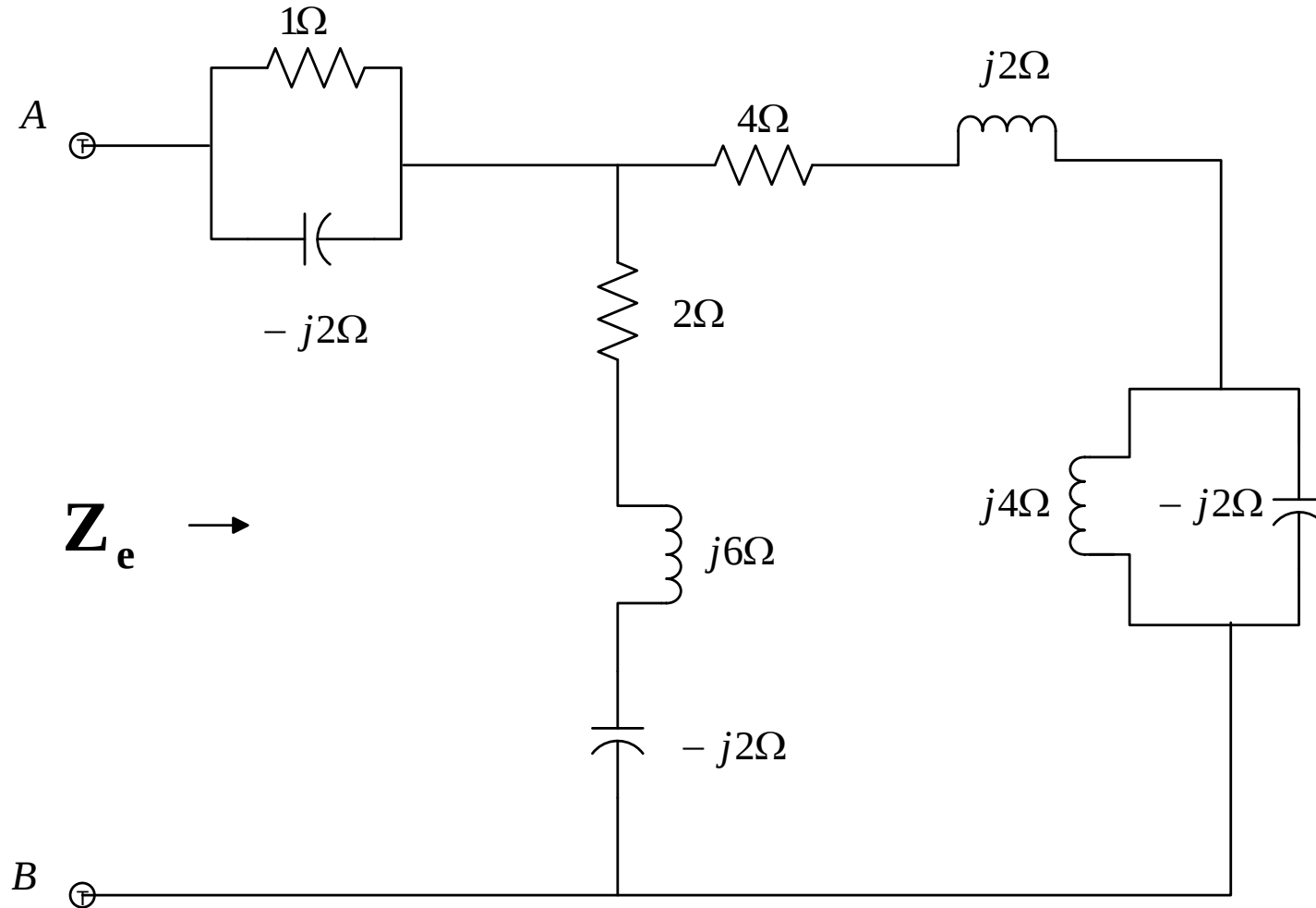
Çözüm (Devam);

ve buradan da;

$$\begin{aligned}\mathbf{I} &= \mathbf{Y}_p \mathbf{V}_s \\ &= \left(\frac{1}{2} - j \frac{1}{4} \right) (60 \angle 45^\circ) \\ &= 33,5 \angle 18,43^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

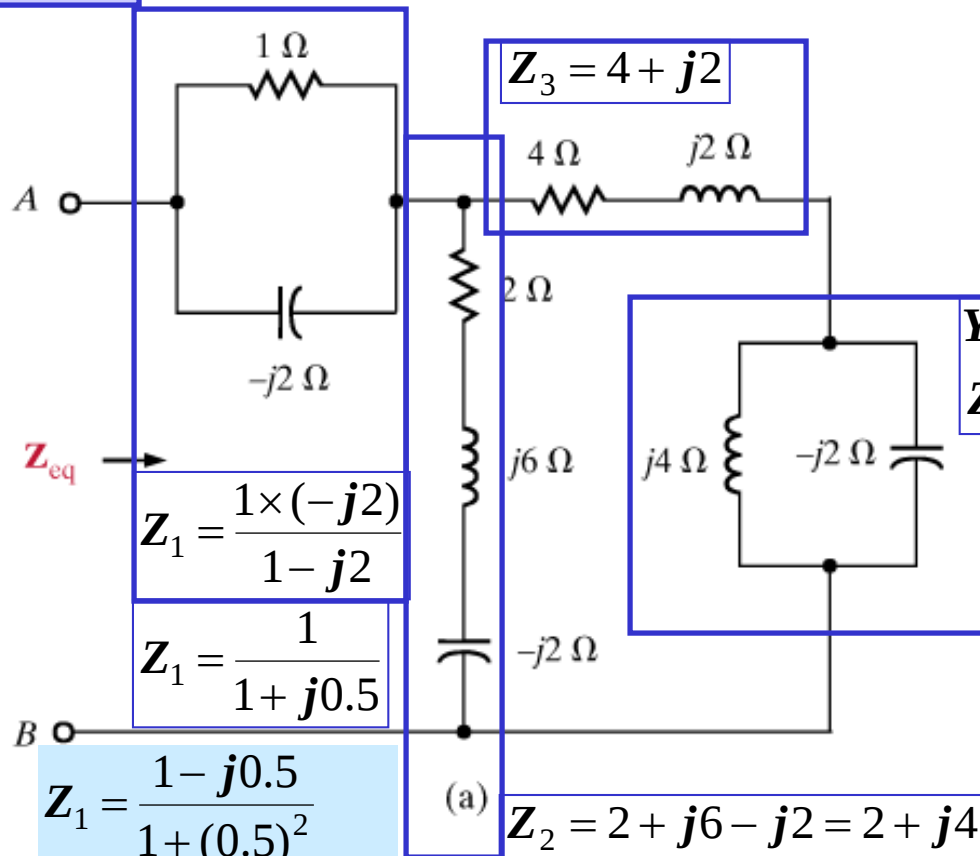
olarak bulunur.

Örnek; *A-B uçlarındaki eşdeğer empedansı bulunuz?*



ÖRNEK

SERİ-PARALEL BİLEŞİM



$$Z_3 = 4 + j2$$

$$Y_4 = -j0.25 + j0.5 = j0.25$$

$$Z_4 = 1/Y_4 = -j4$$

$$Z_4 = \frac{j4 \times (-j2)}{j4 - j2} = \frac{8}{j2}$$

$$Z_2 = 2 + j6 - j2 = 2 + j4$$

$$Z_{34} = 4 - j2$$

$$Z_{234} = \frac{Z_2 Z_{34}}{Z_2 + Z_{34}} = 3 + j1$$

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_{234} = 3.8 + j0.6\Omega = 3.847 \angle 8.973^\circ$$

$$Y_2 = \frac{1}{2 + j4} = \frac{2 - j4}{(2)^2 + (4)^2}$$

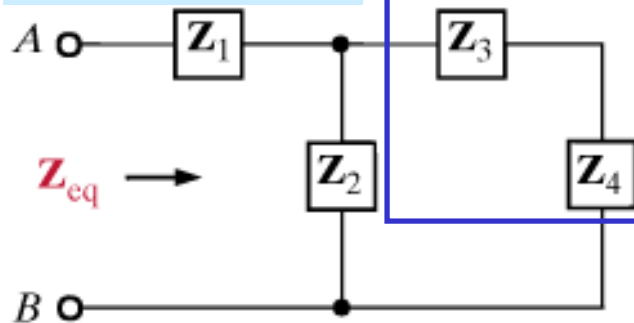
$$Y_{34} = \frac{1}{4 - j2} = \frac{4 + j2}{20}$$

$$Y_2 = 0.1 - j0.2(S)$$

$$Y_{34} = 0.2 + j0.1$$

$$Y_{234} = 0.3 - j0.1(S)$$

$$Z_{234} = \frac{1}{Y_{234}} = \frac{1}{0.3 - j0.1} = \frac{0.3 + j0.1}{0.1}$$



(b)

FAZÖR DİYAGRAMI

- Empedans ve Admitans frekansın bir fonksiyonu olduğundan, frekans değiştiğinde empedans ve admitans da değişecektir.
- Empedans ve Admitansın değişmesi devredeki akım ve gerilimlerin de değişmesine sebep olacaktır.
- Frekansın değişmesi ile akım ve gerilimlerdeki değişim fazör diyagramlarında kolaylıkla görülebilir.

FAZÖR DİYAGRAMLARI

İlgili tüm fazörleri ortak bir referans çerçevesinde görüntüleyin.

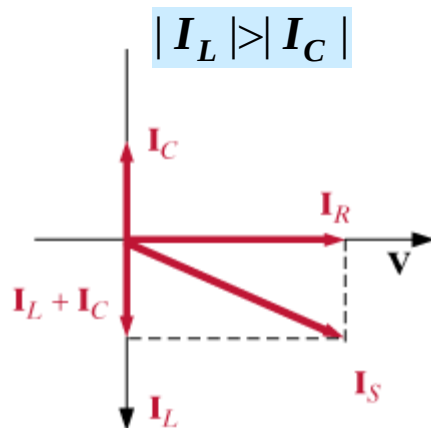
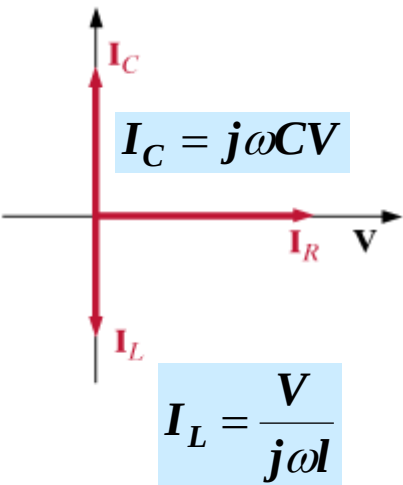
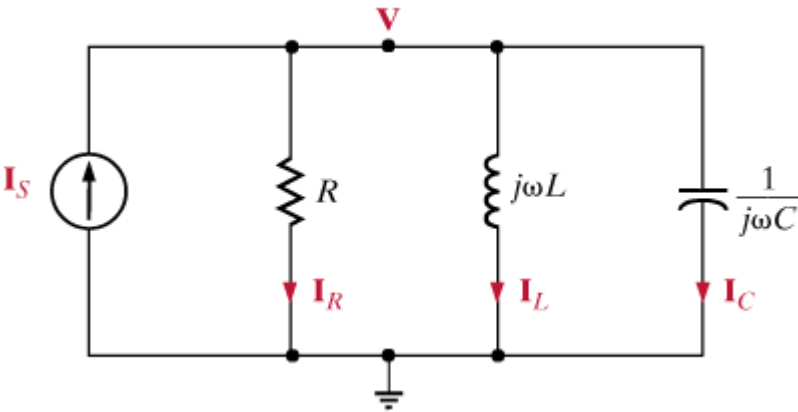
Değişkenler arasındaki faz ilişkilerini görselleştirmek için çok kullanışlıdır.

ÖRNEK

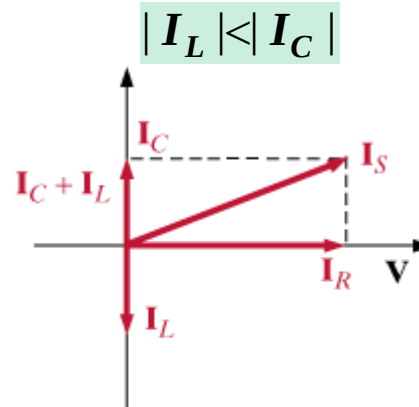
DEVRENİN FAZÖR DİYAGRAMINI ÇİZİNİZ

Herhangi bir değişken referans olarak seçilir.
Bu devre için V gerilimi seçilmiştir

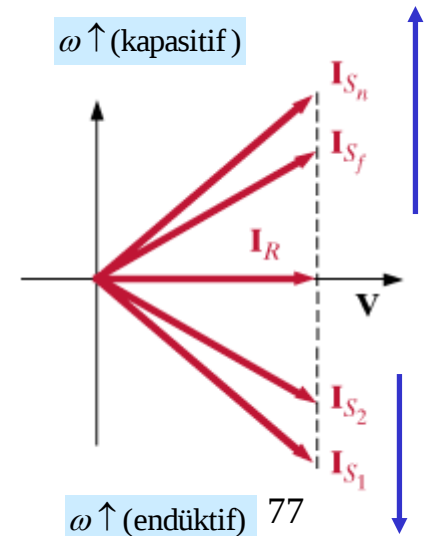
$$\text{KAK : } \mathbf{I}_S = \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_L + \mathbf{I}_C = \frac{\mathbf{V}}{R} + \frac{\mathbf{V}}{j\omega L} + j\omega C\mathbf{V}$$



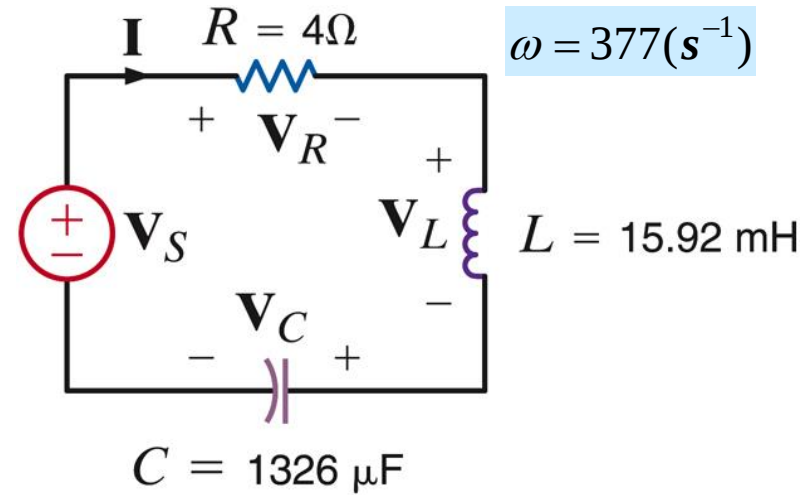
ENDÜKTİF DURUM



KAPASİTİF DURUM



$\omega \uparrow$ (endüktif)

ÖRNEK**DEVRENİN FAZÖR DİYAGRAMINI ELDE EDİNİZ**

$$V_R = RI$$

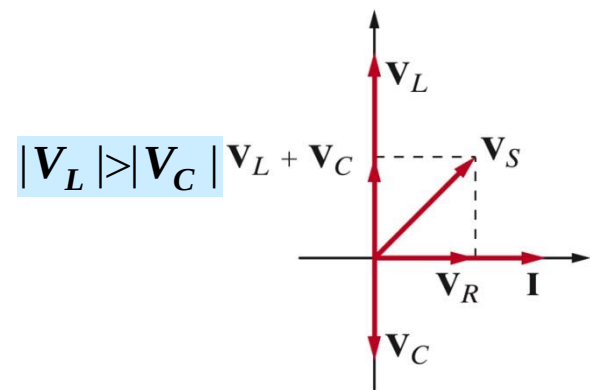
$$V_L = j\omega LI$$

$$V_C = \frac{1}{j\omega C} I$$

$$V_S = V_R + V_L + V_C$$

Akımı referans olarak seçmek daha uygundur.

$$\mathbf{I} = I_M \angle 0^\circ \text{ olsun,}$$

1. BÜTÜN FAZÖRLERİ ÇİZİN

ÖRNEK

DEVRENİN FAZÖR DİYAGRAMINI ELDE EDİNİZ

Diyagram için elde edilen değerler!

$$\omega = 377(\text{s}^{-1})$$

$$\mathbf{I} = I_M \angle 0^\circ \text{ olsun,}$$

$$\mathbf{V}_R = R\mathbf{I} = 4I_M \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{V}_L = j\omega L\mathbf{I} = 6I_M \angle 90^\circ$$

$$\mathbf{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\mathbf{I} = 2I_M \angle -90^\circ$$

$$\mathbf{V}_S = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L + \mathbf{V}_C$$

$$\mathbf{V}_S = 12\sqrt{2} \angle 90^\circ \text{ İÇİN FAZOR DİYAGRAMI}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{12\sqrt{2} \angle 90^\circ}{4 + j6 - j2} \quad \mathbf{I} = 3 \angle 45^\circ (\text{A})$$

$$\mathbf{V}_R = R\mathbf{I} = 4 \times 3 \angle 45^\circ$$

$$\mathbf{V}_L = j\omega L\mathbf{I} = 6 \angle 90^\circ \times 3 \angle 45^\circ$$

$$\mathbf{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\mathbf{I} = 2 \angle -90^\circ \times 3 \angle 45^\circ$$

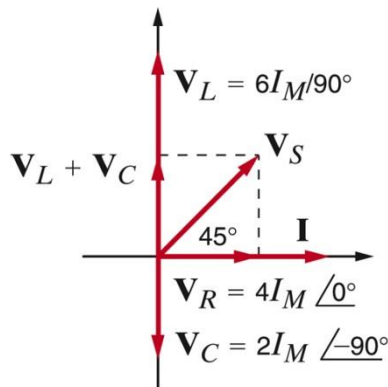
$$\mathbf{V}_S = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L + \mathbf{V}_C$$

$$\mathbf{V}_R = 12 \angle 45^\circ (\text{V})$$

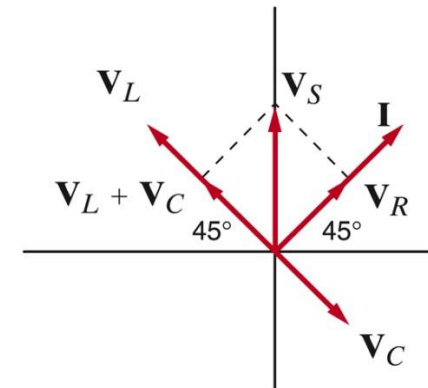
$$\mathbf{V}_L = 18 \angle 135^\circ (\text{V})$$

$$\mathbf{V}_C = 6 \angle -45^\circ$$

2. FAZÖRLERİN SAYISAL DEĞERLERİNİ YAZIN

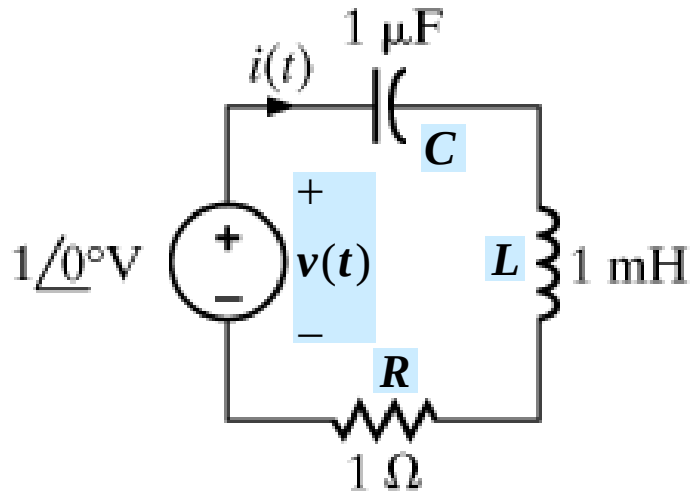


$$|\mathbf{V}_L - \mathbf{V}_C| = |\mathbf{V}_R|$$



ÖRNEK

$v(t)$ VE $i(t)$ AYNI FAZDA ISE FREKANSI BULUNUZ

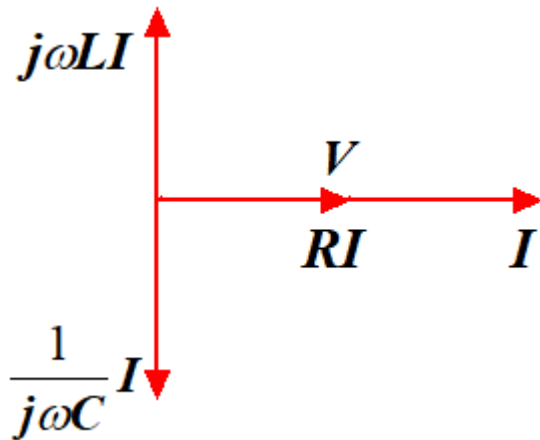
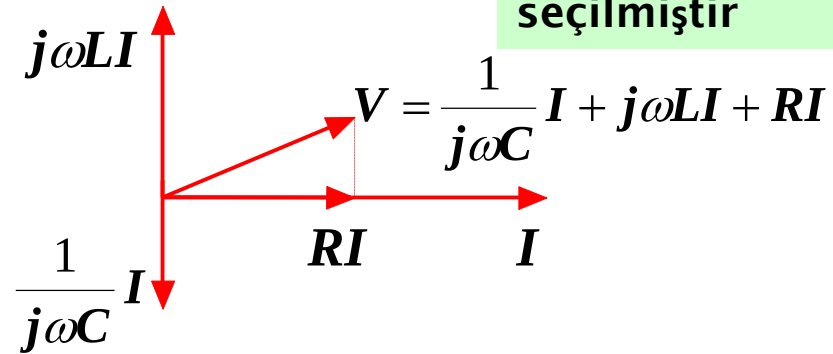


$$V = V_C + V_L + V_R$$

$$V = \frac{1}{j\omega C} I + j\omega L I + R I$$

FAZÖR DİYAGRAM

I referans olarak seçilmiştir



V ve I aynı fazda ise; $j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC}$

$$\omega^2 = \frac{1}{10^{-3} \times 10^{-6}} = 10^9 \Rightarrow \omega = 3.162 \times 10^4 \text{ (rad / s)}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 5.033 \times 10^3 \text{ Hz}$$

$I_L = I_C$ veya $V_L = V_C$ olduğunda veya $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ olduğunda

I_S ile V aynı fazda olurlar. Buradan;

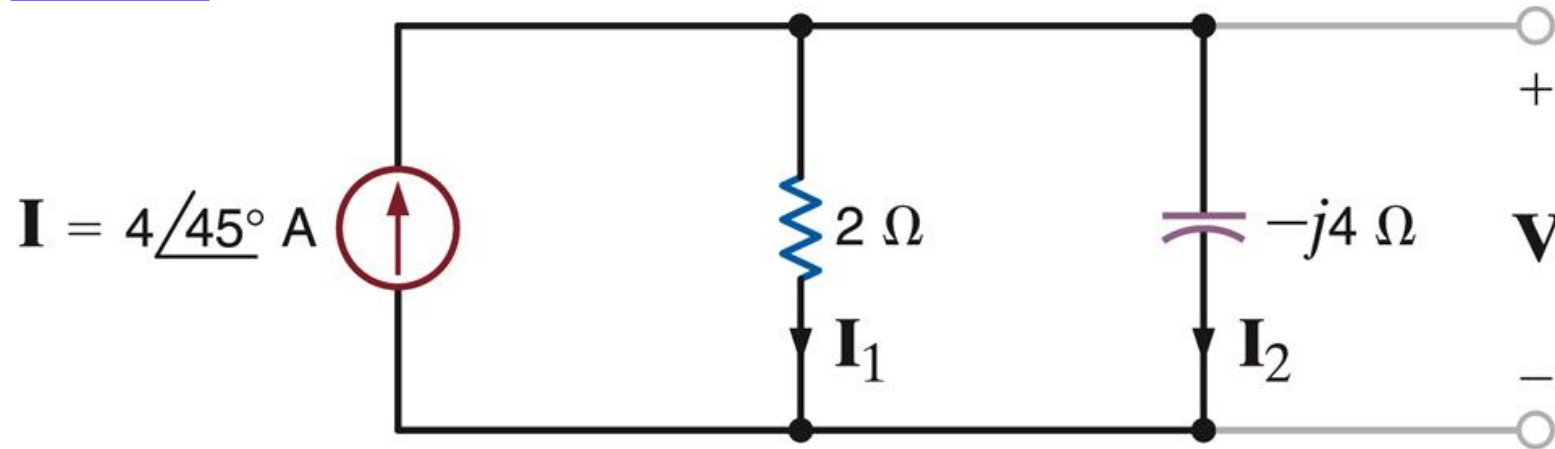
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Bu durum K.A.K. denkleminde de görülebilir.

$$\mathbf{I} = \left[\frac{1}{R} + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right] \mathbf{V}$$

ÖRNEK

Tüm gerilim ve akımları gösterecek şekilde fazör diyagramını çiziniz



$$I_1 = \frac{-j4}{2 - j4} I = \frac{4\angle -90^\circ}{4.472\angle -63.435^\circ} 4\angle 45^\circ$$

Akım
bölücü

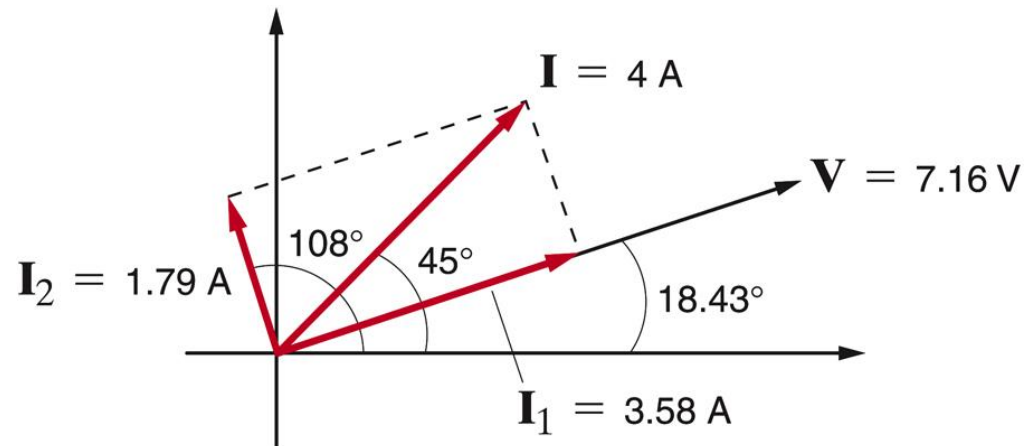
$$I_1 = 3.578\angle 18.435^\circ (\text{A})$$

$$I_2 = \frac{2}{2 - j4} I = \frac{2\angle 0^\circ}{4.472\angle -63.435^\circ} 4\angle 45^\circ$$

$$I_2 = 1.789\angle 108.435^\circ \quad \text{veya} \quad I_2 = I - I_1$$

$$V = 2I_1 = 7.156\angle 18.435^\circ (\text{V})$$

Fazörleri çizin.
Hepsi biliniyor.
Bir referans seçmenize gerek yok



KIRCHOFF KANUNLARI İLE TEMEL ANALİZ

AA Kalıcı Durum Analizinde Problem Çözme Stratejisi

Basit Devreler için;

- Ohm Kanunu
- Empedans ve Admitans Birleştirme
- K.A.K ve K.G.K
- Akım ve Gerilim Bölüşümü Kuralları

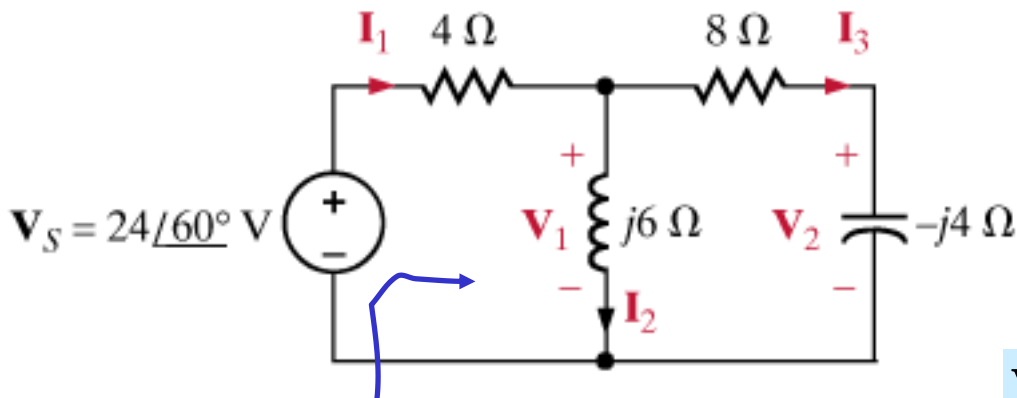
AA Kalıcı Durum Analizinde Problem Çözme Stratejisi

Karmaşık Devreler için;

- Düğüm Analizi
- Çevre Akımlar Analizi
- Süperpozisyon
- Kaynak Dönüşümü
- Thevenin ve Norton Teoremleri

ÖRNEK

BÜTÜN AKIM VE GERİLİMLERİ BULUN



$$Z_{eq} = 4 + (j6 \parallel 8 - j4)$$

$$Z_{eq} = 4 + \frac{24 + j48}{8 + j2} = \frac{32 + j8 + 24 + j48}{8 + j2}$$

$$Z_{eq} = \frac{56 + j56}{8 + j2} = \frac{79.196\angle 45^\circ}{8.246\angle 14.036^\circ} = 9.604\angle 30.964^\circ (\Omega)$$

$$I_1 = \frac{V_S}{Z_{eq}} = \frac{24\angle 60^\circ}{9.604\angle 30.964^\circ} = 2.498\angle 29.036^\circ (\text{A})$$

$$I_2 = \frac{j6}{8 + j2} I_1 = \frac{6\angle 90^\circ}{8.246\angle 14.036^\circ} 2.498\angle 29.036^\circ (\text{A})$$

$$I_3 = \frac{8 - j4}{8 + j2} I_1 = \frac{8.944\angle -26.565^\circ}{8.246\angle 14.036^\circ} 2.49\angle 29.036^\circ (\text{A})$$

$$I_1 = 2.498\angle 29.036^\circ \quad I_2 = 2.71\angle -11.58^\circ \quad I_3 = 1.82\angle 105^\circ$$

I_1 Bulun

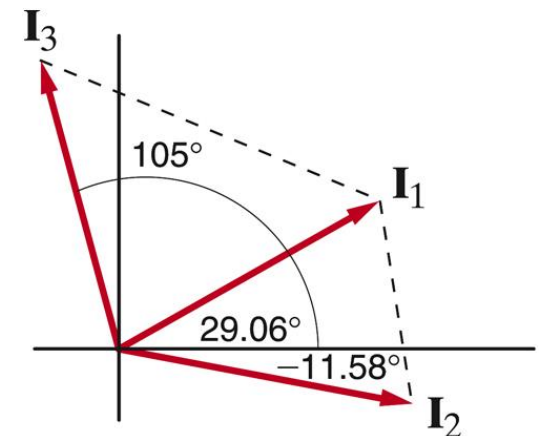
I_2, I_3 için akım bölüşümü

V_1, V_2 için Ohm kanununu kullanın

$$V_1 = 6\angle 90^\circ I_2 \quad V_2 = 4\angle -90^\circ I_3$$

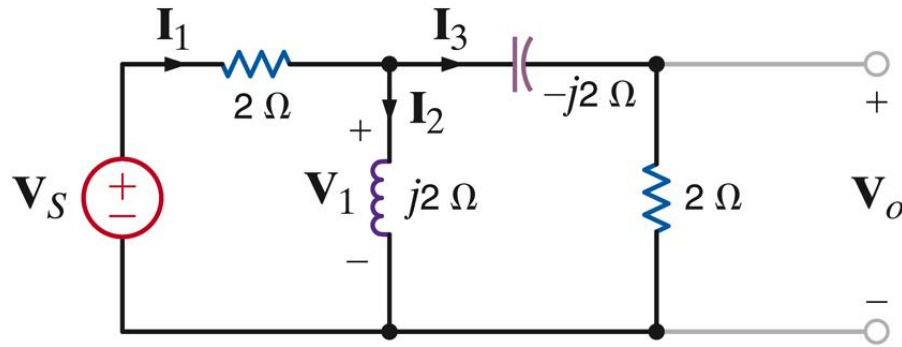
$$V_1 = 16.26\angle 78.42^\circ (\text{V})$$

$$V_2 = 7.28\angle 15^\circ (\text{V})$$



ÖRNEK

EGER $V_o = 8\angle 45^\circ$, İSE V_s 'YI BULUN

**ÇÖZÜM PLANI...**

I_3 'ü hesapla
 V_1 'i hesapla
 I_2, I_1 'i hesapla
 V_s 'yi hesapla

$$I_3 = \frac{V_o}{2} (A) = 4\angle 45^\circ (A)$$

$$V_1 = (2 - j2)I_3 = \sqrt{8}\angle -45^\circ \times 4\angle 45^\circ$$

$$V_1 = 11.314\angle 0^\circ (V)$$

$$I_2 = \frac{V_1}{j2} = \frac{11.314\angle 0^\circ}{2\angle 90^\circ} = 5.657\angle -90^\circ (A)$$

$$I_1 = I_2 + I_3 = 5.657\angle -90^\circ + 4\angle 45^\circ$$

$$I_1 = -j5.657 + (2.828 + j2.828) (A)$$

$$I_1 = 2.828 - j2.829 (A)$$

$$V_s = 2I_1 + V_1 = 2(2.828 - j2.829) + 11.314\angle 0^\circ$$

$$V_s = 16.97 - j5.658 (V)$$

$$V_s = 17.888\angle -18.439^\circ$$

ANALİZ TEKNİKLERİ

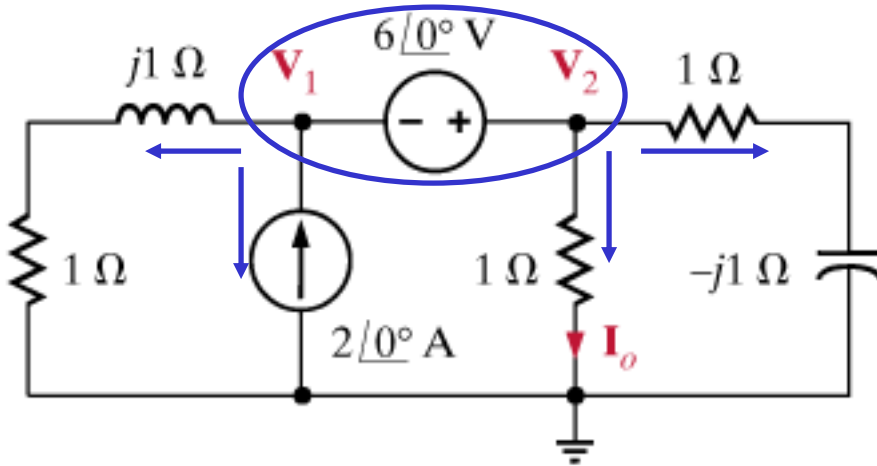
**AMAÇ: DİRENÇLİ DEVRELER İÇİN GELİŞTİRİLEN DEVRE ANALİZ TEKNİKLERİ
GÖZDEN GEÇİRMEKTİR.
DÜĞÜM VE ÇEVRE ANALİZLERİ, SÜPERPOZİSYON,
KAYNAK DÖNÜŞÜMÜ, THEVENİN VE NORTON TEOREMLERİ.**

Düğüm Analizi

DÜĞÜM ANALİZİ

I_0 'İ BULUN

I_0 BULUN



$$\frac{V_1}{1+j1} - 2\angle 0^\circ + \frac{V_2}{1} + \frac{V_2}{1-j1} = 0$$

$$V_1 - V_2 = -6\angle 0^\circ$$

$$I_0 = \frac{V_2}{1} (A)$$

$$\frac{V_2 - 6\angle 0^\circ}{1+j1} - 2\angle 0^\circ + V_2 + \frac{V_2}{1-j1} = 0$$

$$V_2 \left[\frac{1}{1+j1} + 1 + \frac{1}{1-j1} \right] = 2 + \frac{6}{1+j1}$$

$$V_2 \frac{(1-j1) + (1+j1)(1-j1) + (1+j1)}{(1+j1)(1-j1)} = \frac{2(1+j1) + 6}{1+j1}$$

$$V_2 \frac{4}{1-j} = 8 + j2$$

$$V_2 = \frac{(4+j)(1-j)}{2}$$

$$V_2 = \left(\frac{5}{2} - j\frac{3}{2} \right)$$

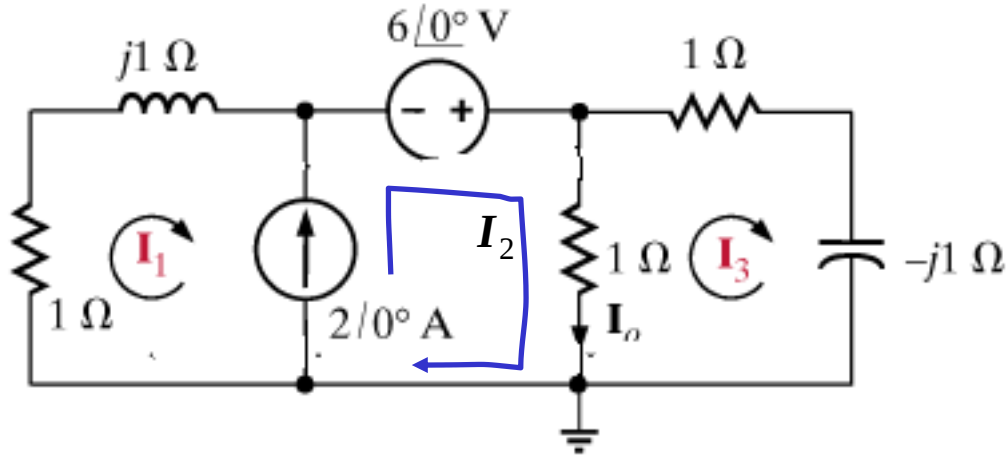
$$I_0 = \left(\frac{5}{2} - j\frac{3}{2} \right) (A)$$

$$I_0 = 2.92 \angle -30.96^\circ$$

Çevre Akımları Analizi

ÖRNEK: I_0 'ı çevre analizi ile bulunuz?

SÜPER ÇEVRE ANALİZ TEKNİĞİ KULLANILABİLİR



$$I_1 - I_2 = -2\angle 0^\circ$$

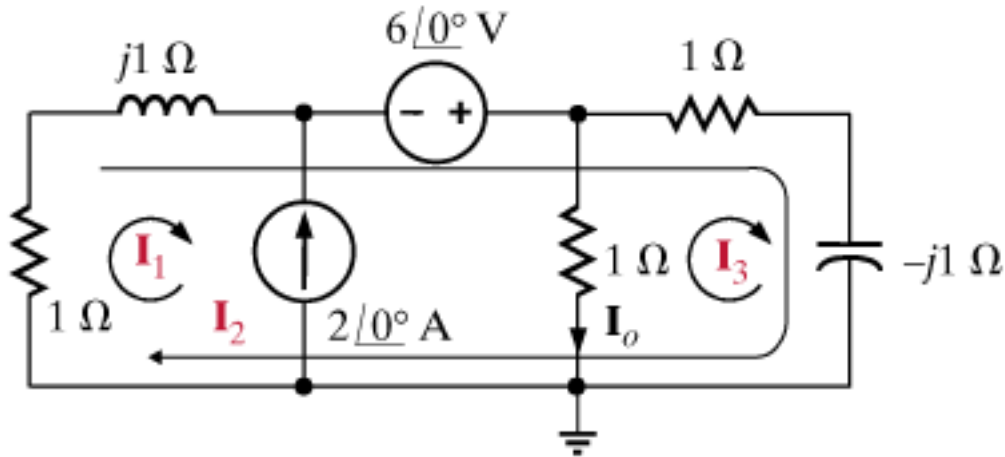
$$\text{SUPERÇEVRE : } (1 + j)I_1 - 6\angle 0^\circ + (I_2 - I_3) = 0$$

$$\text{ÇEVRE 3 : } (I_3 - I_2) + (1 - j)I_3 = 0$$

$$I_0 = I_2 - I_3$$

$$I_0 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}j(\text{A})$$

ÖRNEK: I_0 'ı çevre analizi ile bulunuz?



I_0 TEK ÇEVRE AKIMI İLE TANIMLANABİLİR

$$I_0 = -I_3$$

ÇEVRE1 : $I_1 = -2\angle 0^\circ$

ÇEVRE2 : $(1+j)(I_1 + I_2) - 6\angle 0^\circ + (1-j)(I_2 + I_3) = 0$

ÇEVRE 3 : $(1-j)(I_2 + I_3) + I_3 = 0$

I_3 BULUNMALIDIR

$$2I_2 + (1-j)I_3 = 6 - (1+j)(-2)$$

$$/* (1-j)$$

$$(1-j)I_2 + (2-j)I_3 = 0$$

$$/* (-2)$$

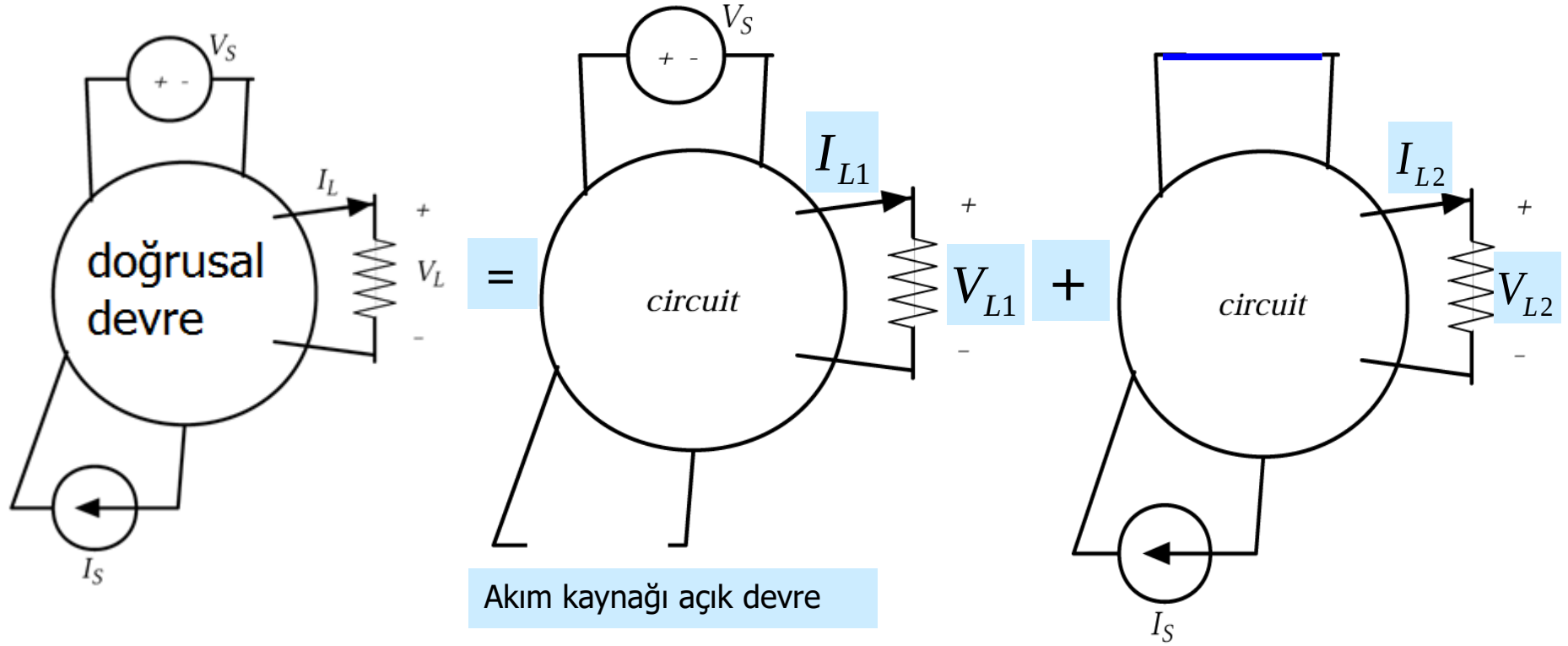
$$((1-j)^2 - 2(2-j))I_3 = (1-j)(8+2j)$$

$$I_3 = \frac{10-6j}{-4}$$

$$I_0 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}j \text{ (A)}$$

Süperpozisyon Analizi

KAYNAK SUPERPOZİSYONU



Doğrusallık özelliğinden dolayı;

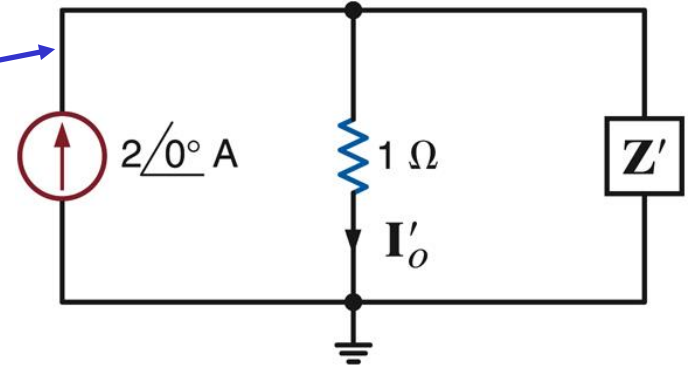
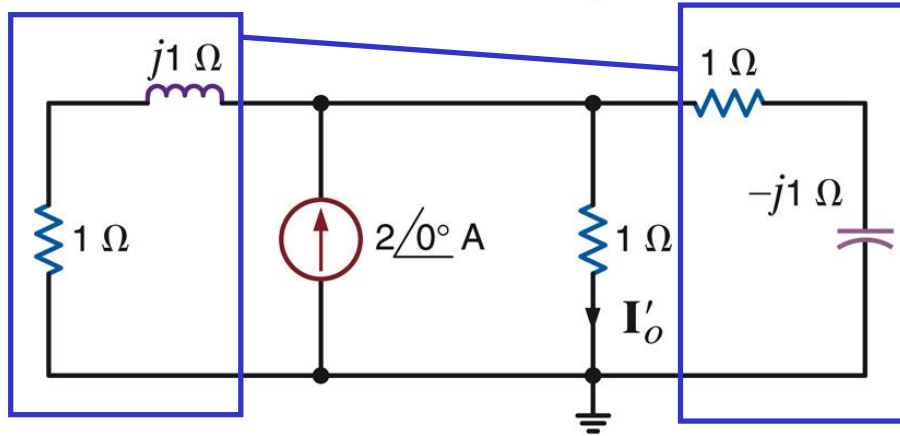
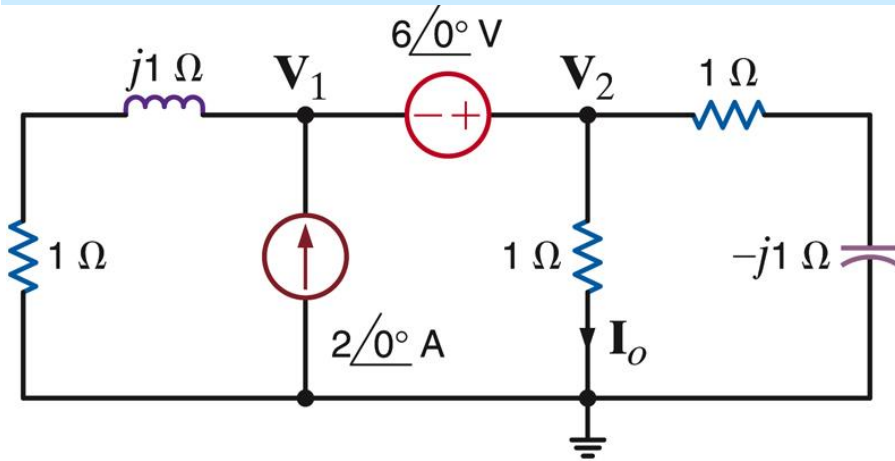
$$I_L = I_{L1} + I_{L2}$$

$$V_L = V_{L1} + V_{L2}$$

Kaynak Süperpozisyonu Prensibi

Tek kaynaklı iki devreyi çözmek iki kaynaklı bir devreyi çözmekten daha basit olduğu durumlarda bu yaklaşım daha kullanışlı olacaktır.

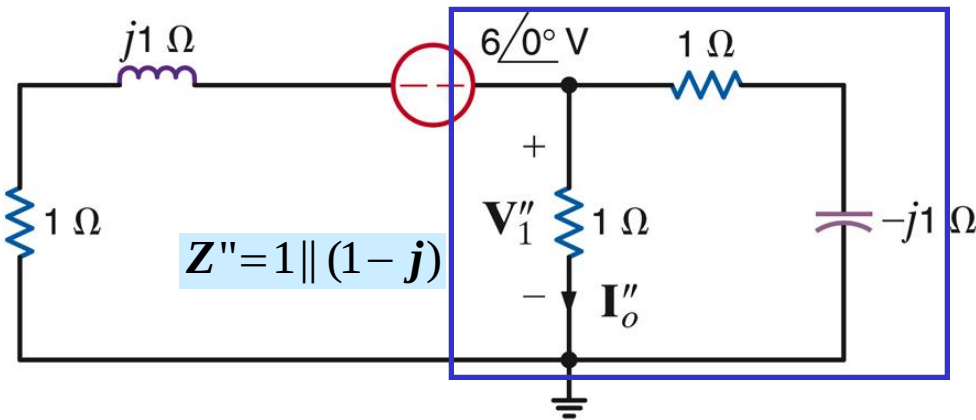
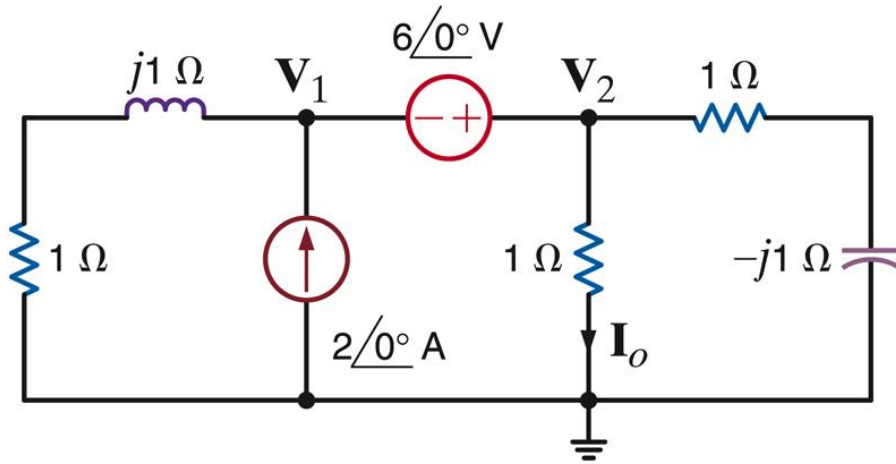
ÖRNEK: I_o akımını kaynak süperpozisyonu ile bulunuz



$$Z' = (1 + j) \parallel (1 - j) = \frac{(1 + j)(1 - j)}{(1 + j) - (1 - j)} = 1$$

$$I'_o = 1\angle 0^\circ (\text{A})$$

ÖRNEK: I_0 akımını kaynak süperpozisyonu ile bulunuz



$$V_1'' = \frac{Z''}{Z'' + 1 + j} 6 \angle 0^\circ (\text{V})$$

$$I_0'' = \left(\frac{Z''}{Z'' + 1 + j} 6 \angle 0^\circ / 1 \right)$$

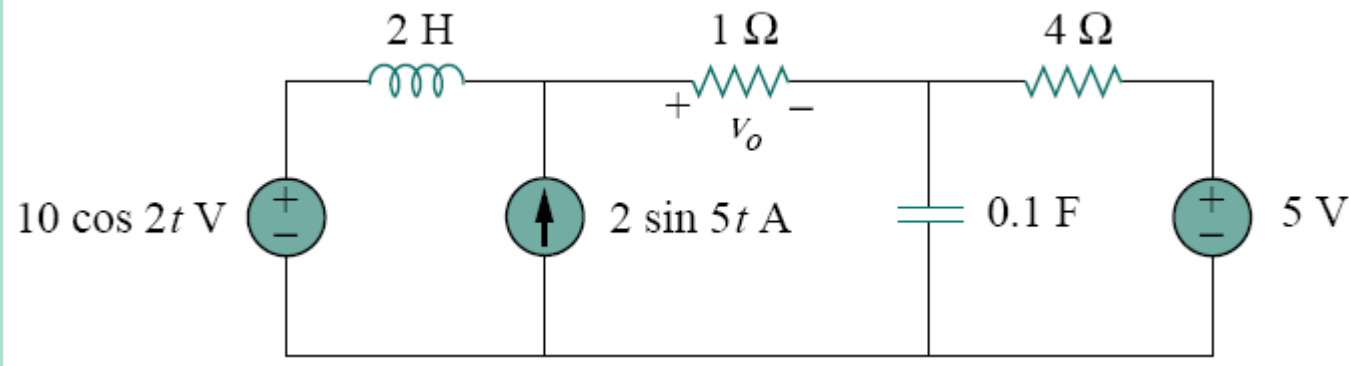
$$I_0'' = \frac{\frac{1-j}{2-j}}{\frac{1-j}{2-j} + 1 + j} 6 (\text{A})$$

$$I_0'' = \frac{1-j}{(1-j) + 3 + j} 6$$

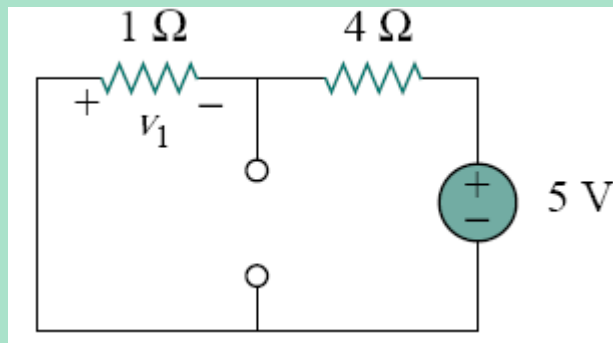
$$I_0'' = \frac{6}{4} - \frac{6}{4}j (\text{A})$$

$$I_0 = I_0' + I_0'' = \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}j \right) (\text{A})$$

Örnek: Devredeki V_0 gerilimini Süperpozisyon yöntemiyle bulunuz?



$$v_o = v_1 + v_2 + v_3$$

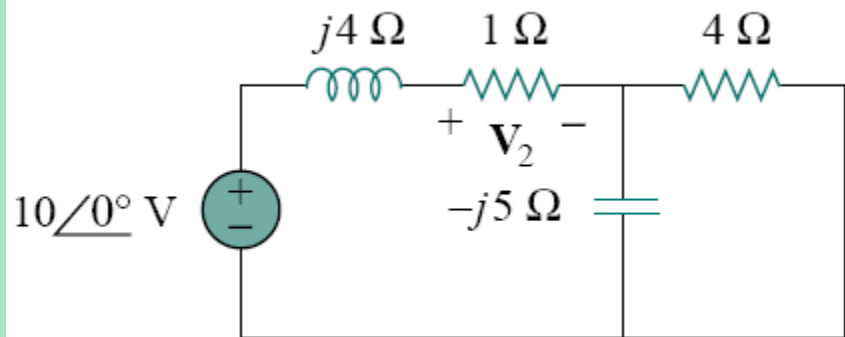


$$-v_1 = \frac{1}{1+4}(5) = 1 \text{ V}$$

$$10 \cos 2t \quad \Rightarrow \quad 10 \angle 0^\circ, \quad \omega = 2 \text{ rad/s}$$

$$2 \text{ H} \quad \Rightarrow \quad j\omega L = j4 \, \Omega$$

$$0.1 \text{ F} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{j\omega C} = -j5 \, \Omega$$



$$\mathbf{Z} = -j5 \parallel 4 = \frac{-j5 \times 4}{4 - j5} = 2.439 - j1.951$$

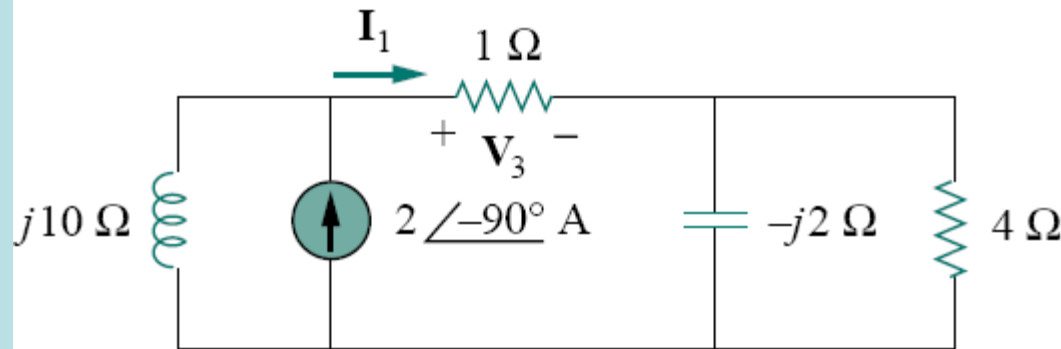
$$\mathbf{V}_2 = \frac{1}{1 + j4 + \mathbf{Z}} (10 \angle 0^\circ) = \frac{10}{3.439 + j2.049} = 2.498 \angle -30.79^\circ$$

$$v_2 = 2.498 \cos(2t - 30.79^\circ)$$

$$2 \sin 5t \quad \Rightarrow \quad 2 \angle -90^\circ, \quad \omega = 5 \text{ rad/s}$$

$$2 \text{ H} \quad \Rightarrow \quad j\omega L = j10 \, \Omega$$

$$0.1 \text{ F} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{j\omega C} = -j2 \, \Omega$$

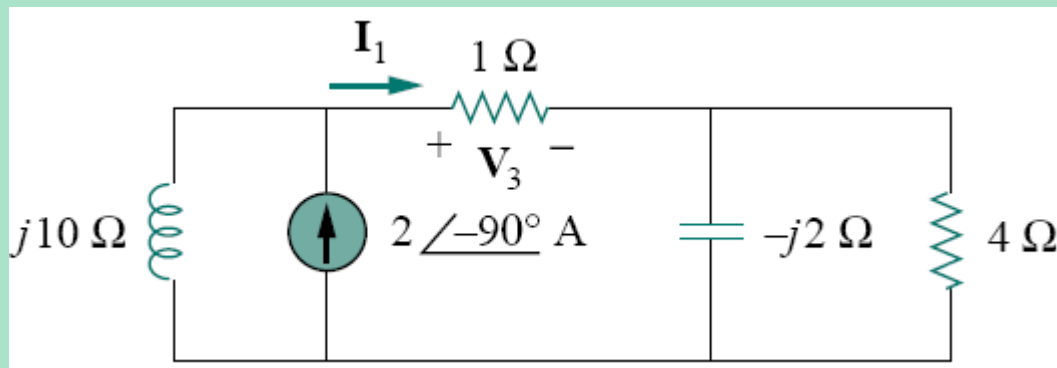
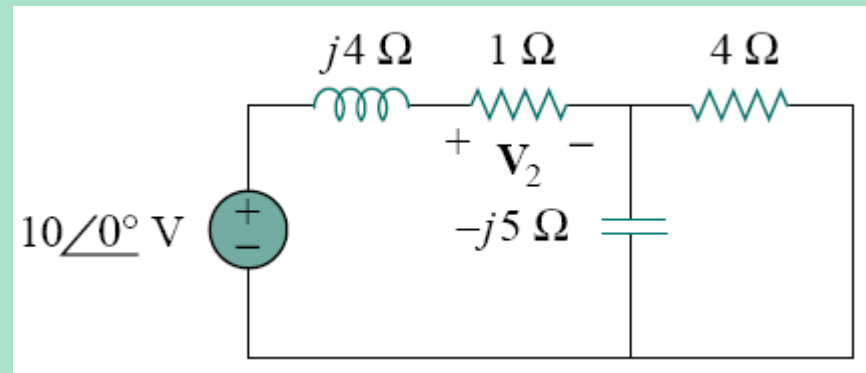
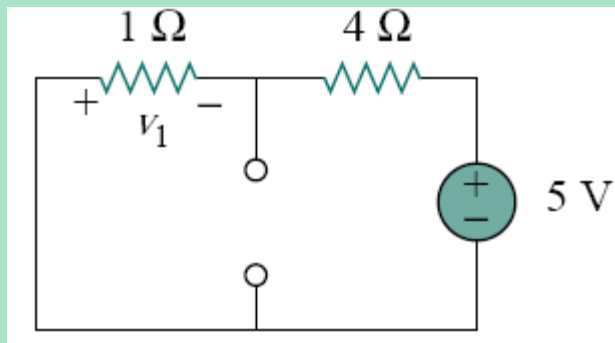


$$\mathbf{Z}_1 = -j2 \parallel 4 = \frac{-j2 \times 4}{4 - j2} = 0.8 - j1.6 \, \Omega$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{j10}{j10 + 1 + \mathbf{Z}_1} (2 \angle -90^\circ) \text{ A}$$

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{I}_1 \times 1 = \frac{j10}{1.8 + j8.4} (-j2) = 2.328 \angle -77.91^\circ \text{ V}$$

$$v_3 = 2.33 \cos(5t - 77.9^\circ) = 2.33 \sin(5t + 12.1^\circ) \text{ V}$$

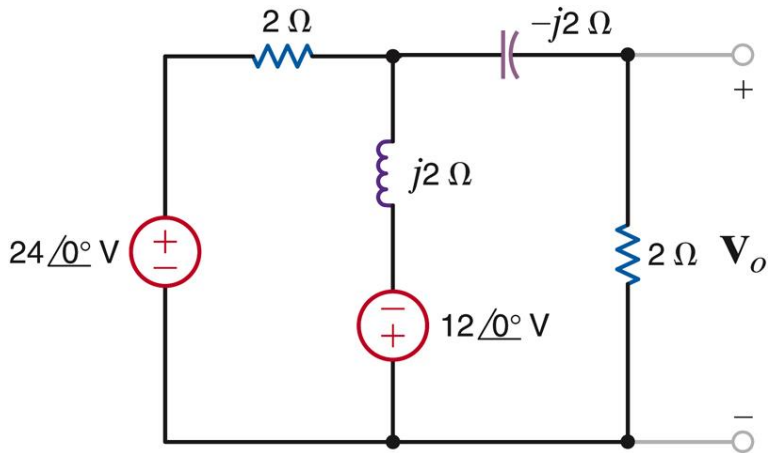


$$v_o = v_1 + v_2 + v_3$$

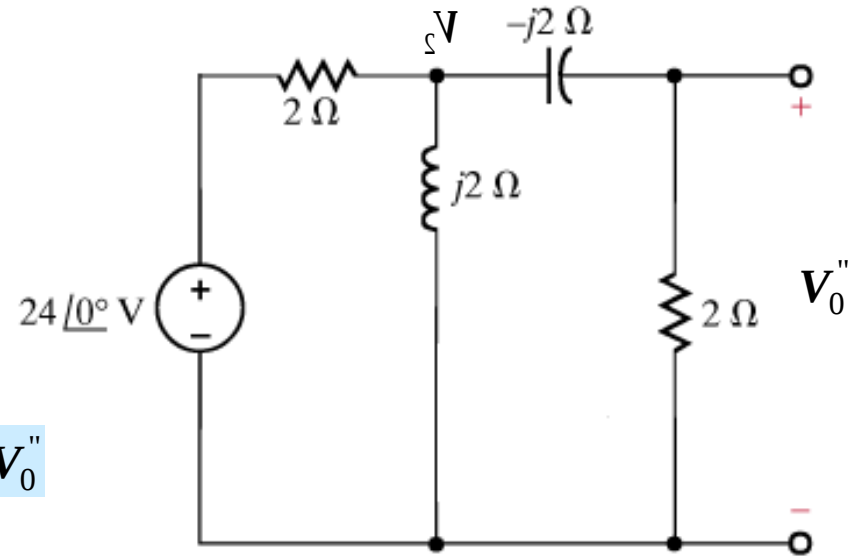
$$v_o(t) = -1 + 2.498 \cos(2t - 30.79^\circ) + 2.33 \sin(5t + 12^\circ)\text{ V}$$

Siz Çözün

V_0 gerilimini bulun

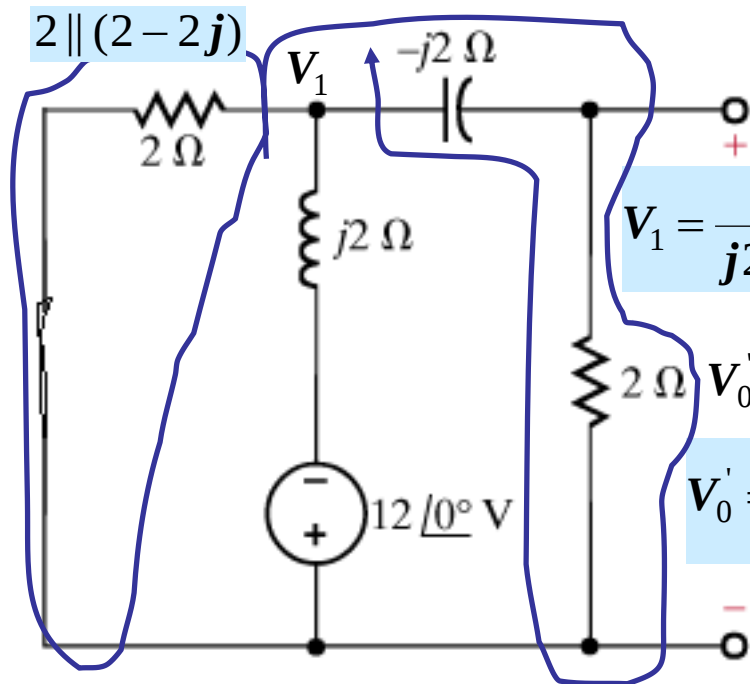


$$V_0 = V'_0 + V''_0$$



$$V_2 = \frac{(2j) \parallel (2 - 2j)}{2 + (2j) \parallel (2 - 2j)} 24 \angle 0^\circ$$

$$V''_0 = \frac{2}{2 - 2j} V_2$$



$$V_1 = \frac{2 \parallel (2 - 2j)}{j2 + (2 \parallel 2 - 2j)} (-12 \angle 0^\circ)$$

$$V'_0 = \frac{2}{2 - 2j} V_1$$

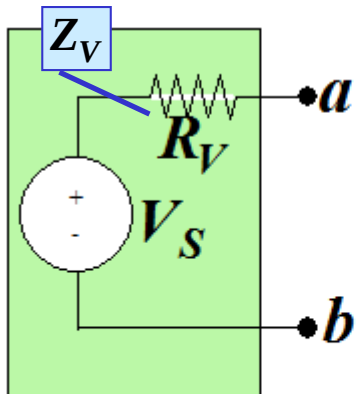
Kaynak Dönüşümü Analizi

- ☐ Bir empedans ile seri bağlı bir gerilim kaynağı, aynı empedans ile paralel bağlı bir akım kaynağı ile değiştirilebilir.
- ☐ Tersi de yapılabilir.
- ☐ Seri bağlı gerilim kaynakları eşdeğer tek bir kaynakla, veya paralel bağlı akım kaynakları eşdeğer tek bir kaynakla temsil edilebilir.
- ☐ Tekrar tekrar yapılan bu işlemler devre elemanlarının sayısının azalmasını ve devrenin basit bir devre durumuna gelmesini sağlar.

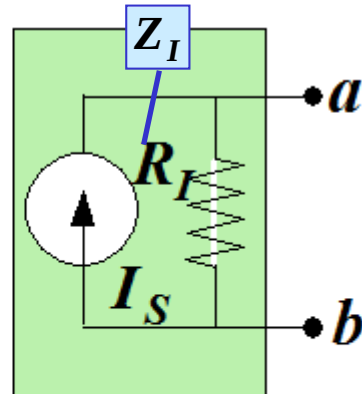
Bir devrenin karmaşıklığını azaltmak için Kaynak Dönüşümü iyi bir gereçtir ...

NE ZAMAN UYGULANABİLİR!!

“ideal kaynaklar” kaynakların gerçek davranışları için iyi modeller değildirler.



Gerçek gerilim kaynağı



Gerçek akım kaynağı

MODELLER ESDEGERDIR EGER ;

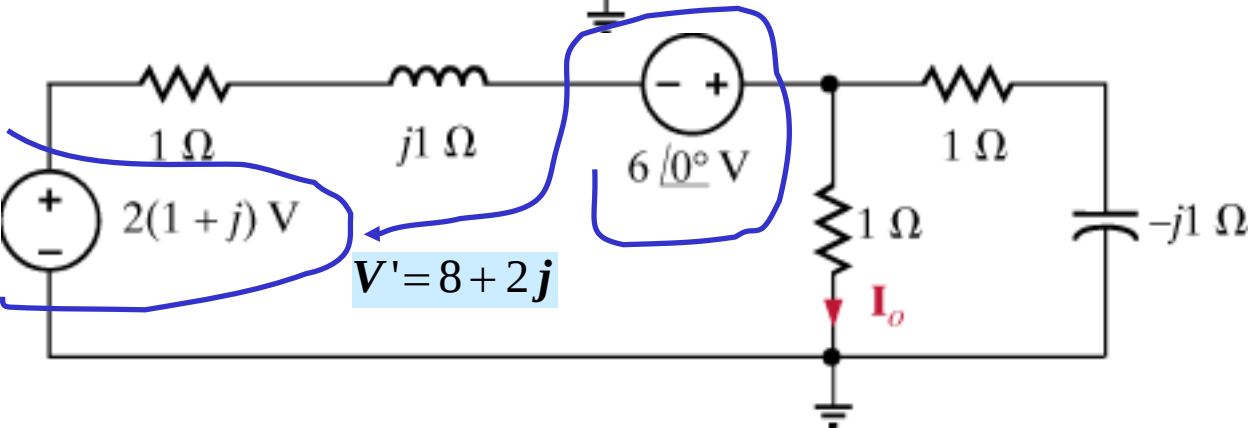
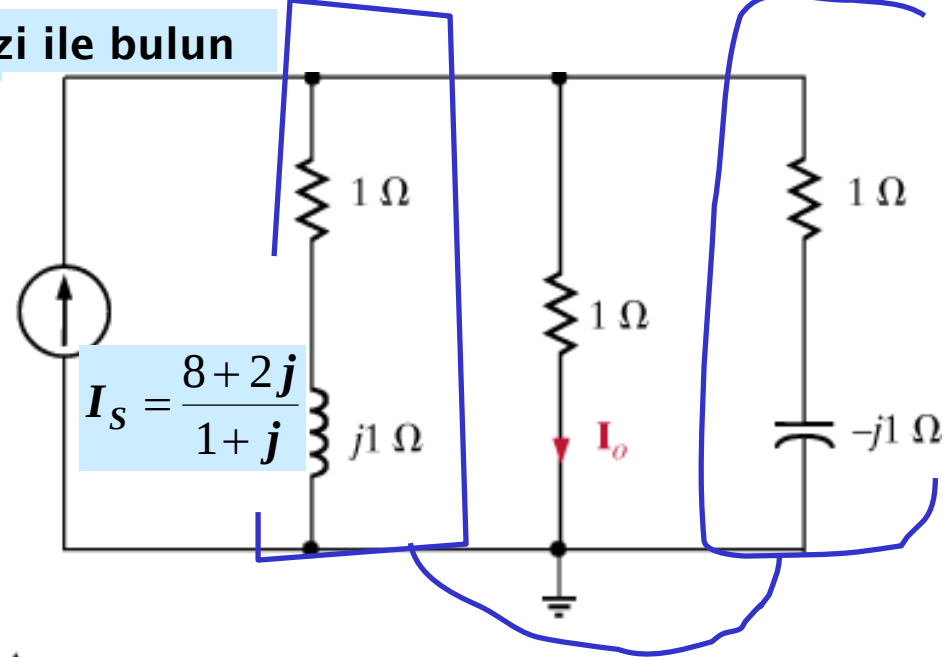
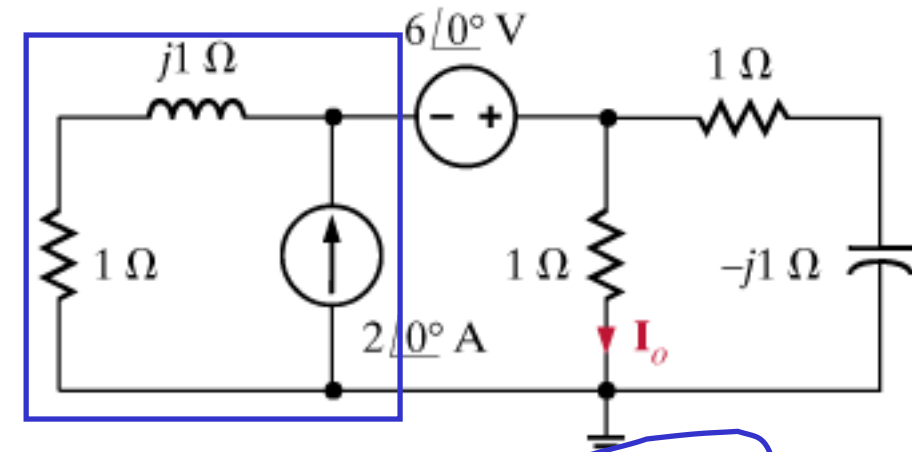
$$R_V = R_I = R$$

$$V_S = R I_S$$

$$\Sigma = {}_1\Sigma = {}_V\Sigma$$

$${}_2I\Sigma = {}_2V$$

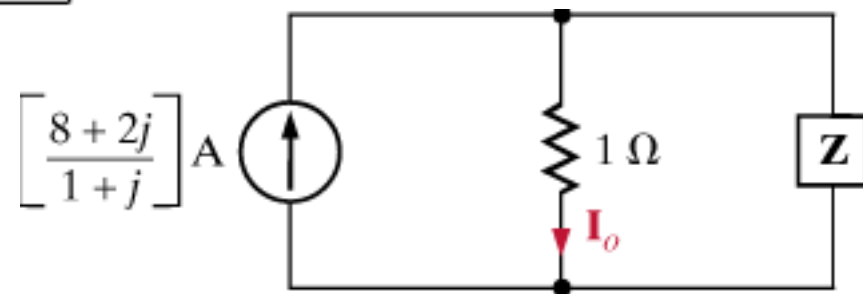
ÖRNEK: I_0 akımını kaynak dönüşümü analizi ile bulun



$$I_s = \frac{8+2j}{1+j}$$

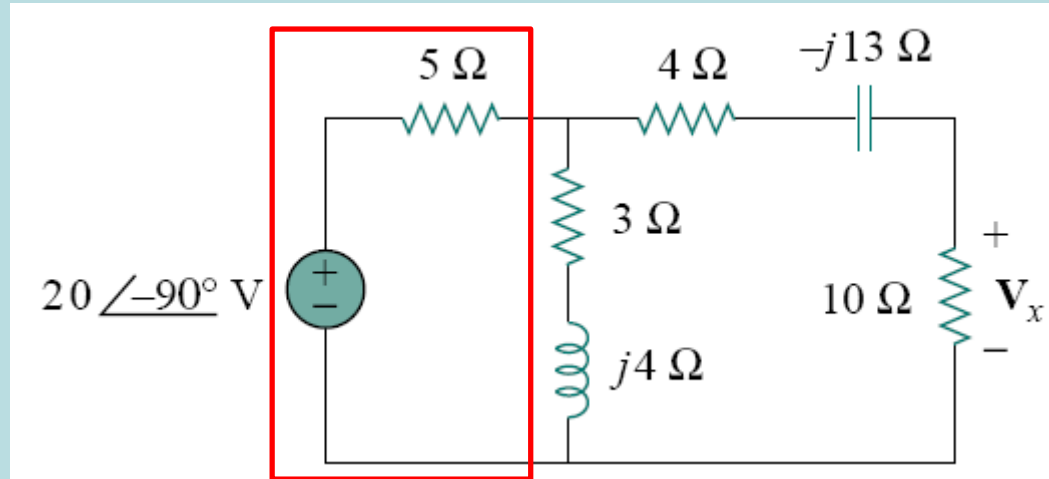
$$Z = (1+j) \parallel (1-j) = 1\ \Omega$$

şimdi gerilim-akım dönüşümü yapalım

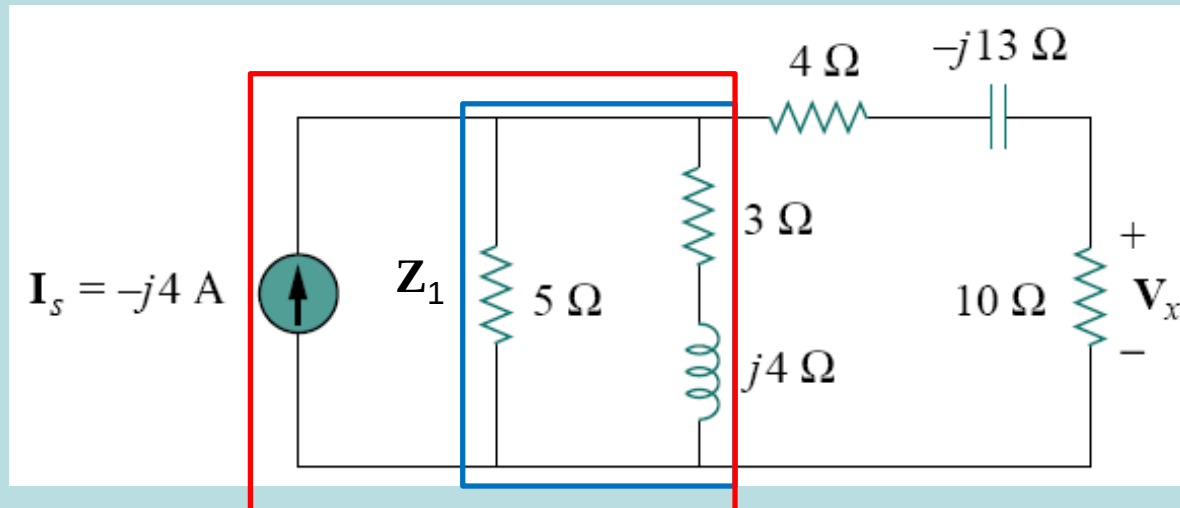


$$I_0 = \frac{I_s}{2} = \frac{4+j}{1+j} = \frac{(4+j)(1-j)}{(1+j)(1-j)} = \frac{5-3j}{2}$$

Örnek-2. Devredeki V_x değerini Kaynak Dönüşümü yöntemiyle bulunuz?

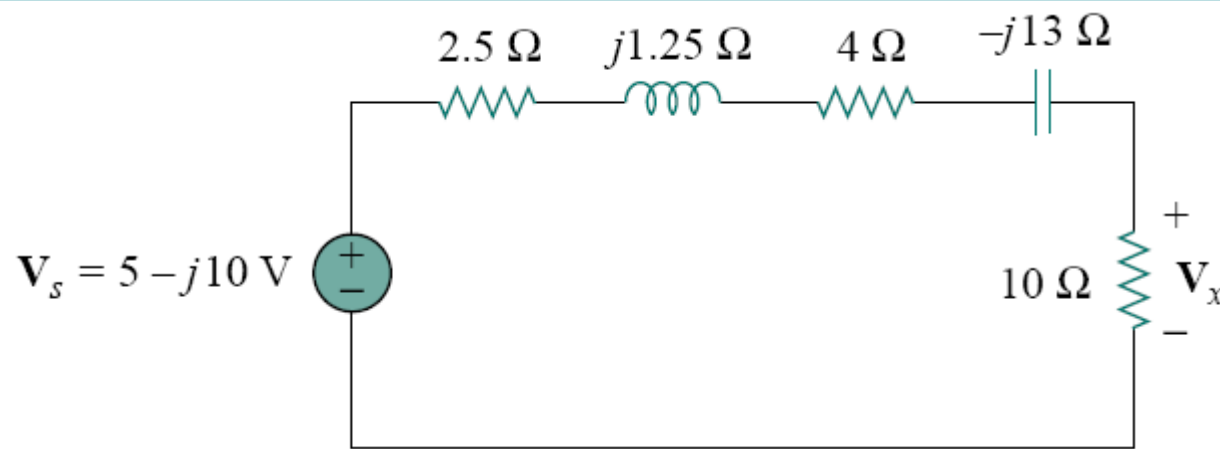


$$I_s = \frac{20 \angle -90^\circ}{5} = 4 \angle -90^\circ = -j4 \text{ A}$$



$$\mathbf{Z}_1 = \frac{5(3 + j4)}{8 + j4} = 2.5 + j1.25 \, \Omega$$

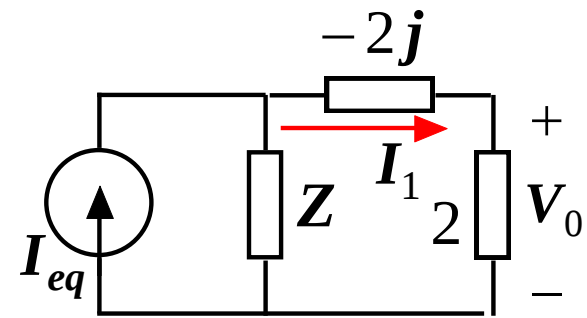
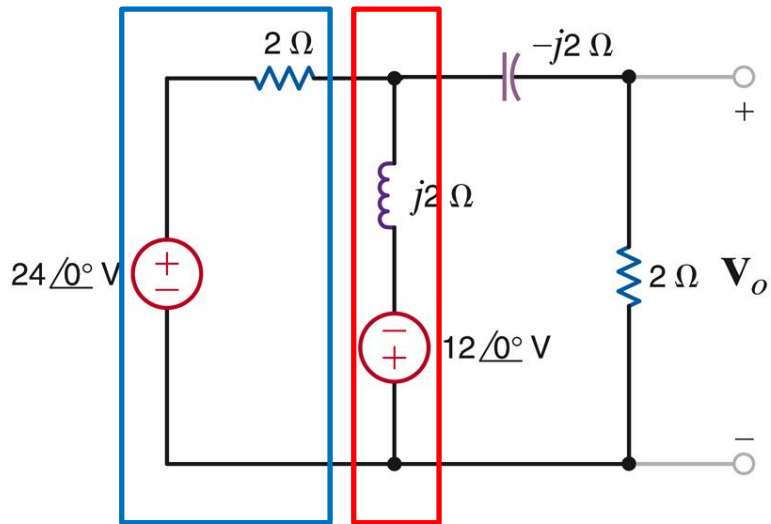
$$\mathbf{V}_s = \mathbf{I}_s \mathbf{Z}_1 = -j4(2.5 + j1.25) = 5 - j10 \, \text{V}$$



$$\mathbf{V}_x = \frac{10}{10 + 2.5 + j1.25 + 4 - j13} (5 - j10) = 5.519 \angle -28^\circ \, \text{V}$$

Siz Çözün

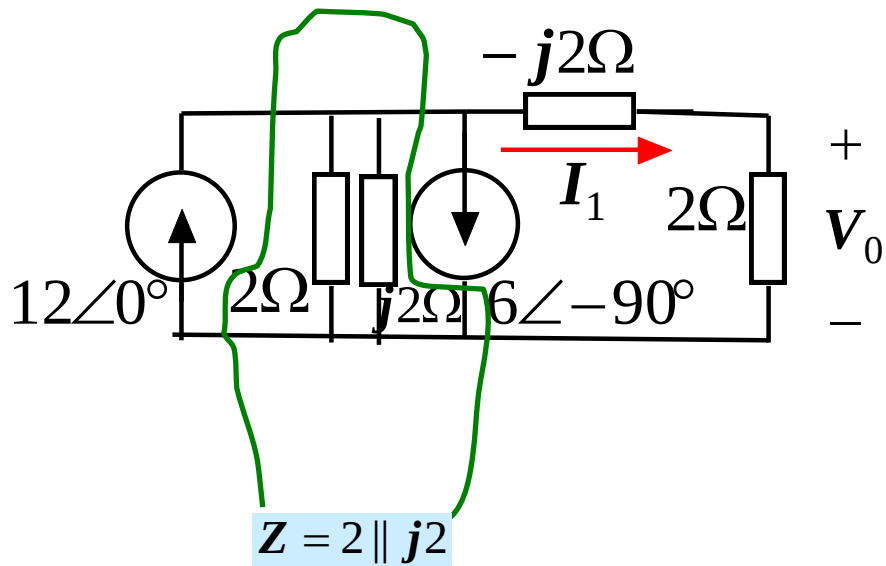
V_0 gerilimini bulun



$$I_{eq} = 12\angle 0^\circ - 6\angle -90^\circ = 12 + 6j$$

$$I_1 = \frac{Z}{Z + 2 - 2j} I_{eq}$$

$$V_0 = 2I_1$$

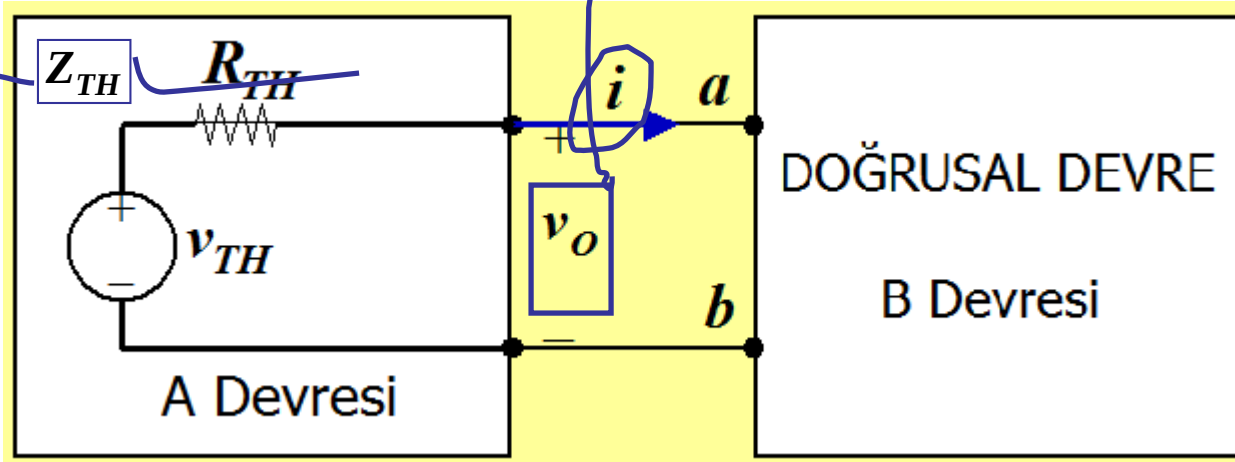
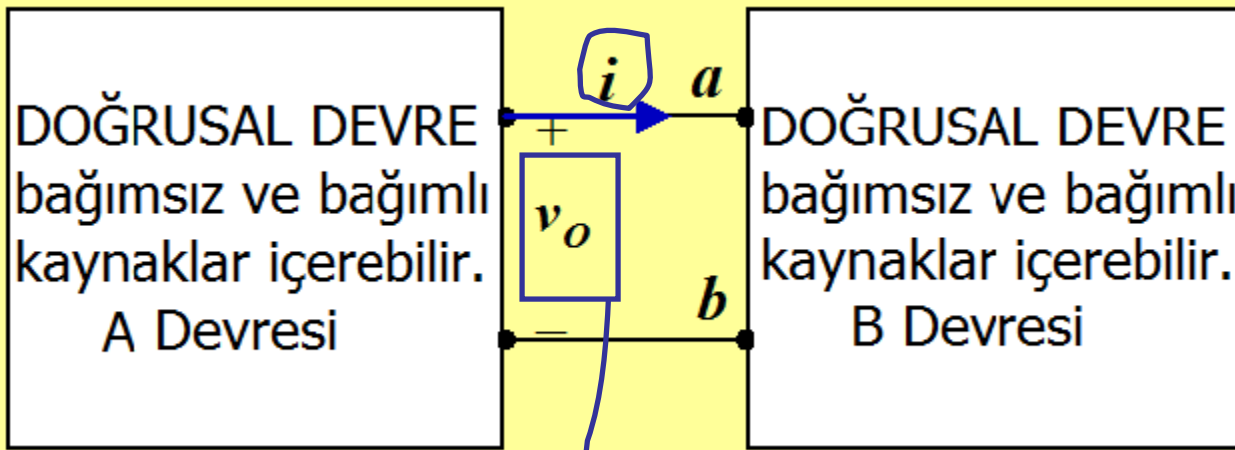


Thevenin Analizi

Kaynak Dönüşümü Thevenin veya Norton Eşdeğerlerini belirlemek için de kullanılabilir...

FAKAT DAHA ETKİLİ TEKNİKLER DE VARDIR

THEVENİN'İN EŞDEĞERLİK TEOREMİ



Fazör

A Devresinin
Thevenin Eşdeğer Devresi

v_{TH}

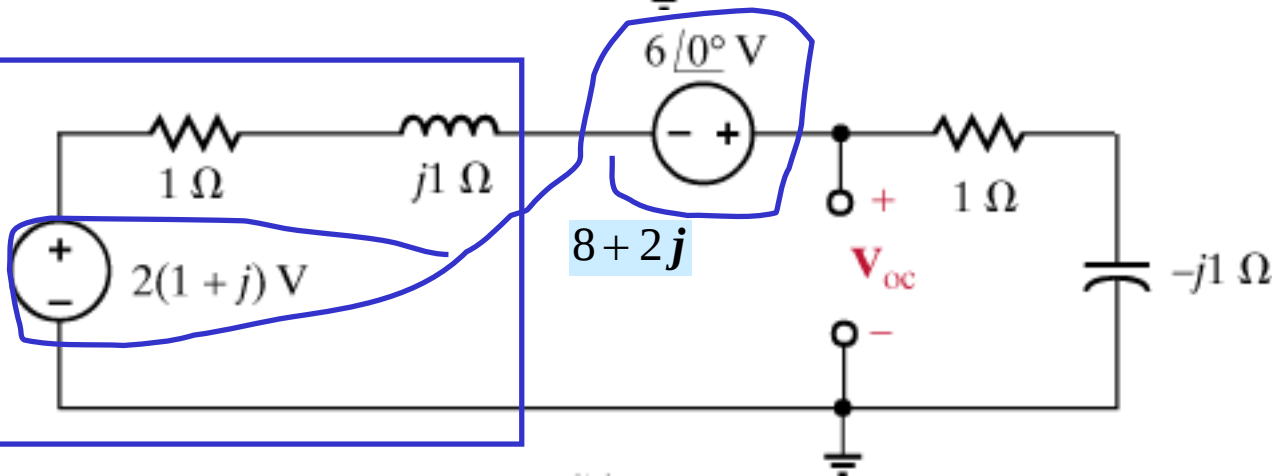
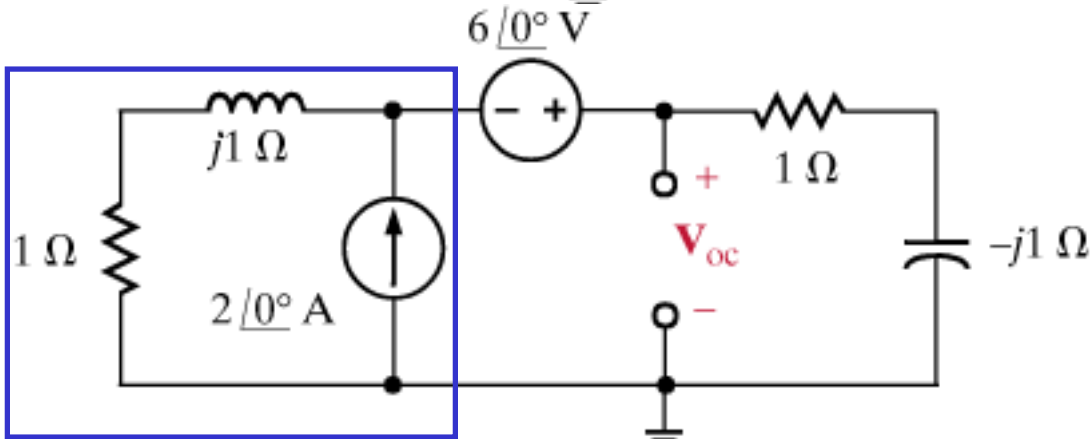
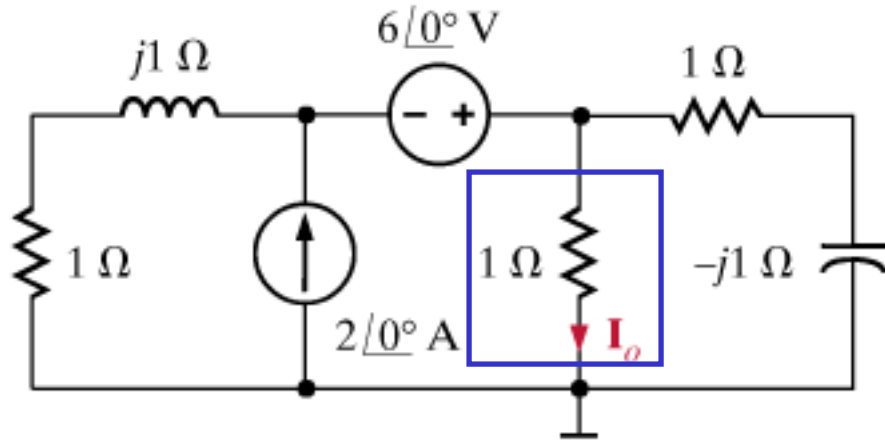
Thevenin Esdeğer Kaynağı

R_{TH}

Thevenin Esdeğer Direnci

Empedans

ÖRNEK: I_0 akımını Thevenin Analizi ile bulunuz

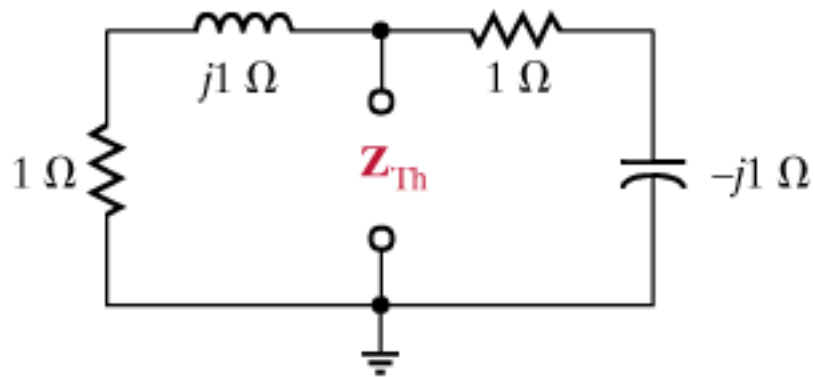
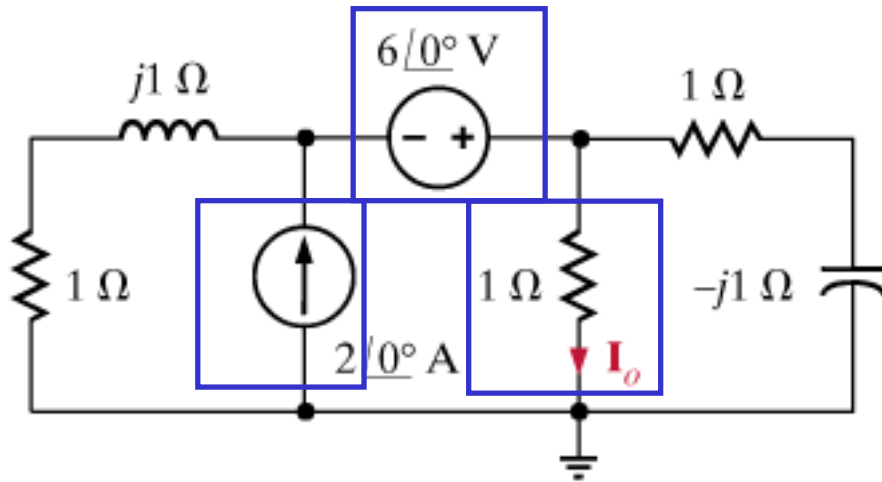


Gerilim Bölüşümü

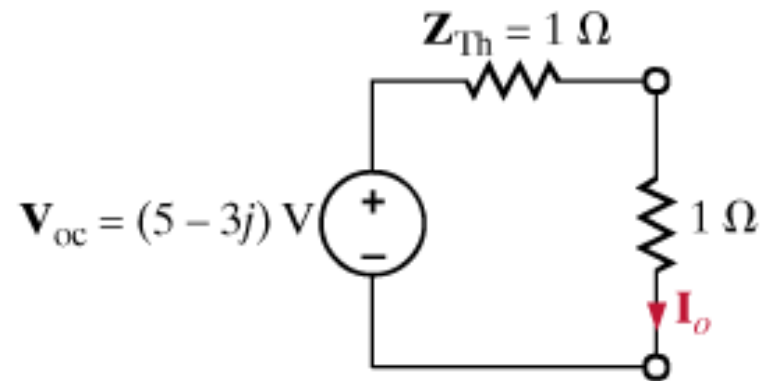
$$V_{oc} = \frac{1-j}{(1+j)+(1-j)}(8+2j)$$

$$V_{oc} = \frac{10-6j}{2} = 5-j3$$

ÖRNEK -devamı: I_0 akımını Thevenin Analizi ile bulunuz

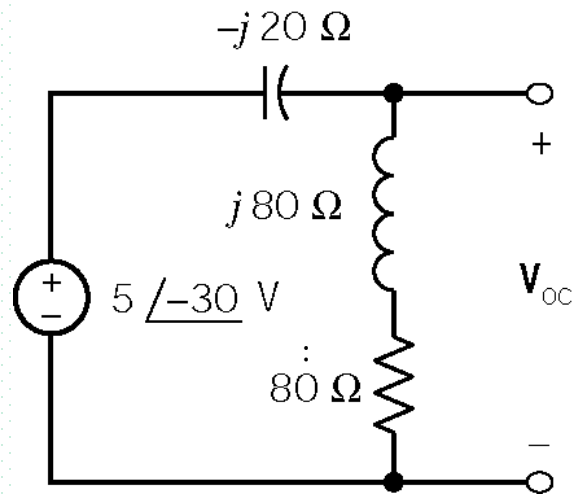


$$Z_{TH} = (1 + j) \parallel (1 - j) = 1\ \Omega$$

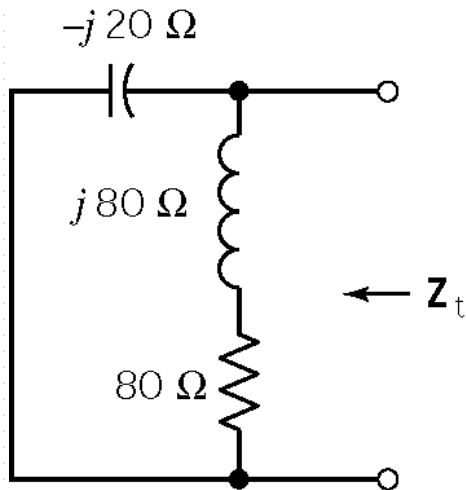


$$I_0 = \frac{5 - 3j}{2} \text{ (A)}$$

Örnek-2. Thevenin eşdeğerini elde ediniz

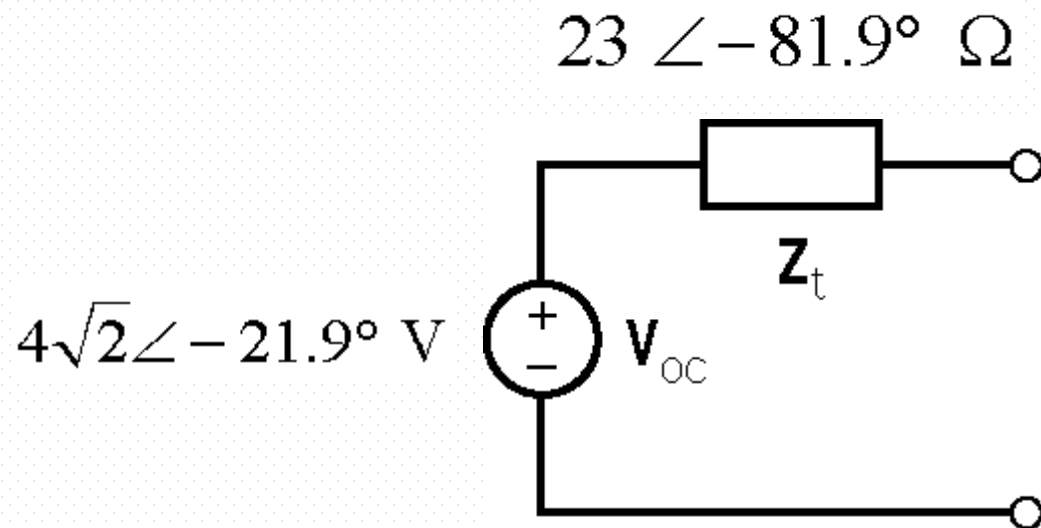


$$\begin{aligned} V_{oc} &= (5 \angle -30^\circ) \left(\frac{80 + j80}{80 + j80 - j20} \right) \\ &= (5 \angle -30^\circ) \left(\frac{80\sqrt{2} \angle 45^\circ}{100 \angle 36.90^\circ} \right) \\ &= 4\sqrt{2} \angle -21.9^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

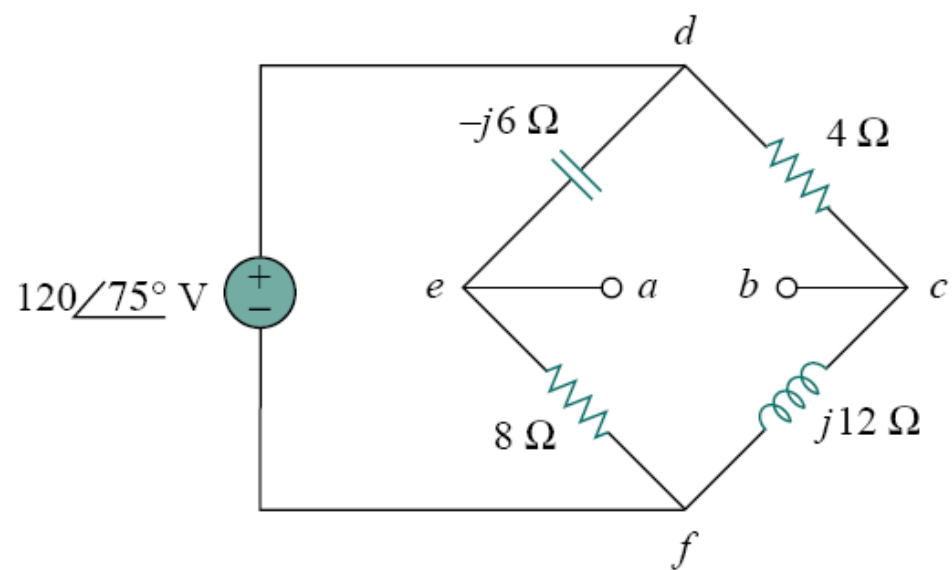


$$Z_t = \frac{(-j20)(80 + j80)}{-j20 + 80 + j80} = 23 \angle -81.9^\circ \Omega$$

Örnek-2 (devam)

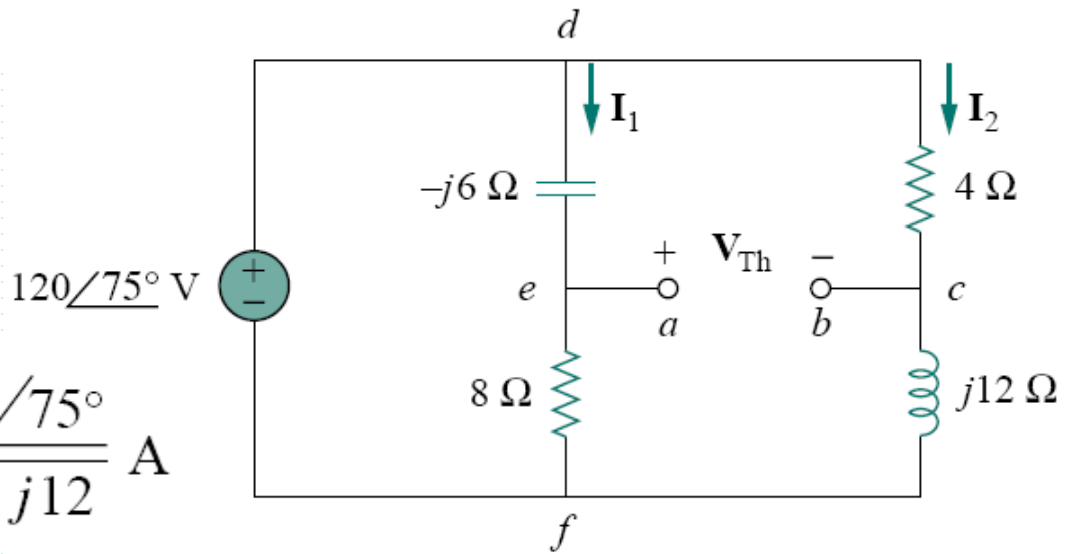


Örnek-3. a-b uçlarına göre Thevenin eşdeğerini elde ediniz



$$\mathbf{I}_1 = \frac{120 \angle 75^\circ}{8 - j6} \text{ A,}$$

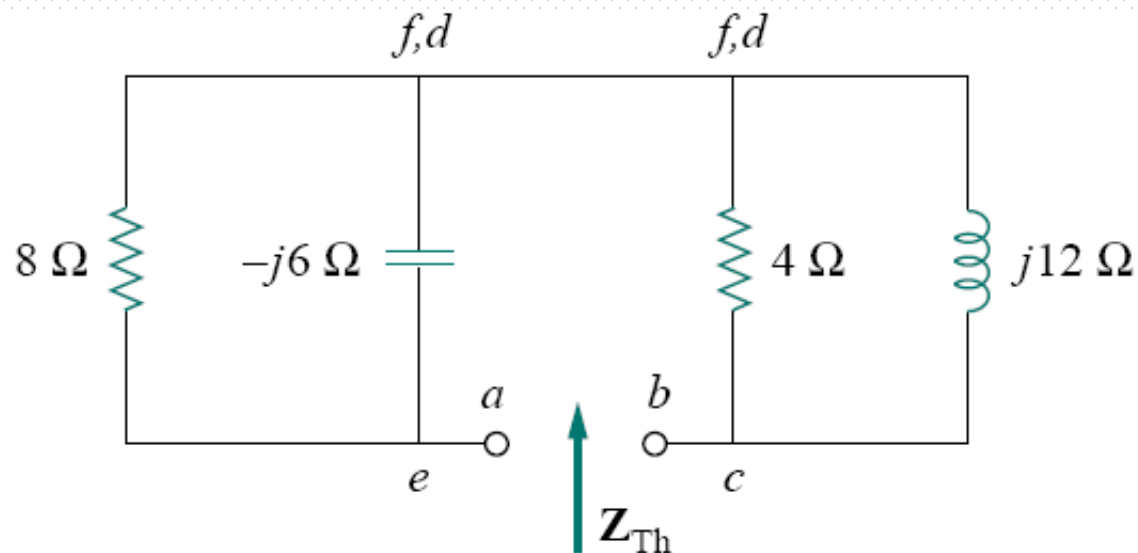
$$\mathbf{I}_2 = \frac{120 \angle 75^\circ}{4 + j12} \text{ A}$$



$$\mathbf{V}_{Th} - 4\mathbf{I}_2 + (-j6)\mathbf{I}_1 = 0$$

veya

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{Th} = 4\mathbf{I}_2 + j6\mathbf{I}_1 &= \frac{480\angle 75^\circ}{4 + j12} + \frac{720\angle 75^\circ + 90^\circ}{8 - j6} \\ &= 37.95\angle 3.43^\circ + 72\angle 201.87^\circ \\ &= -28.936 - j24.55 = 37.95\angle 220.31^\circ \text{ V}\end{aligned}$$



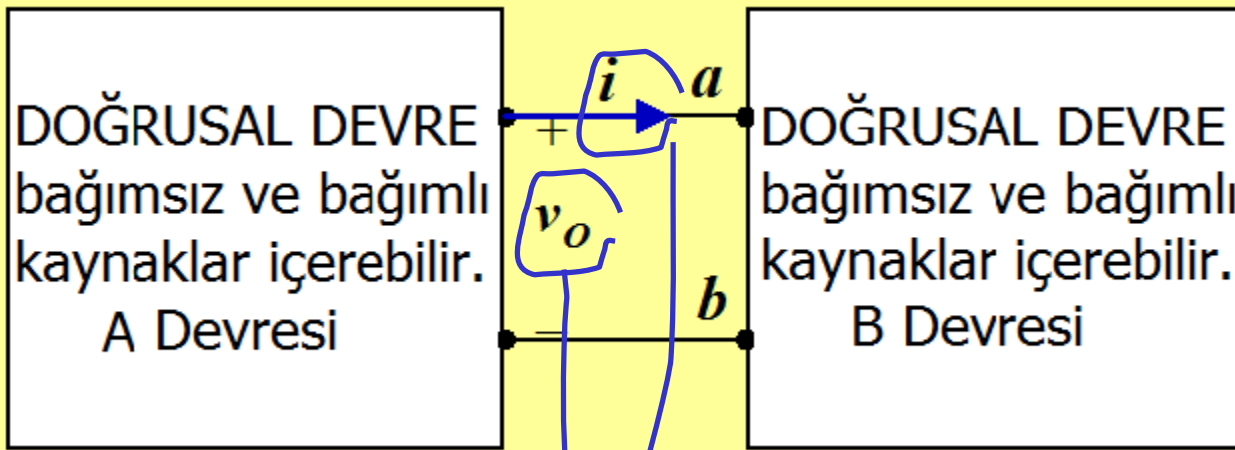
$$\mathbf{Z}_1 = -j6 \parallel 8 = \frac{-j6 \times 8}{8 - j6} = 2.88 - j3.84 \, \Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = 4 \parallel j12 = \frac{j12 \times 4}{4 + j12} = 3.6 + j1.2 \, \Omega$$

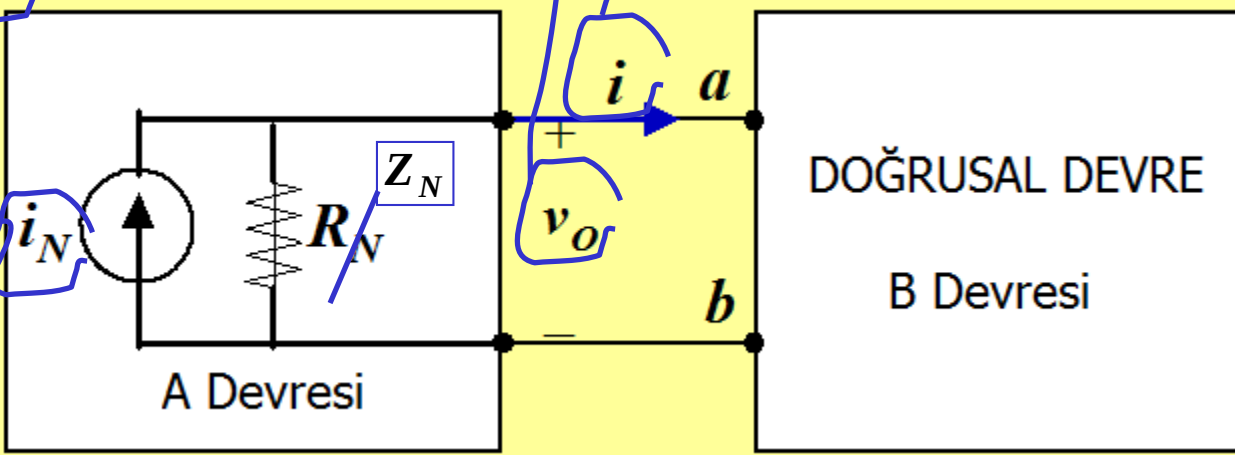
$$\mathbf{Z}_{\text{Th}} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 6.48 - j2.64 \, \Omega$$

Norton Analizi

NORTON'UN EŞDEĞERLİK TEOREMİ



Fazör



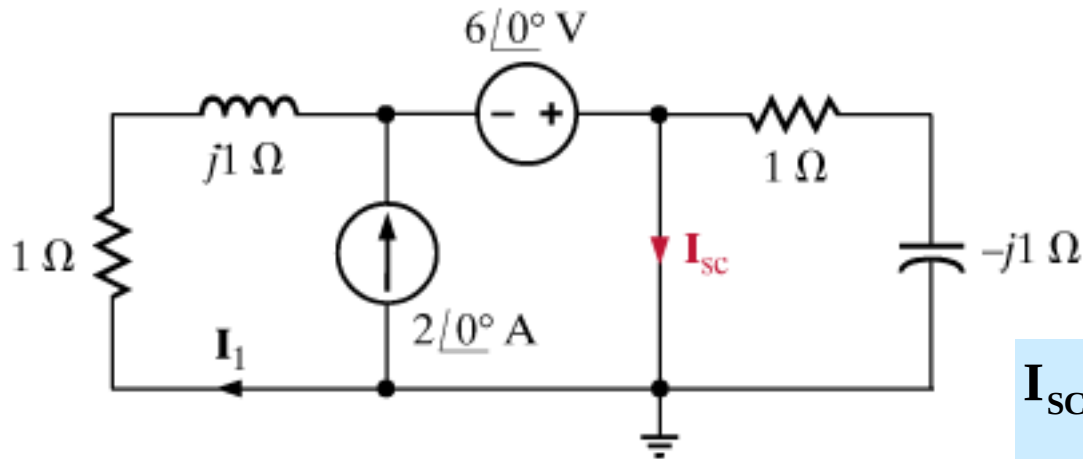
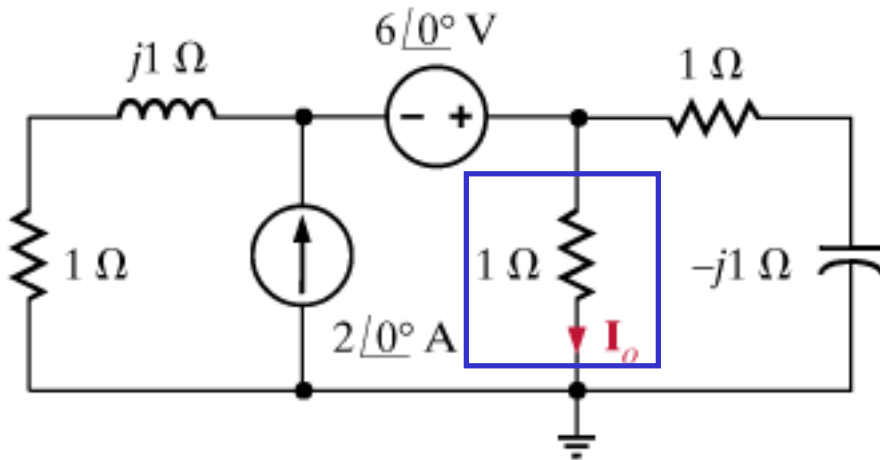
A Devresinin
Norton Eşdeğer Devresi

i_N Thevenin Eşdeğer Kaynağı

R_N Z_N Thevenin Eşdeğer Direnci

Empedans

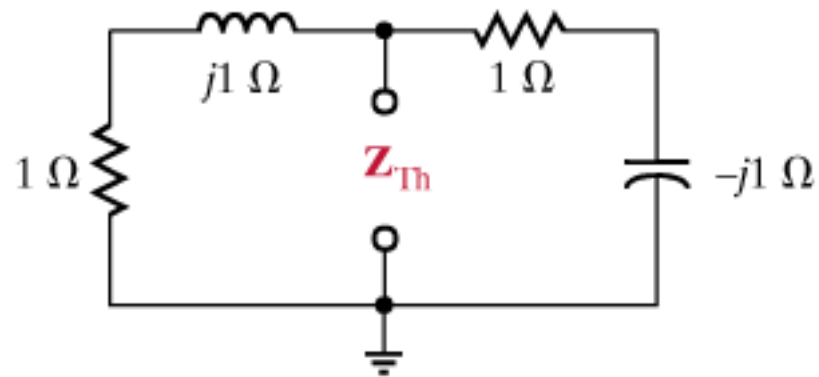
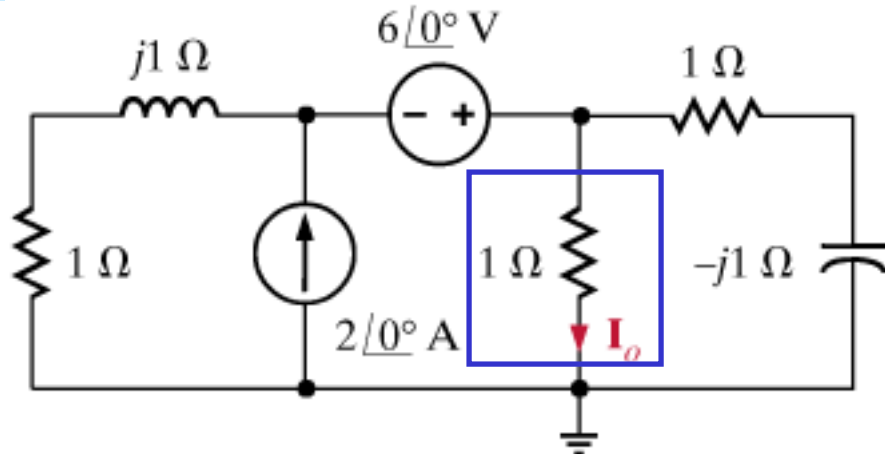
ÖRNEK: I_o 'ı Norton teoremi ile bulunuz?



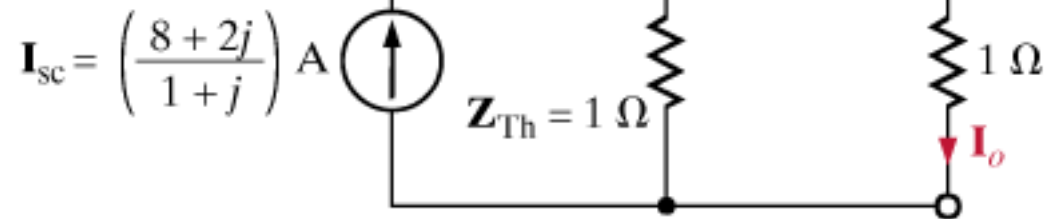
$$I_{sc} = I_1 + 2\angle 0^\circ$$

$$I_{sc} = 2\angle 0^\circ + \frac{6\angle 0^\circ}{1+j} = \frac{8+2j}{1+j}\text{ (A)}$$

ÖRNEK: I_o 'ı Norton teoremi ile bulunuz?

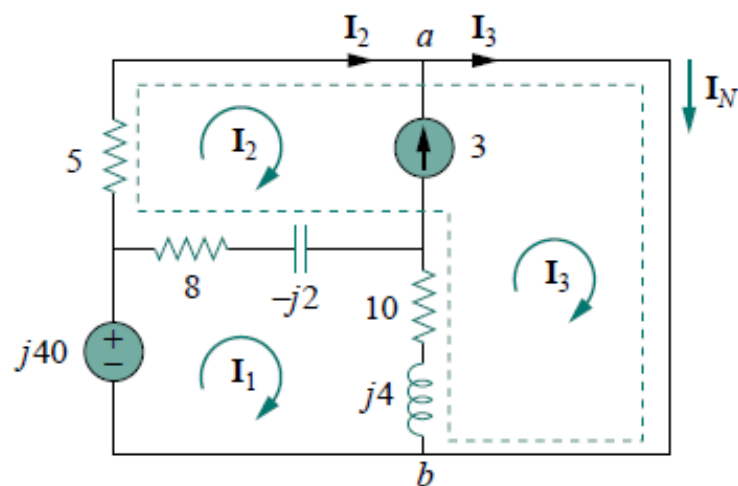
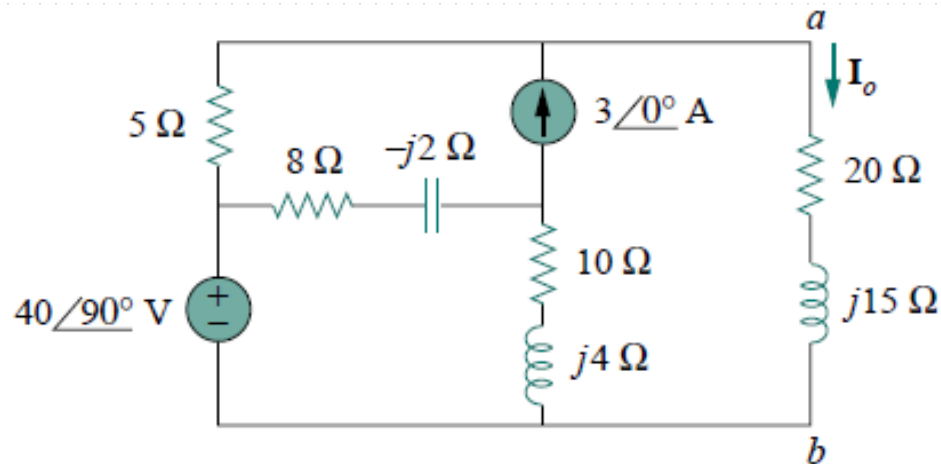


$$Z_{TH} = (1 + j) \parallel (1 - j) = 1\Omega$$



$$I_o = \frac{I_{sc}}{2} = \frac{4 + j}{1 + j} = \frac{(4 + j)(1 - j)}{(1 + j)(1 - j)} = \frac{5 - 3j}{2}$$

Örnek-2 I_o akımını Norton Analizi ile bulunuz



$$(13 - j2)I_2 + (10 + j4)I_3 - (18 + j2)I_1 = 0$$

$$-j40 + (18 + j2)I_1 - (8 - j2)I_2 - (10 + j4)I_3 = 0$$

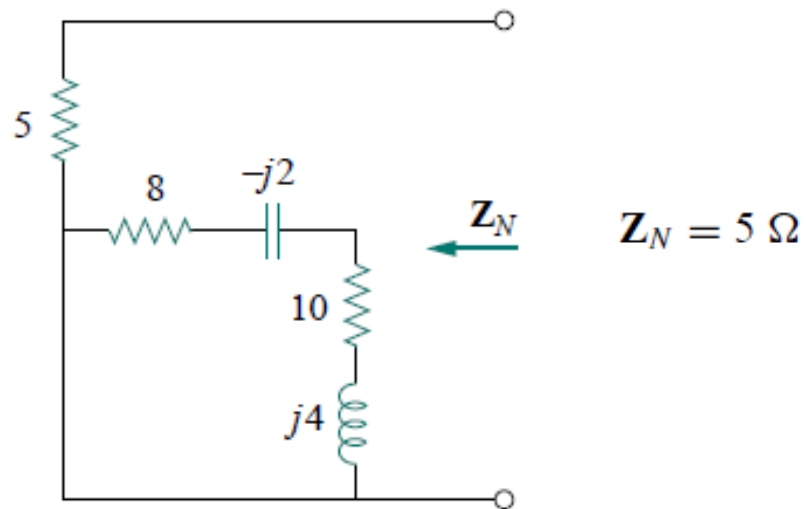
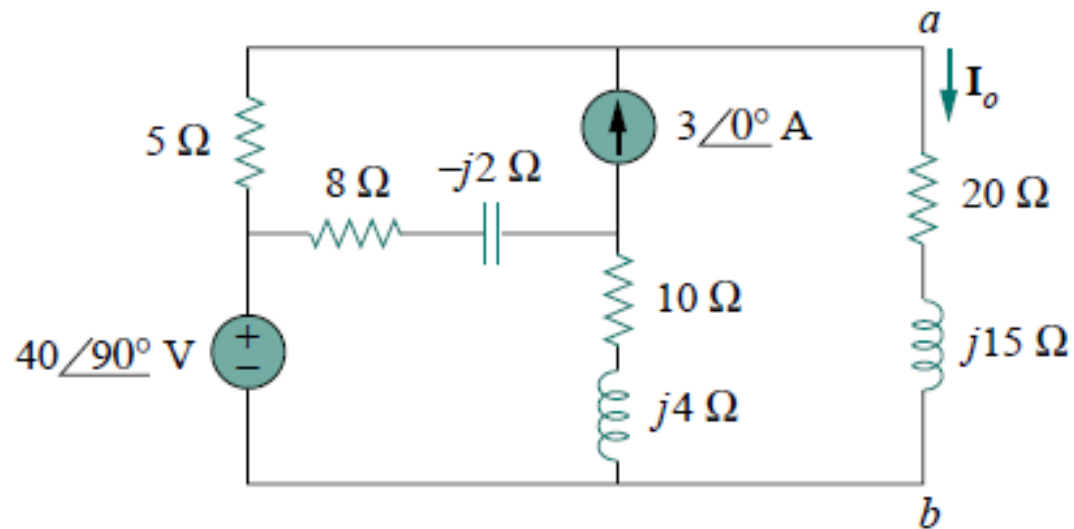
$$I_3 = I_2 + 3$$

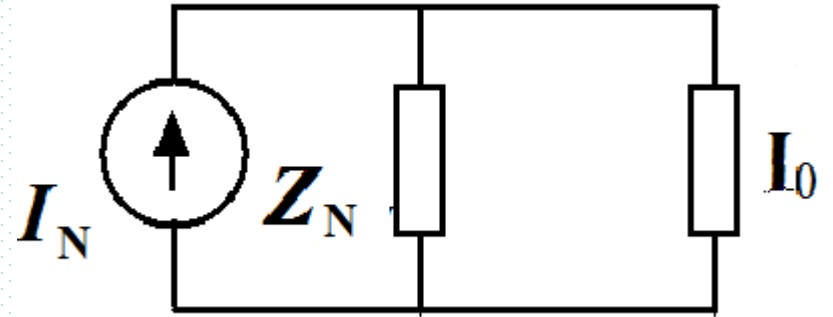
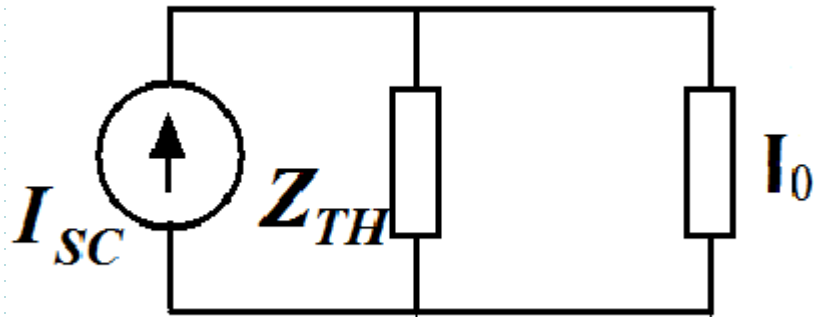
$$-j40 + 5I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_2 = j8$$

$$I_3 = I_2 + 3 = 3 + j8$$

$$I_N = I_3 = (3 + j8) \text{ A}$$

Örnek-2 I_o akımını Norton Analizi ile bulunuz

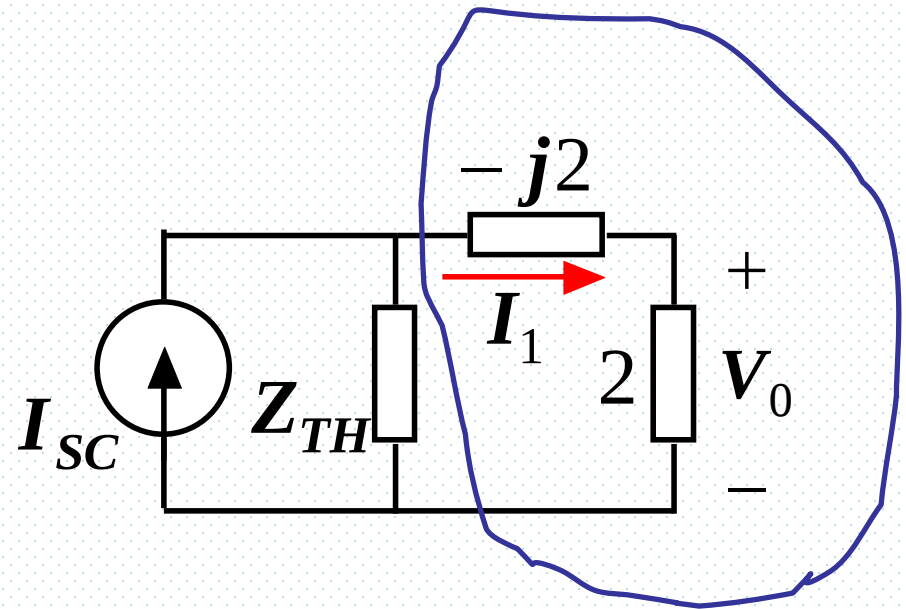
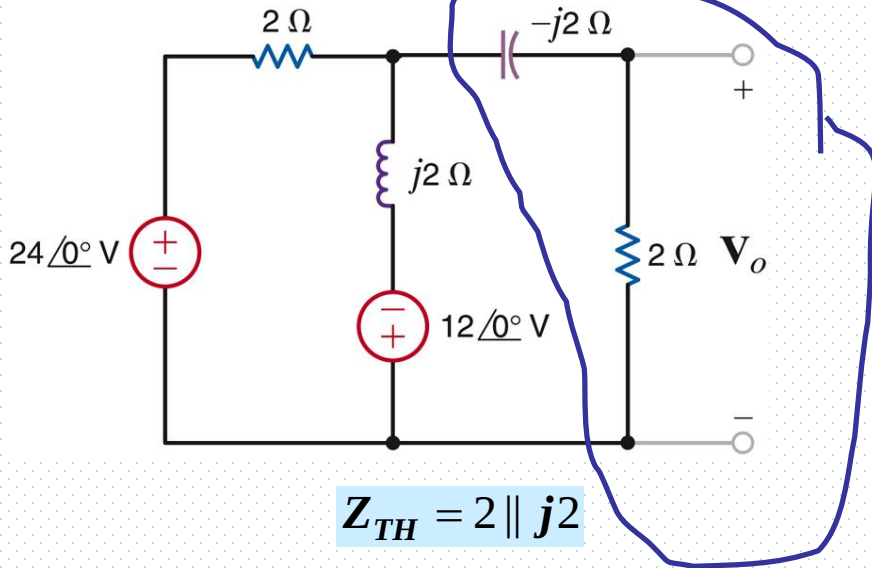




$$I_o = \frac{5}{5 + 20 + j15} I_N = \frac{3 + j8}{5 + j3} = 1.465 \angle 38.48^\circ \text{ A}$$

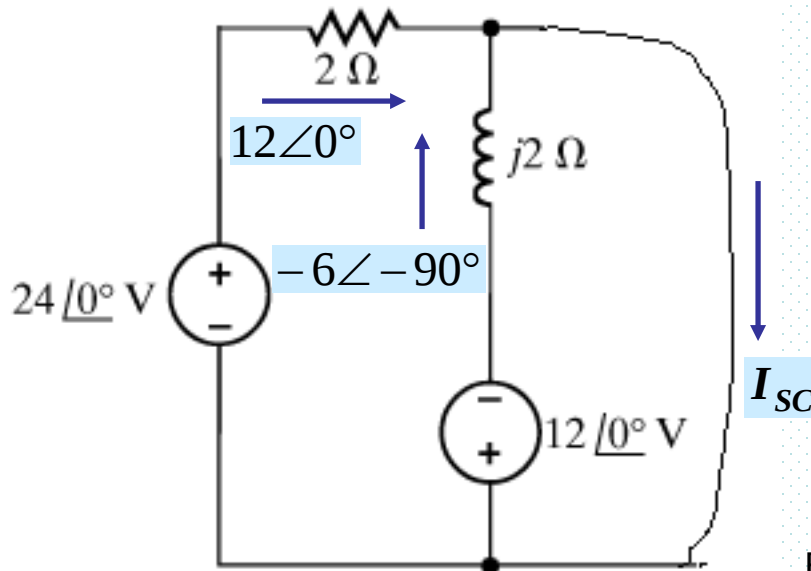
Siz Çözün

V_o gerilimini bulun



$$I_1 = \frac{Z_{TH}}{Z_{TH} + 2 - 2j} I_{SC}$$

$$V_o = 2I_1$$

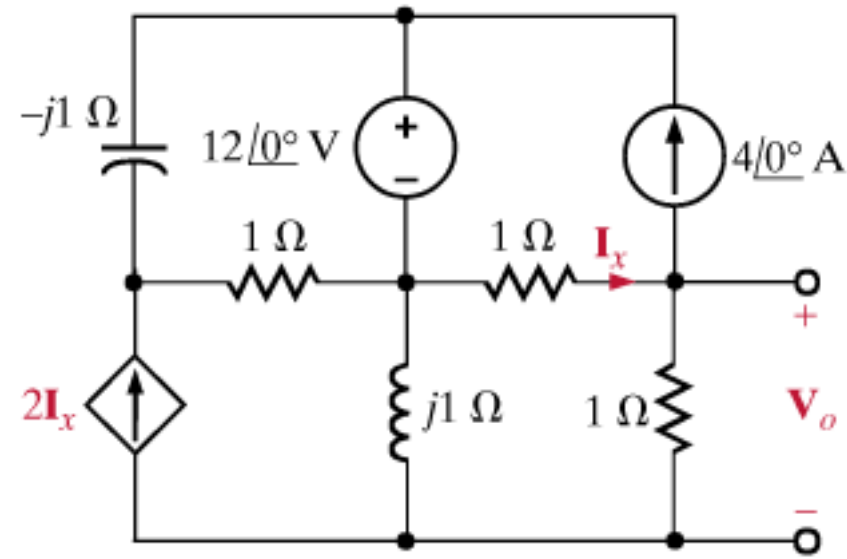


Bağımlı Kaynak İçeren Devrelerde AC Kalıcı Durum Analizi

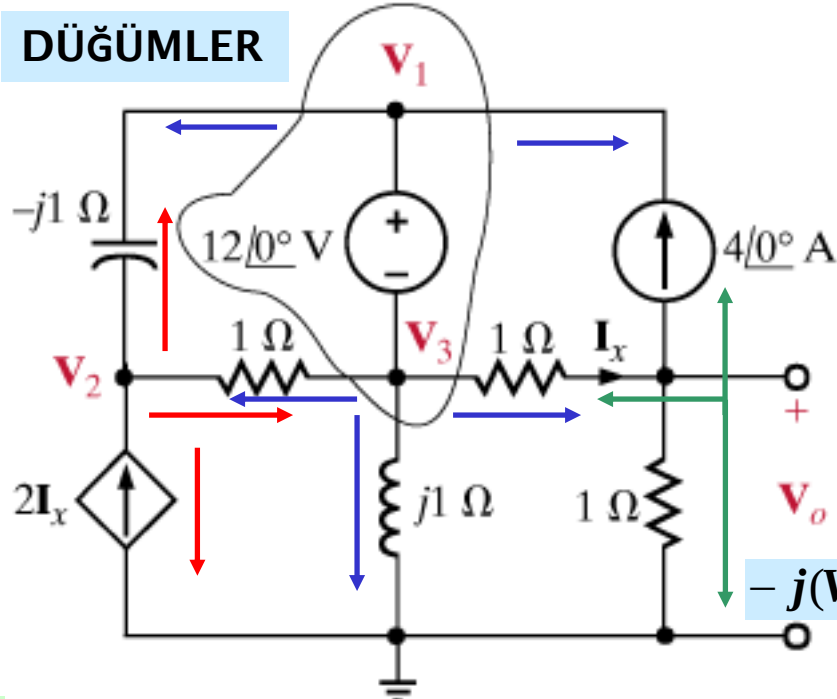
Bağımlı Kaynak İçeren Devrelerde AC Kalıcı Durum Analizi

Düğüm Analizi

ÖRNEK-2 DÜĞÜM ANALİZİ İLE V_0 'I BULUN



DÜĞÜMLER



Superdugum den : $V_1 - V_3 = 12 \angle 0^\circ$

Superdugum e KAK uygulandig inda

$$-4 \angle 0^\circ + \frac{V_3 - V_0}{1} + \frac{V_3 - V_2}{1} + \frac{V_1 - V_2}{-j} + \frac{V_3}{j} = 0$$

V_2 için KAK uyg.

$$\frac{V_2 - V_1}{-j} - 2I_x + \frac{V_2 - V_3}{1} = 0$$

V_0 için KAK uyg.

$$\frac{V_0}{1} + \frac{V_0 - V_3}{1} + 4 \angle 0^\circ = 0 \Rightarrow V_3 = 2V_0 + 4$$

Kontrol degiskeni

$$I_x = \frac{V_3 - V_0}{1}$$

$$V_1 = V_3 + 12$$

$$V_1 = 2V_0 + 16$$

$$V_3 - V_0 = V_0 + 4$$

$$j(V_2 - 2V_0 - 16) - 2(V_0 + 4) + (V_2 - 2V_0 - 4) = 0$$

$$-j(V_2 - 2V_0 - 16) - (V_2 - 2V_0 - 4) + (V_0 + 4) - j(2V_0 + 4) = 0$$

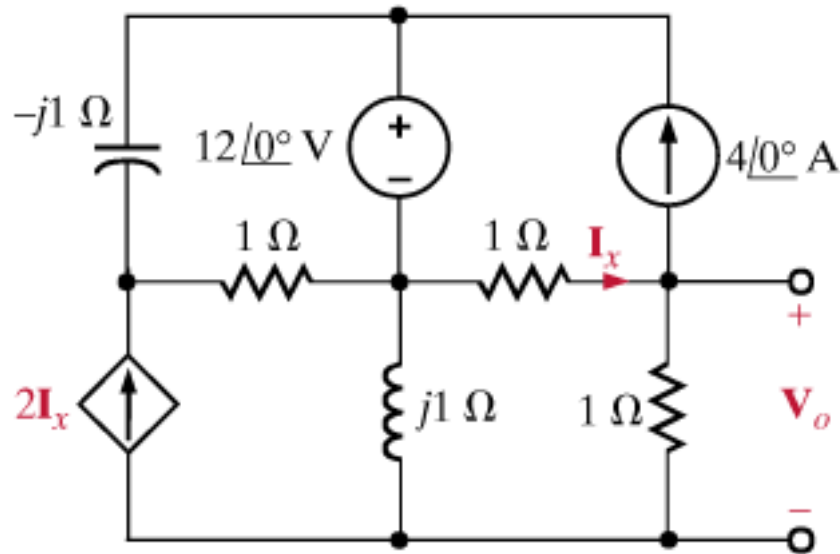
$$V_0 = -\frac{8+4j}{1+2j} = 4 \angle 143.13^\circ$$

Uygun referans düğümü seçin

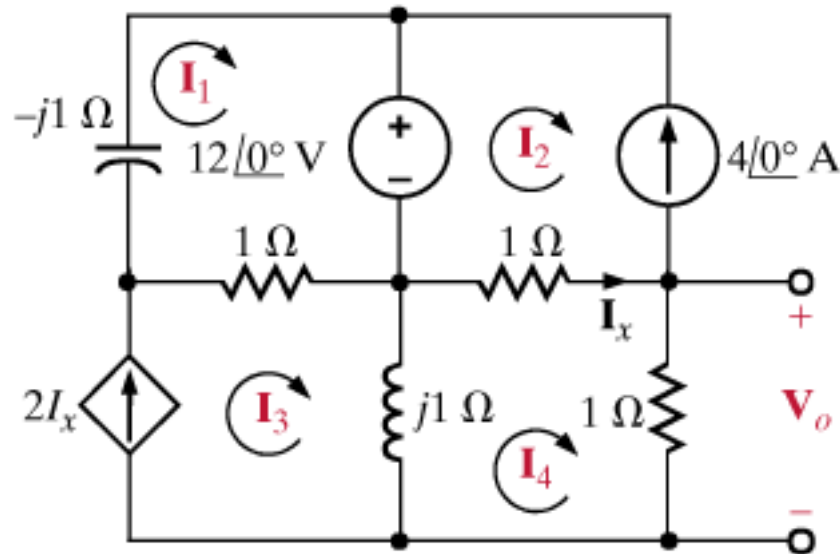
Bağımlı Kaynak İçeren Devrelerde AC Kalıcı Durum Analizi

Çevre Akımlar Analizi

ÖRNEK: ÇEVRE ANALİZİ İLE V_o 'İ BULUN



ÇEVRE AKIMLARI BELİRLENİR



KAYNAKLAR TARAFINDAN BELİRLENEN ÇEVRE AKIMLARI

$$I_2 = -4 \angle 0^\circ$$

$$I_3 = 2I_x$$

$$\Rightarrow I_3 = 2(I_4 + 4)$$

ÇEVRE 1:

$$-jI_1 + 12 \angle 0^\circ + 1(I_1 - I_3) = 0$$

ÇEVRE 4:

$$1(I_4 - I_2) + 1 \times I_4 + j(I_4 - I_3) = 0$$

$$I_x = I_4 - I_2$$

$$V_o = 1 \times I_4 (\text{V})$$

$$I_4 + 4 + I_4 + j(I_4 - 2(I_4 + 4)) = 0$$

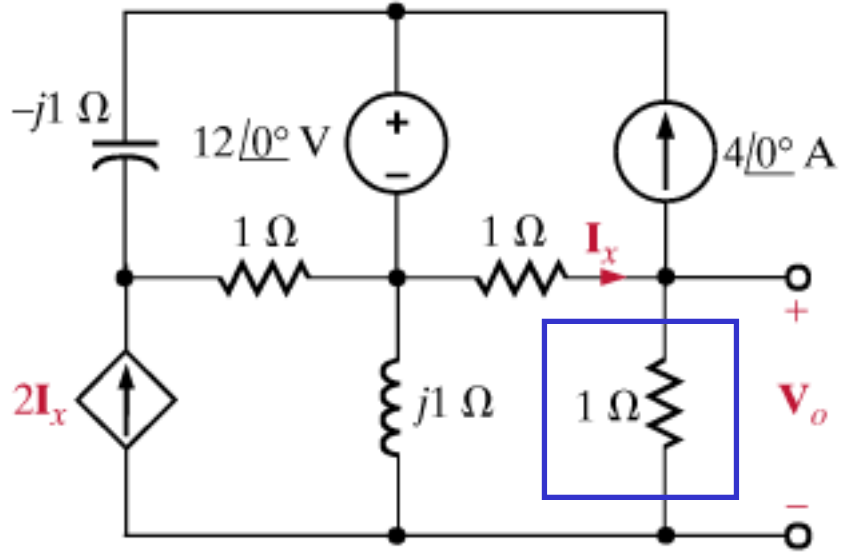
$$(2 - j)I_4 = -(4 - 8j) \Rightarrow I_4 = -\frac{4 - 8j}{2 - j} \times \frac{j}{j}$$

$$V_o = -\frac{(8 + 4j)}{1 + 2j} = 4 \angle 143,13$$

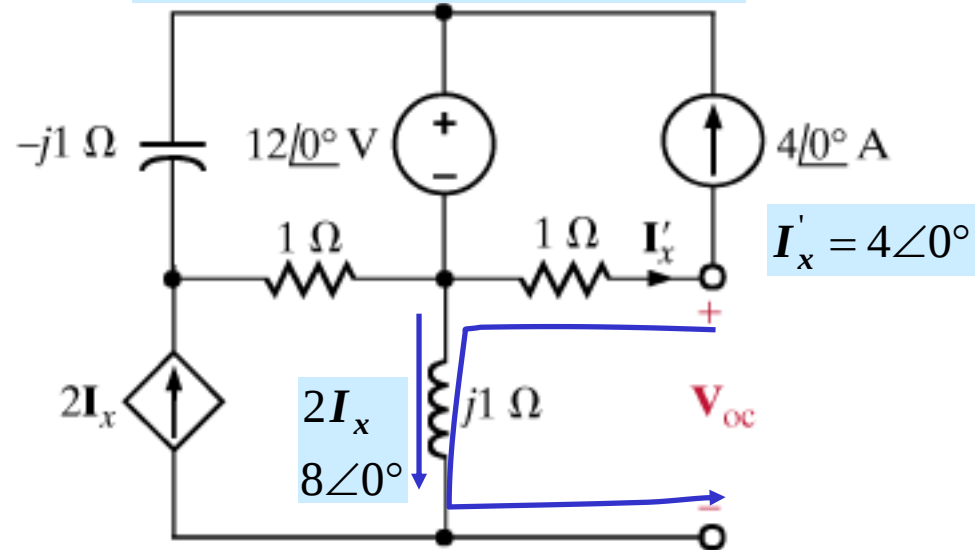
Bağımlı Kaynak İçeren Devrelerde AC Kalıcı Durum Analizi

Thevenin Analizi

ÖRNEK: V_o gerilimini Thevenin analiziyle bulunuz



AÇIK DEVRE GERİLİMİ İÇİN;

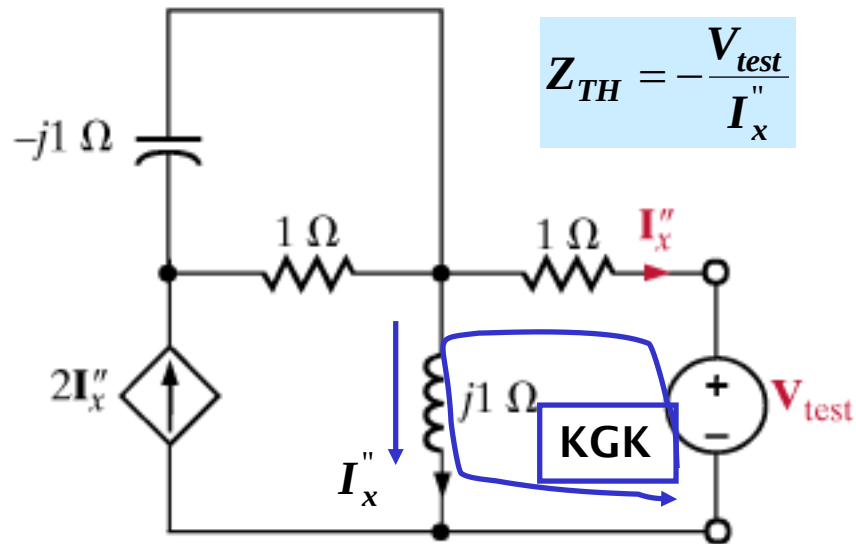


$$V_{oc} = -4 + 8j(\text{V})$$

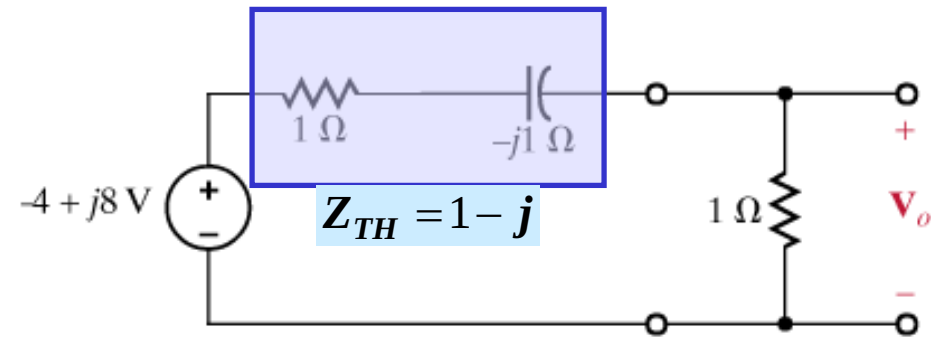
ÖRNEK devam: V_0 gerilimini Thevenin analiziyle bulunuz

Thevenin Empedansını hesaplamamanın diğer yolu:

1. Bağımsız kaynakları sıfır yap
2. Harici bir kaynak bağla



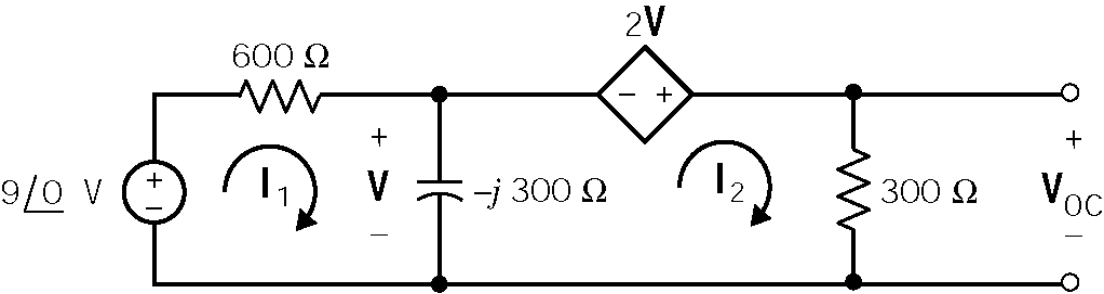
$$V_{test} = -I_x'' + jI_x'' \Rightarrow Z_{TH} = 1 - j(\Omega)$$



$$V_0 = \frac{1}{2 - j}(-4 + j8)(\text{V})$$

$$V_0 = 4 \angle 143,13^\circ \text{ V}$$

Örnek-2. a-b uçlarına göre Thevenin eşdeğerini bulunuz



$$\mathbf{V} = -j300 (\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2)$$

$$600 \mathbf{I}_1 - j300 (\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = 9$$

$$-2 \mathbf{V} + 300 \mathbf{I}_2 - j300 (\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1) = 0$$

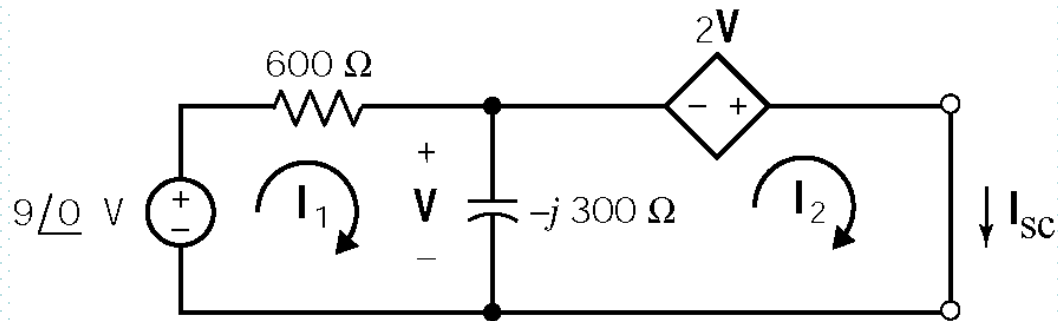
$$(600 - j300) \mathbf{I}_1 + j300 \mathbf{I}_2 = 9 \angle 0^\circ$$

$$j3 \mathbf{I}_1 + (1 - j3) \mathbf{I}_2 = 0$$

$$\mathbf{I}_2 = 0.0124 \angle -16^\circ \text{ A}$$

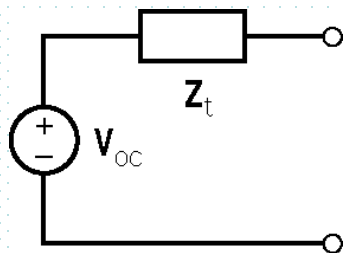
$$\mathbf{V}_{oc} = 300 \mathbf{I}_2 = 3.71 \angle -16^\circ \text{ V}$$

Örnek-2. (devam)

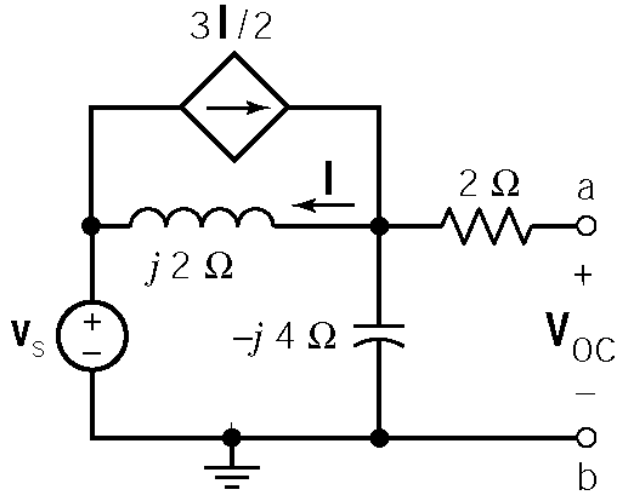


$$-2V - V = 0 \Rightarrow V = 0 \Rightarrow I_{sc} = \frac{9\angle 0^\circ}{600} = 0.015\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$Z_T = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{3.71 \angle -16^\circ}{0.015\angle 0^\circ} = 247 \angle -16^\circ \Omega$$



Örnek-3. a-b uçlarına göre Thevenin eşdeğerini bulunuz

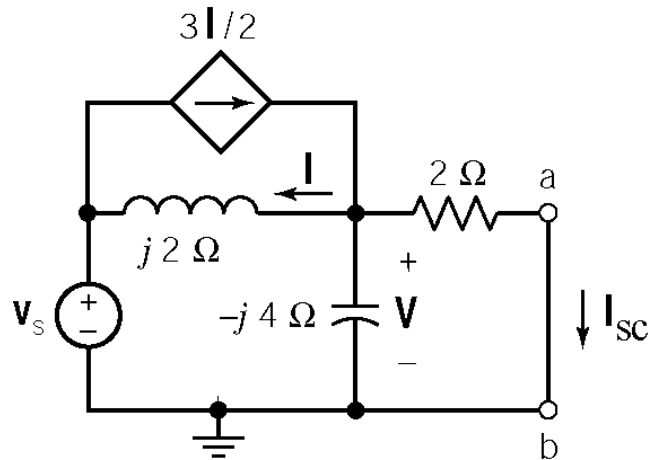


$$V_s = 10\angle 53^\circ = 6 + j8 \text{ V}$$

$$\frac{V_{oc}}{-j4} + \frac{V_{oc} - (6 + j8)}{j2} - \frac{3}{2} \left(\frac{V_{oc} - (6 + j8)}{j2} \right) = 0$$

$$V_{oc} = 3 + j4 = 5\angle 53.1^\circ \text{ V}$$

Örnek-3. (devam)



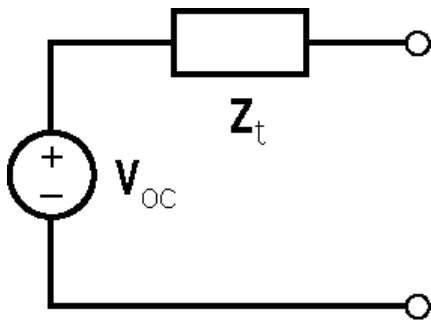
$$\mathbf{V}_s = 10\angle 53^\circ = 6 + j8\ \text{V}$$

$$\frac{\mathbf{V}}{2} + \frac{\mathbf{V}}{-j4} + \frac{\mathbf{V} - (6 + j8)}{j2} - \frac{3}{2} \left[\frac{\mathbf{V} - (6 + j8)}{j2} \right] = 0$$

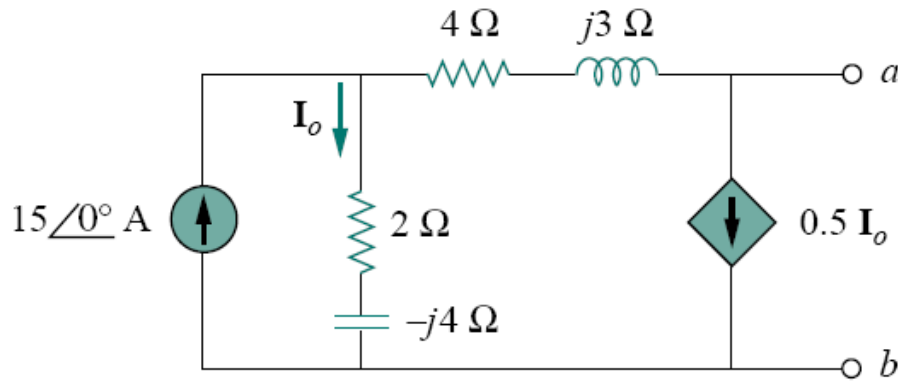
$$\mathbf{V} = \frac{3 + j4}{1 - j}$$

$$\mathbf{I}_{sc} = \frac{\mathbf{V}}{2} = \frac{3 + j4}{2 - j2}$$

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{V}_{oc}}{\mathbf{I}_{sc}} = 3 + j4 \left(\frac{2 - j2}{3 + j4} \right) = 2 - j2\ \Omega$$



Örnek-4 Verilen devrenin a-b uçlarına göre Thevenin Eşdeğerini elde ediniz

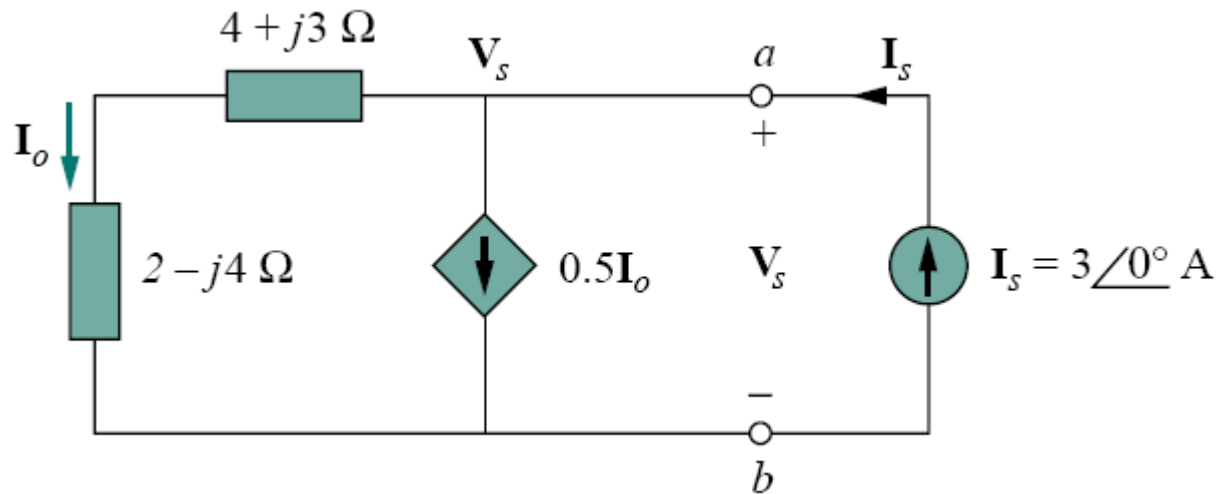


$$15 = \mathbf{I}_o + 0.5\mathbf{I}_o \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_o = 10 \text{ A}$$

$$-\mathbf{I}_o(2 - j4) + 0.5\mathbf{I}_o(4 + j3) + \mathbf{V}_{Th} = 0$$

$$\mathbf{V}_{Th} = 10(2 - j4) - 5(4 + j3) = -j55$$

$$\mathbf{V}_{Th} = 55 \angle -90^\circ \text{ V}$$



$$3 = I_o + 0.5I_o \quad \Rightarrow \quad I_o = 2 \text{ A}$$

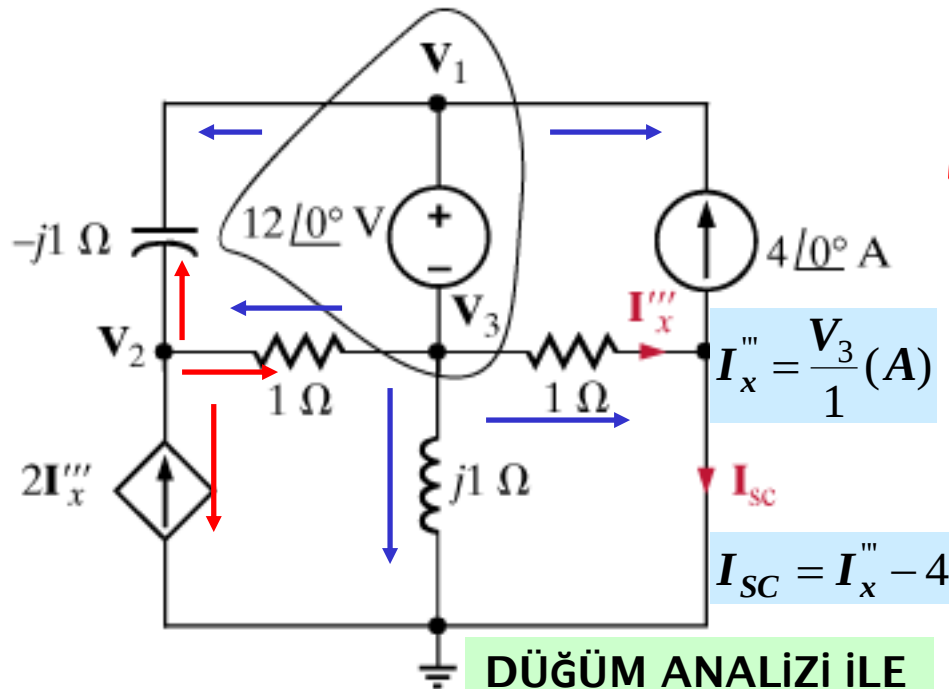
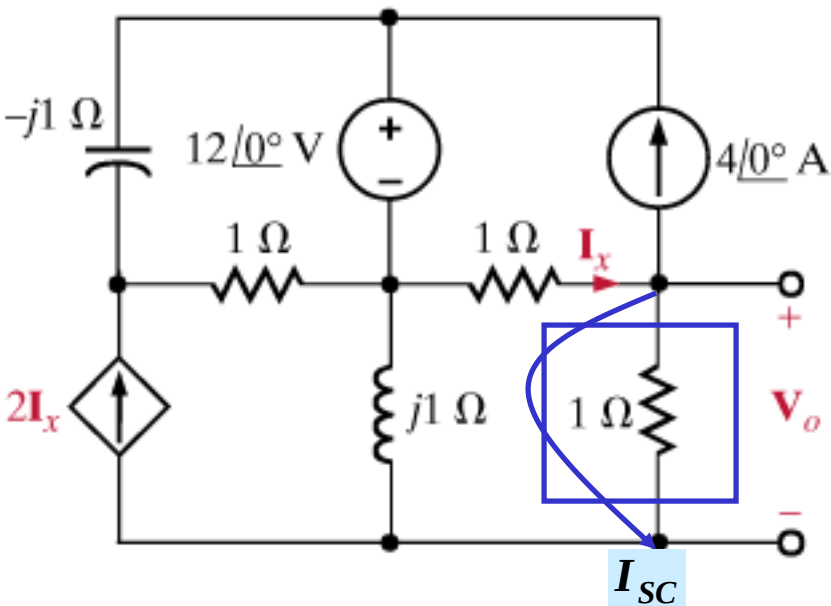
$$V_s = I_o(4 + j3 + 2 - j4) = 2(6 - j)$$

$$Z_{\text{Th}} = \frac{V_s}{I_s} = \frac{2(6 - j)}{3} = 4 - j0.6667 \, \Omega$$

Bağımlı Kaynak İçeren Devrelerde AC Kalıcı Durum Analizi

Norton Analizi

ÖRNEK: V_0 'ı Norton analiziyle bulunuz



Superdugum den;

$$\mathbf{V_1 - V_3 = 12\angle 0^\circ \Rightarrow V_1 = V_3 + 12}$$

KAK (Superdugum)

$$\frac{V_3}{1} + \frac{V_3}{j} + \frac{V_3 - V_2}{1} + \frac{V_1 - V_2}{-j} - 4\angle 0^\circ = 0 \quad / \times j$$

$$\text{KAK (V}_2\text{): } -2I_x''' + \frac{V_2 - V_3}{1} + \frac{V_2 - V_1}{-j} = 0 \quad / \times (-j)$$

$$I_x''' = \frac{V_3}{1}$$

$$2jV_3 - j(V_2 - V_3) + (V_2 - V_3 - 12) = 0$$

$$(1 - j)V_2 - (1 - 3j)V_3 = 12$$

$$(1 + j)V_3 + jV_3 - jV_2 - (V_3 + 12) + V_2 = 4j$$

$$(1 - j)V_2 + 2jV_3 = 12 + 4j$$

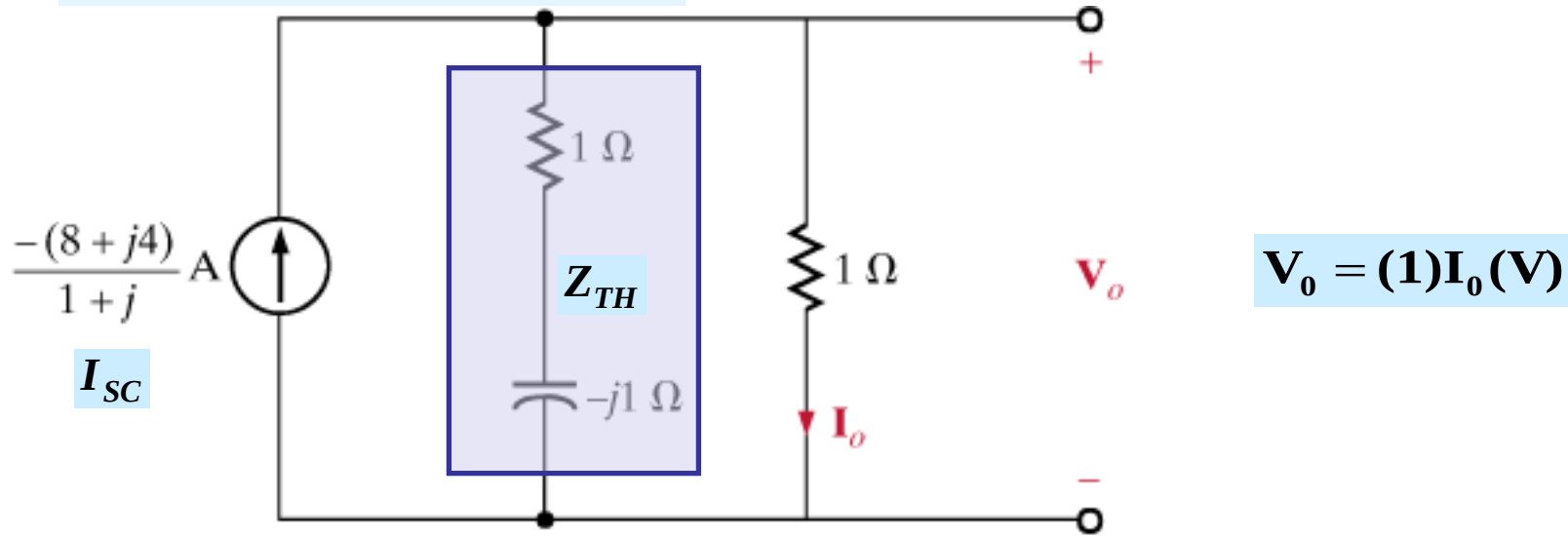
$$(1 - j)V_3 = 4j \Rightarrow V_3 = \frac{4j}{1 - j} \Rightarrow I_{sc} = \frac{-4 + 8j}{1 - j}$$

$$I_{sc} = \frac{(-4 + 8j)j}{(1 - j)j} = -\frac{8 + 4j}{1 + j}$$

şimdi Norton Eşdeğer Devresini çizebiliriz ...

ÖRNEK -devam: V_0 'ı Norton analiziyle bulunuz

NORTON EŞDEĞER DEVRESİ



Akım Bölüşümü ile

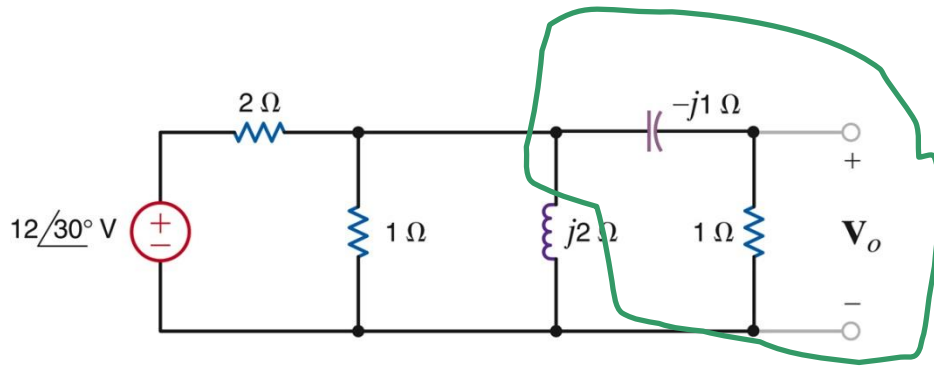
$$I_0 = \frac{1-j}{2-j} \left(-\frac{(8+4j)}{1+j} \right) (\text{A})$$

$$V_0 = (1)I_0(\text{V}) = \frac{1-j}{2-j} \left(-\frac{(8+4j)}{1+j} \right) (\text{V})$$

$$V_0 = 4 \angle 143,13^\circ \text{ Volt}$$

ÇALIŞMA SORULARI

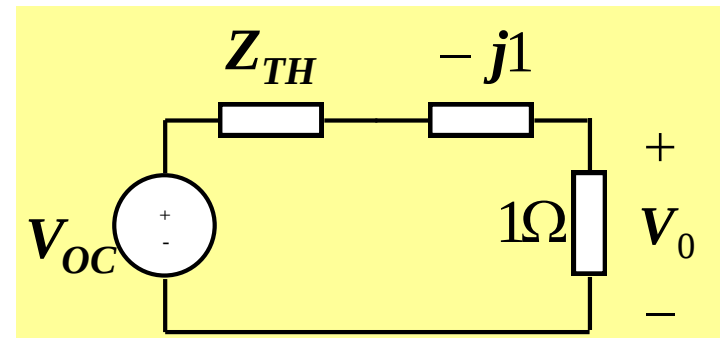
V_0 'ı Thevenin analiziyle bulunuz



$$Z_{TH} = 2 \parallel 1 \parallel j2 = \frac{4j/3}{2/3 + j2} = \frac{4j}{2 + 6j} = \frac{4j(2 - 6j)}{40}$$

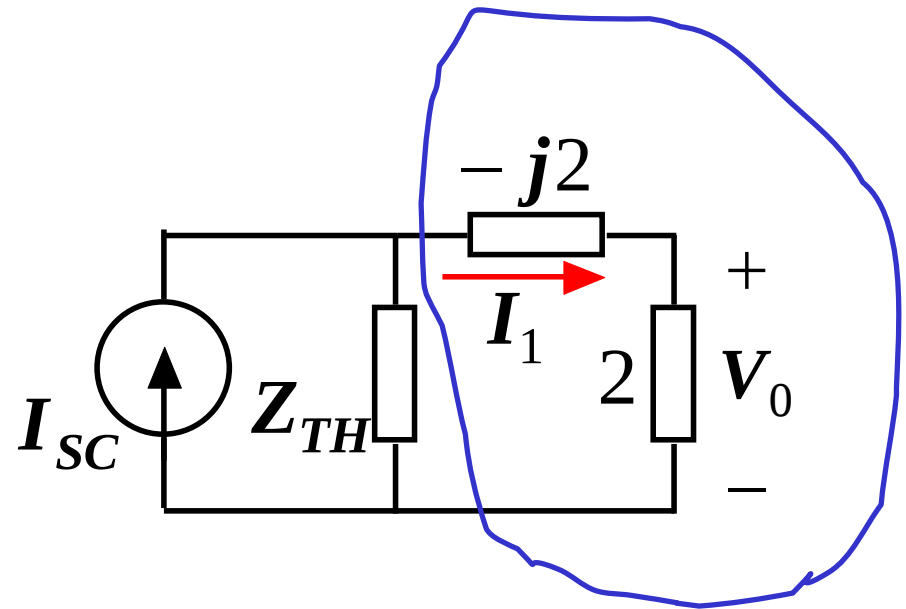
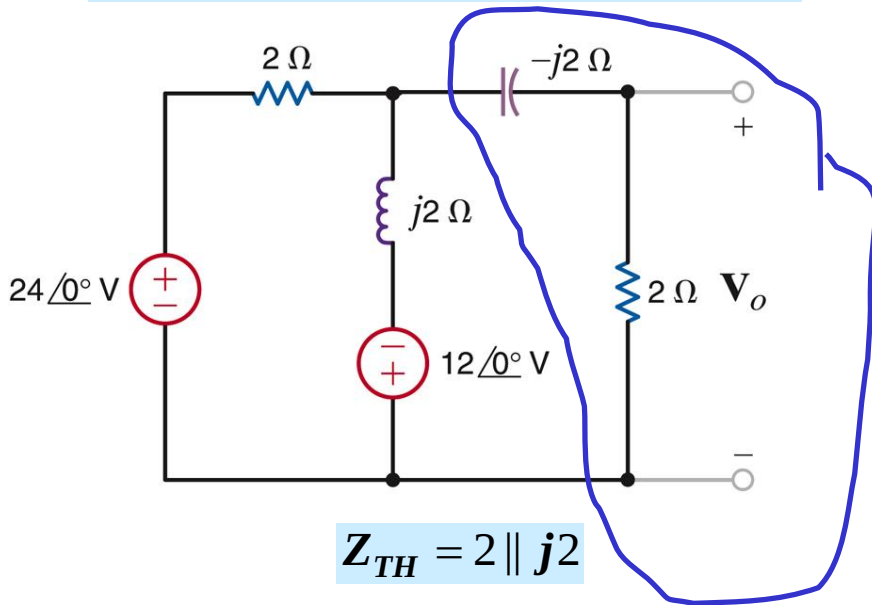
$$V_{OC} = \frac{1 \parallel j2}{2 + (1 \parallel j2)} 12 \angle 30^\circ = \frac{j2}{2(1 + 2j) + 2j} 12 \angle 30^\circ$$

$$V_{OC} = \frac{24 \angle 120^\circ}{2 + 6j} = \frac{12 \angle 120^\circ}{1 + 3j}$$



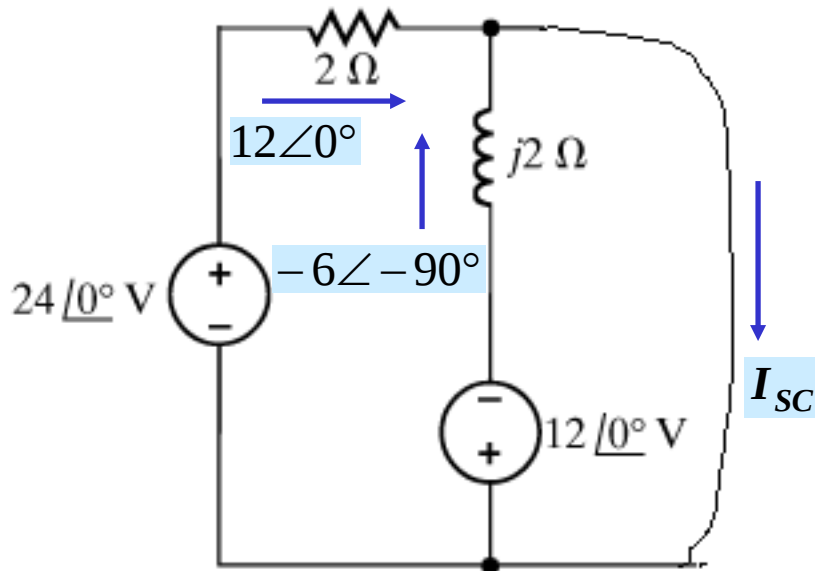
$$V_0 = \frac{1}{Z_{TH} + 1 - j} V_{OC}$$

V_o 'ı Norton analiziyle bulunuz



$$I_1 = \frac{Z_{TH}}{Z_{TH} + 2 - 2j} I_{sc}$$

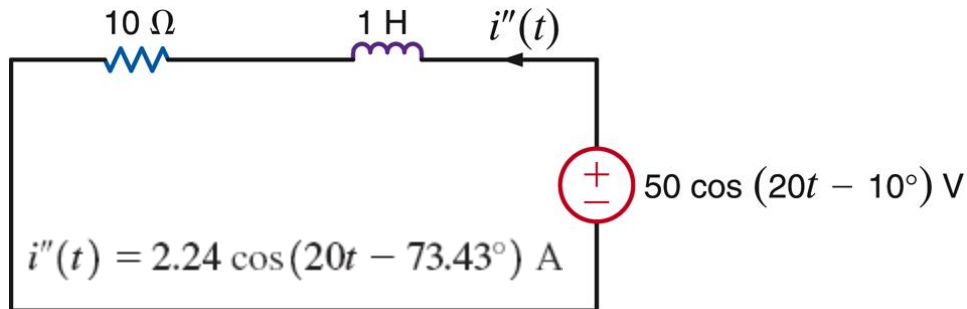
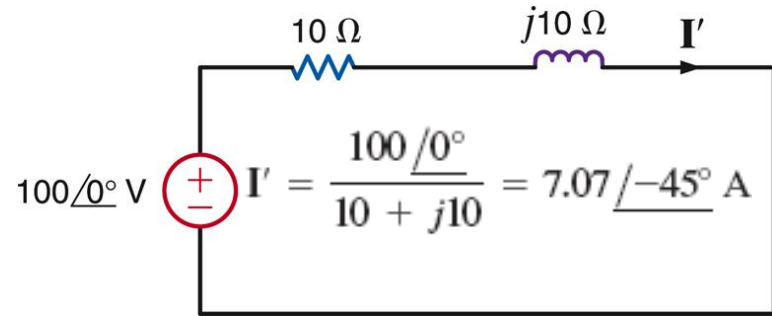
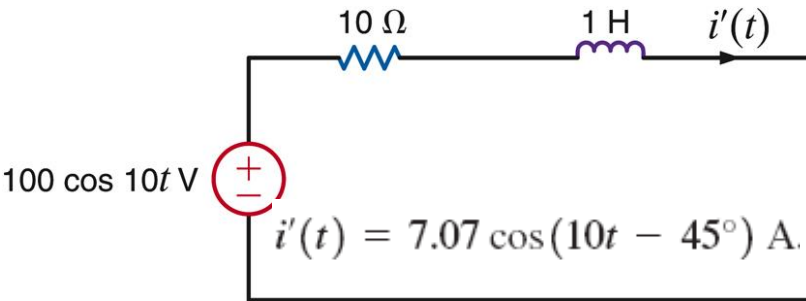
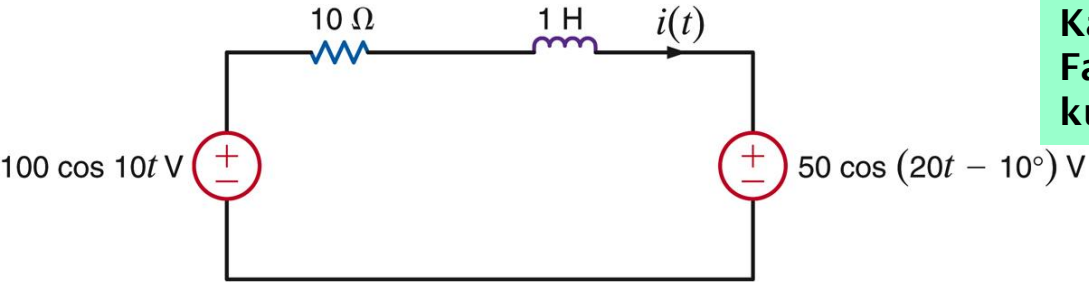
$$V_o = 2I_1$$



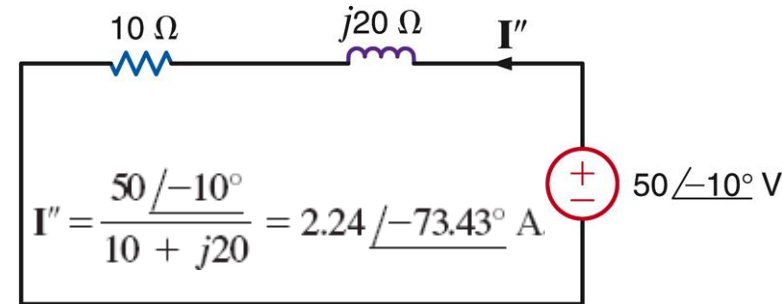
Çalışma Sorusu

Kalıcı durumda $i(t)$ akımını bulun

Kaynaklar farklı frekanslara sahiptir!
Fazör analizi için Kaynak Süperpozisyonu
kullanılmak zorundadır



Frekans düzlemi



Kaynak 2: FREKANS 20r/s

$$i'(t) - i''(t) = 7.07 \cos(10t - 45^\circ) - 2.24 \cos(20t - 73.43^\circ) \text{ A}$$

Süperpozisyon prensibi