

MANYETİK BAĞLI DEVRELER

ÖĞRENME HEDEFLERİ

Ortak (Karşılıklı) indüktans

Ortak bir manyetik alanı paylaşan indüktörlerin davranışı

Enerji Analizi

Ortak indüktanslı devrelerde depolanan toplam enerjiyi belirleme

ideal transformatör

Gerilimi ve/veya akım seviyelerini değiştirmek için kullanılan cihaz modelleme bileşenleri

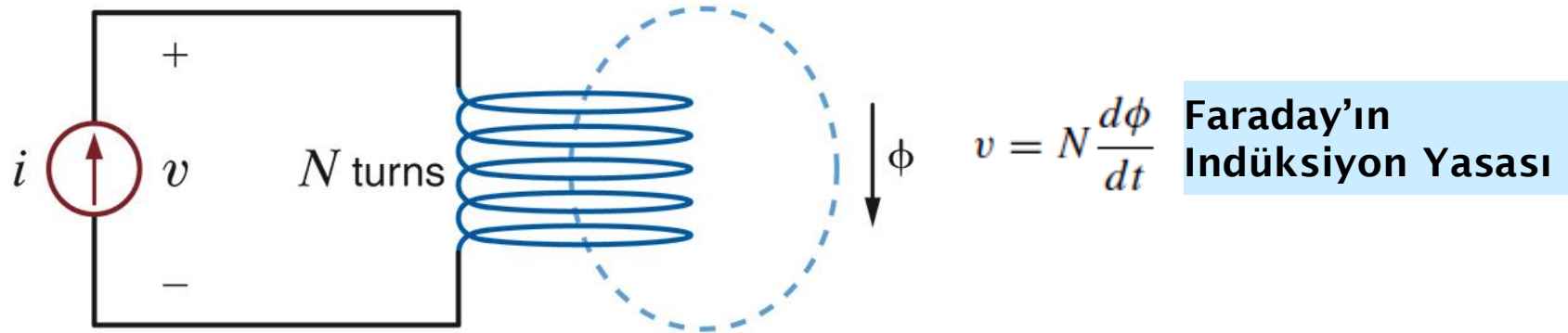
Güvenlik Hususları

Transformatörlü devrelerin güvenli çalışması için önemli konular

TEMEL KAVRAMLAR (hatırlatma)

Önce, N sarımlı bir sargı düşünelim (tek bir indüktör). Bu sargıdan i akımı aktığında, etrafında bir manyetik akı ϕ üretilir

Faraday yasasına göre, sargıda indüklenen gerilim v ; sarım sayısı N ve manyetik akı ϕ 'nin zamana göre değişim oranı ile orantılıdır



Manyetik akı ϕ , i akımı tarafından üretilir, böylece ϕ 'deki herhangi bir değişiklik akımdaki bir değişikliğin sonucudur.

$$v = N \frac{d\phi}{di} \frac{di}{dt}$$

$$v = L \frac{di}{dt}$$

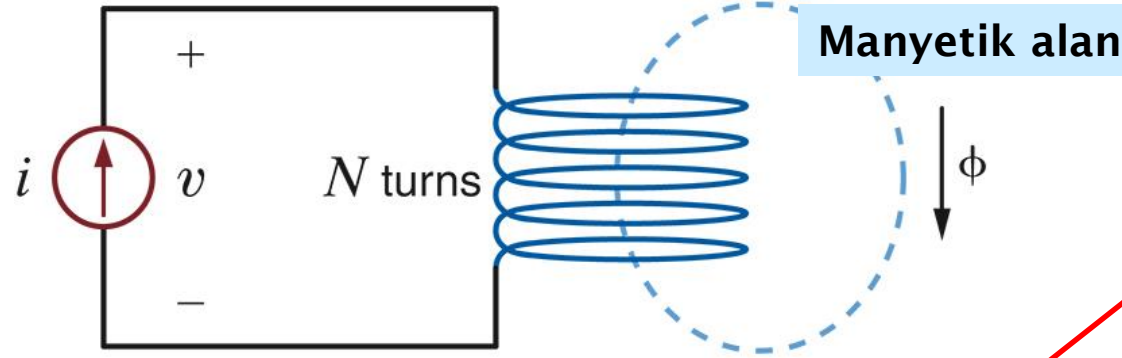
Bu indüktör için gerilim akım ilişkisidir

Denklemlere göre, indüktörün indüktansı L ;

$$L = N \frac{d\phi}{di}$$

Bu indüktansa öz indüktans denir, çünkü bir sargıda indüklenen gerilim aynı sargıda zamanla değişen bir akım ile ilişkilidir.

TEMEL KAVRAMLAR (özet)



$$\lambda = N\phi$$

N-sarımlı sargıda toplam manyetik akı

$$\lambda = Li$$

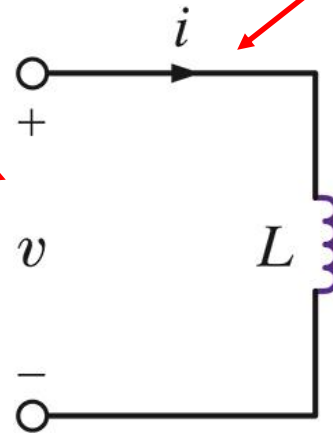
Amper Yasası (Lineer model)

$$\lambda = Li = N\phi$$

$$\phi = \frac{L}{N} i$$

$$v = \frac{d\lambda}{dt}$$

Faraday'ın İndüksiyon Yasası



$$v = L \frac{di}{dt}$$

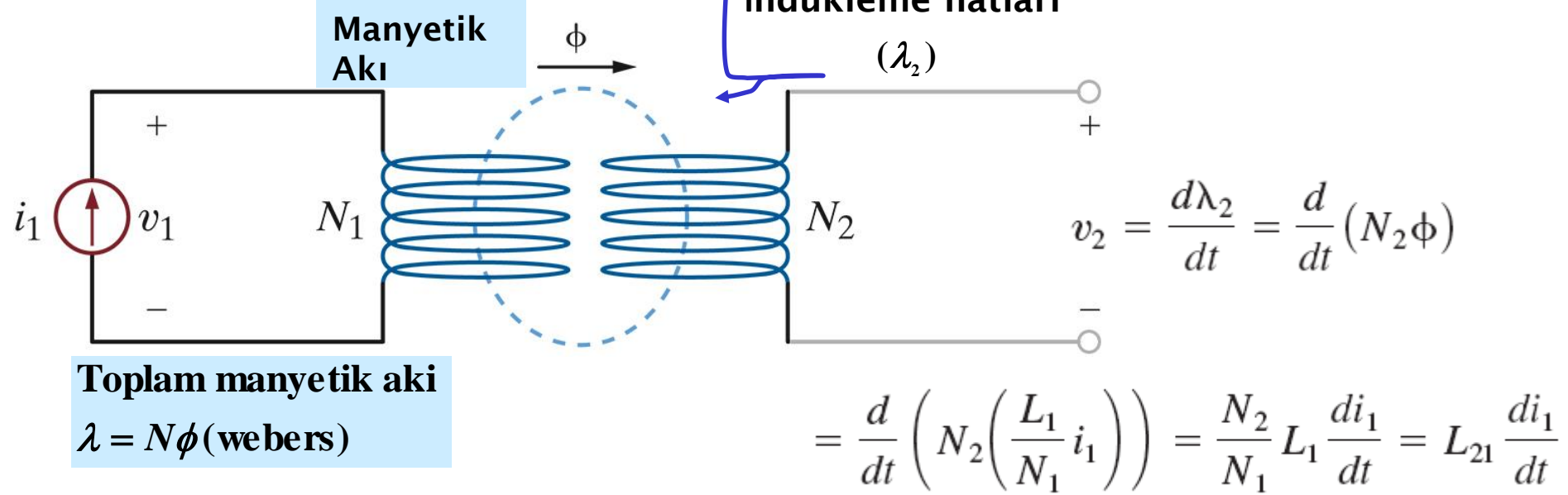
Sabit L ve lineer model kabul edildiğinde!

İdeal İndüktör

ORTAK İNDÜKTANS

İndüksiyon Kanunlarına Genel Bir Bakış

ikinci sargıda
indükleme hatları
(λ_2)



Eğer toplam manyetik akı sargıdan geçen akımla meydana gelirse ...

$$\lambda = Li \quad (\text{Amper Kanunu})$$

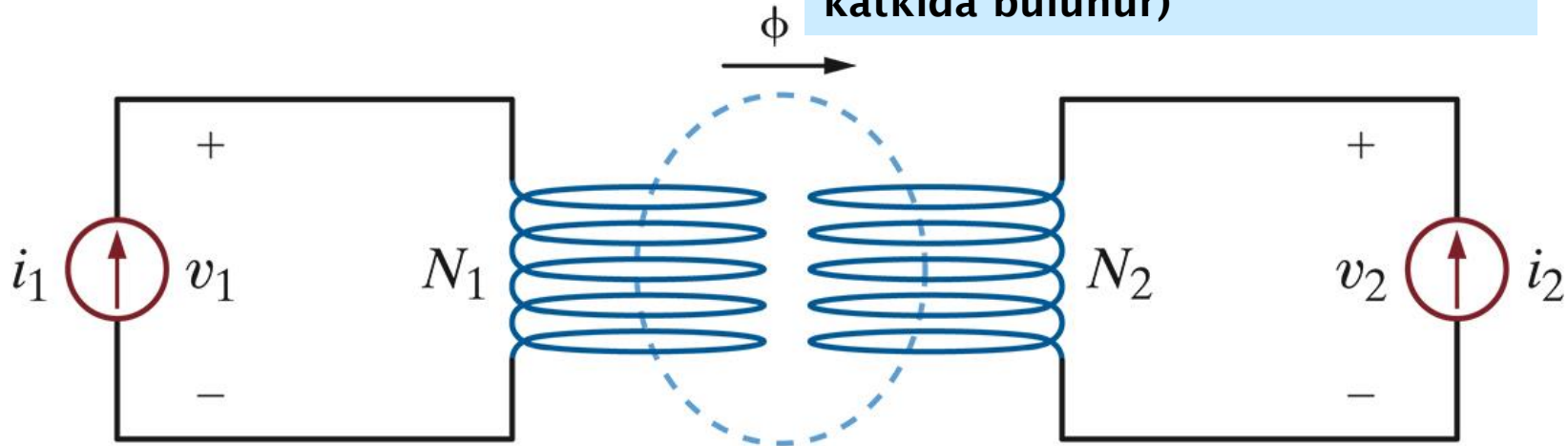
Elemanın uçlarında meydana gelen gerilim

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (\text{Faraday'ın indüksiyon kanunu})$$

Ortak indüktans etkisine sahiptir.

İKİ SARGILI SİSTEM

(her iki akım da manyetik akıya katkıda bulunur)



$$\lambda_1 = L_1 i_1 + L_{12} i_2$$

$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_2 i_2$$

$$v_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$v_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

Öz indükleme

Ortak indükleme

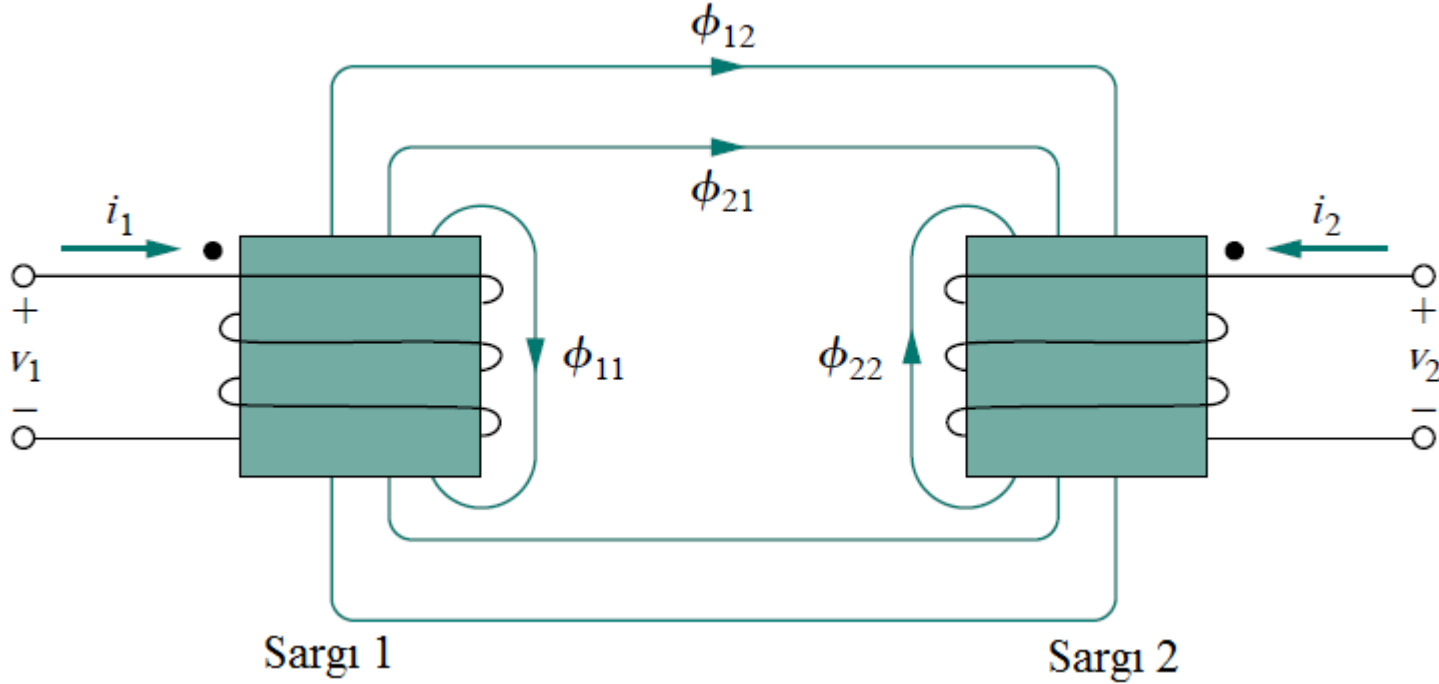
$$L_{12} = L_{21} = M$$

Linear model gösterimi basitleştirir

Ortak indüktans, bir indüktörün komşu bir indüktörde gerilim oluşturabilme yeteneğidir ve Henry (H) olarak ölçülür.

FARKLI SARIMLI VE MANYETİK BAĞLI SARGILAR

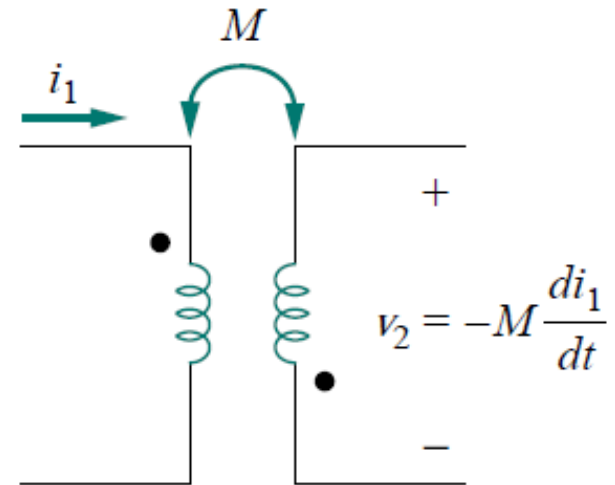
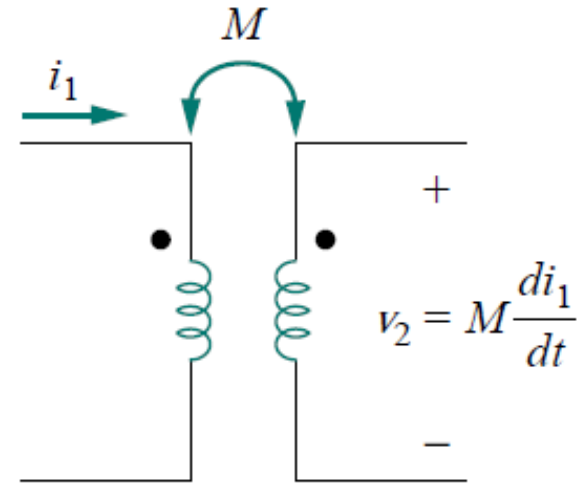
Ortak indüktans M her zaman pozitif bir değer olmasına rağmen, $(M di/dt)$ ' den dolayı oluşan gerilim negatif veya pozitif olabilir.



Manyetik akı yönünü belirtmek için manyetik bağlı sargıların her birinin bir ucuna bir nokta yerleştirilir, eğer akım sargının belirtilen noktalı terminaline giriyorsa

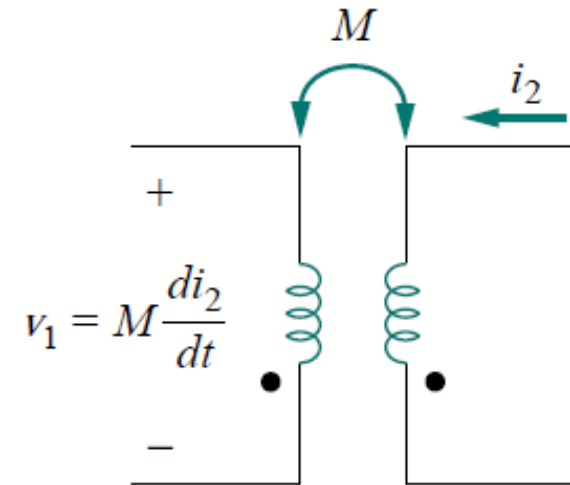
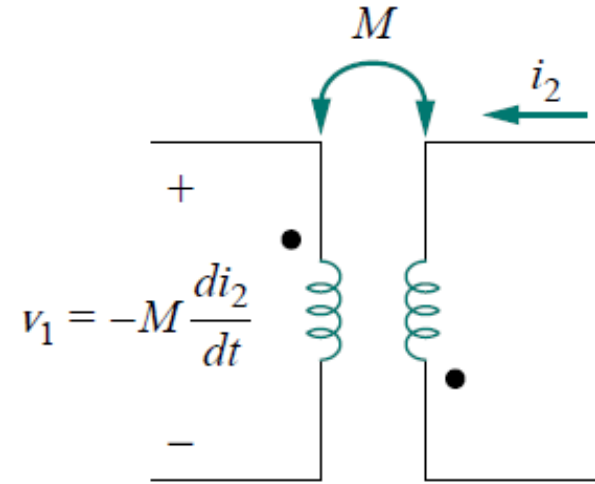
NOKTA KURALI (GÖSTERİMİ)

Bir sargının noktalı terminaline bir akım girerse, ikinci sargıdaki ortak indükleme geriliminin referans kutbu, ikinci sargının noktalı terminalinde pozitiftir.

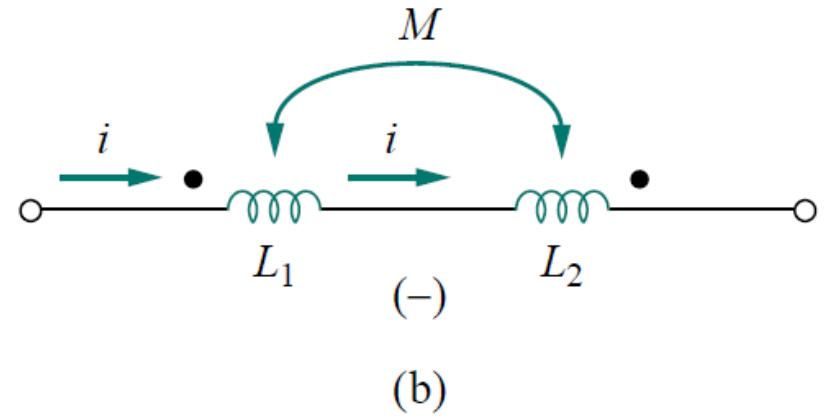
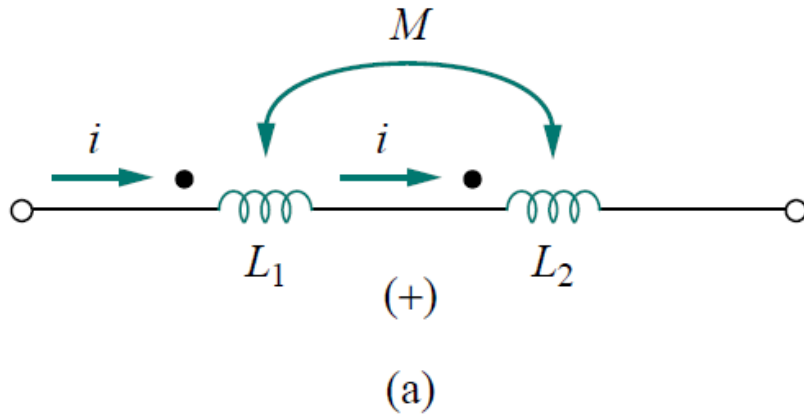


NOKTA KURALI (GÖSTERİMİ)

Bir sargının noktalı terminalinden bir akım ayrılıyorsa, ikinci sargıdaki ortak indükleme geriliminin referans kutbu, ikinci sargının noktalı terminalinde negatiftir.

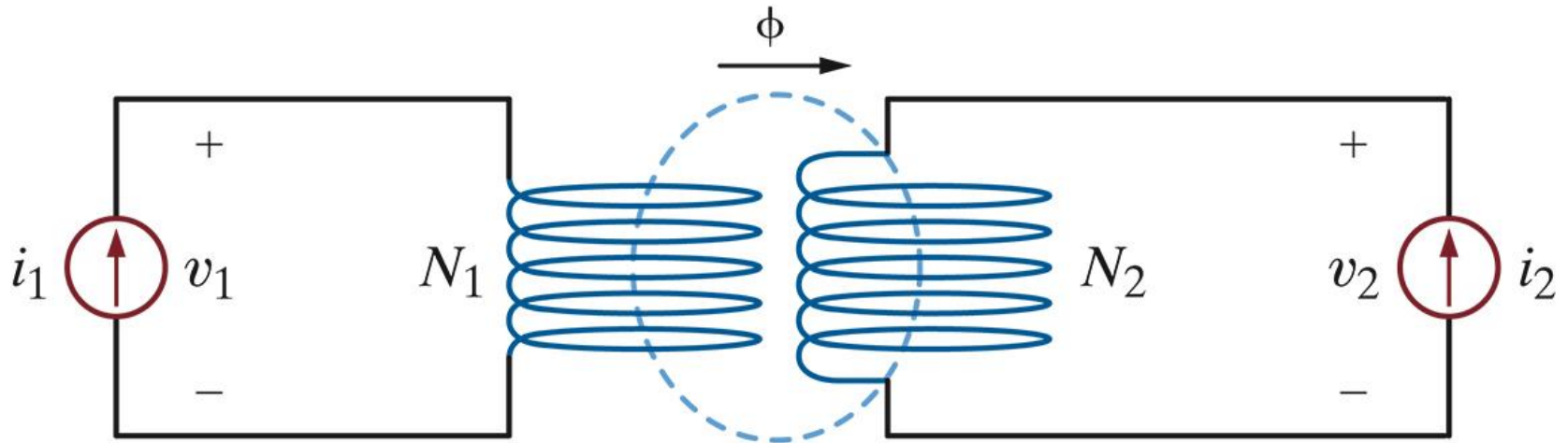


Seri bağlı sargılar için nokta kuralı
(+), (-) işaretler, ortak indükleme geriliminin kutbunu belirtir



(a) seri destek bağlantısı, (b) seri karşıt bağlantı

FARKLI SARIMLI VE MANYETİK BAĞLI SARGILAR



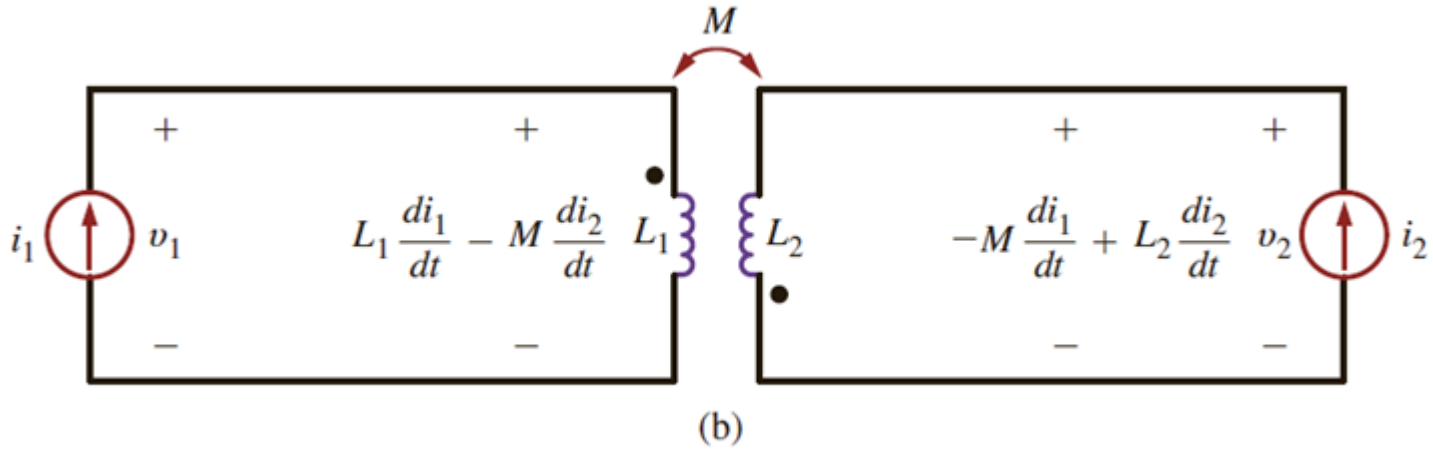
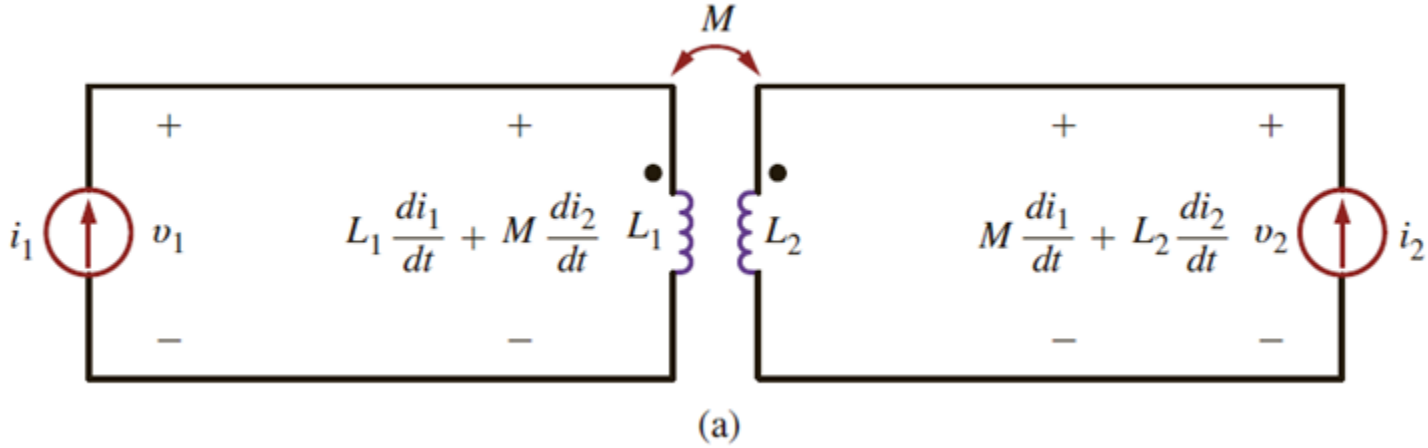
$$\lambda_1 = L_1 i_1 - M i_2$$

$$\lambda_2 = -M i_1 + L_2 i_2$$

$$v_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

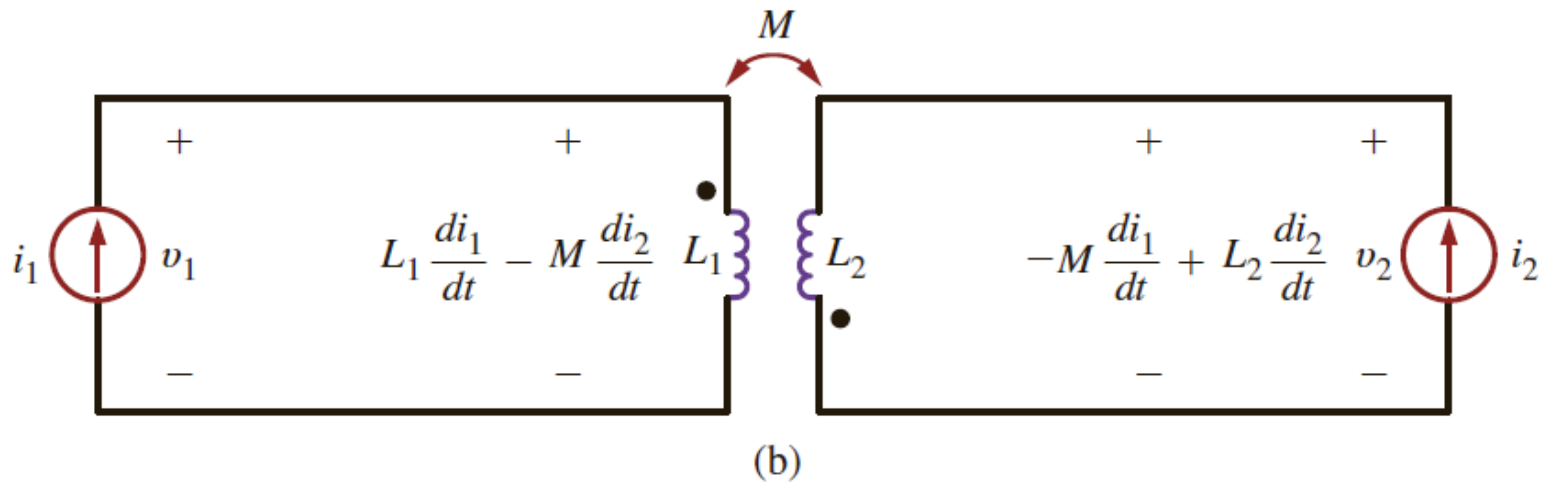
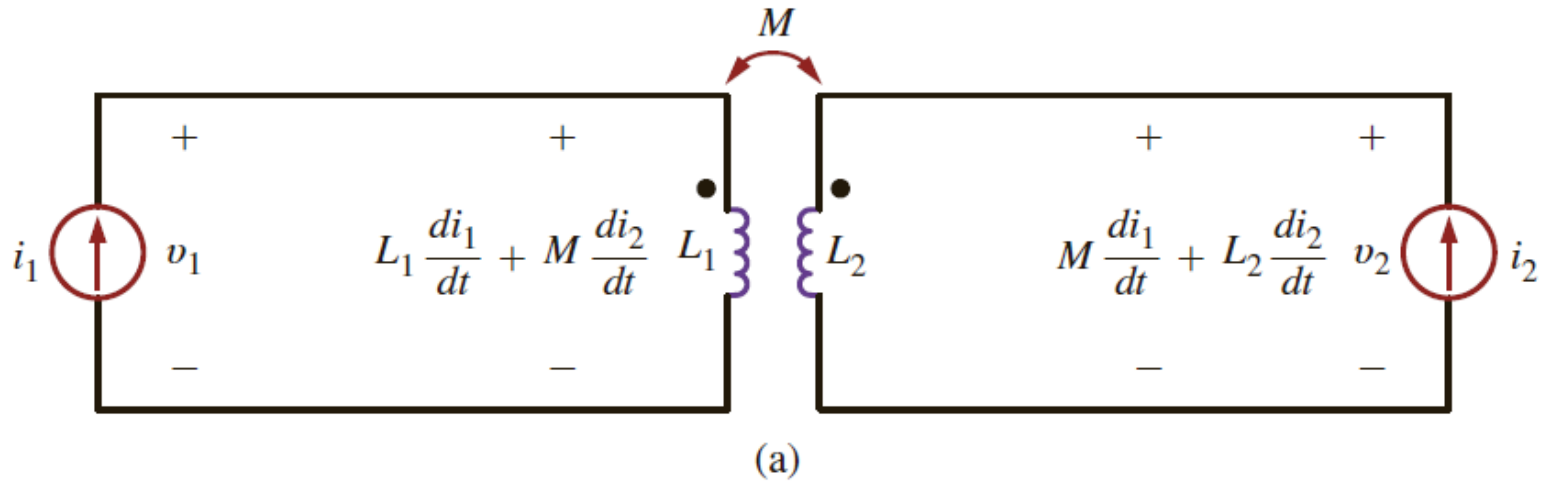
$$v_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = -M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

FARKLI SARIMLI VE MANYETİK BAĞLI SARGILAR



Noktalar her bir manyetik akı tarafından indüklenen gerilimlerin referans kutuplarını işaret eder.

FARKLI SARIMLI VE MANYETİK BAĞLI SARGILAR



GENELLEŞTİRMELER

n tane devrenin etkileşimde olduğunu farz edelim

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}$$

λ_i = devre i 'deki toplam manyetik aki

λ_{ij} = devre j 'nin akimi tarafından devre i 'de oluşturulan toplam manyetik aki

Lineer indüktör modelleri için

$$\lambda_{ij} = L_{ij} i_j$$

L_{ii} = devre i 'nin "self (öz) indüktansı"

$L_{ij} = L_{ji} = i$ ve j devreleri arasındaki ortak indüktans

Özel durum $n=2$

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

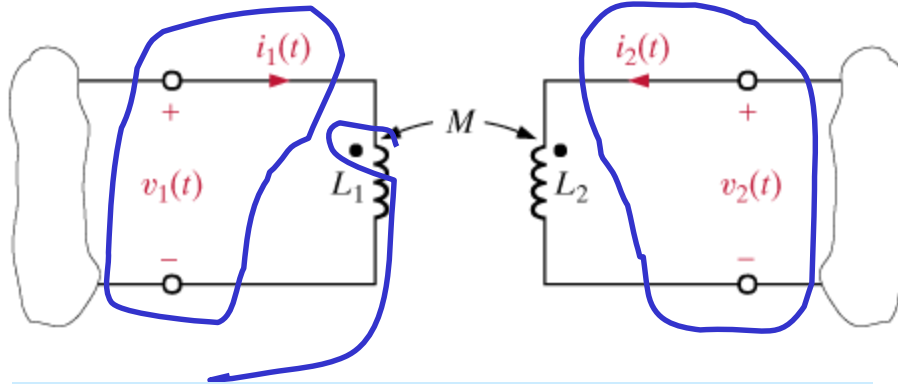
$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2$$

Lineer Model:

$$L_{12} = L_{21}$$

NOKTA KURALI (TEKRAR)

Akımlar ve gerilimler pasif işaret kuralına göre dir.

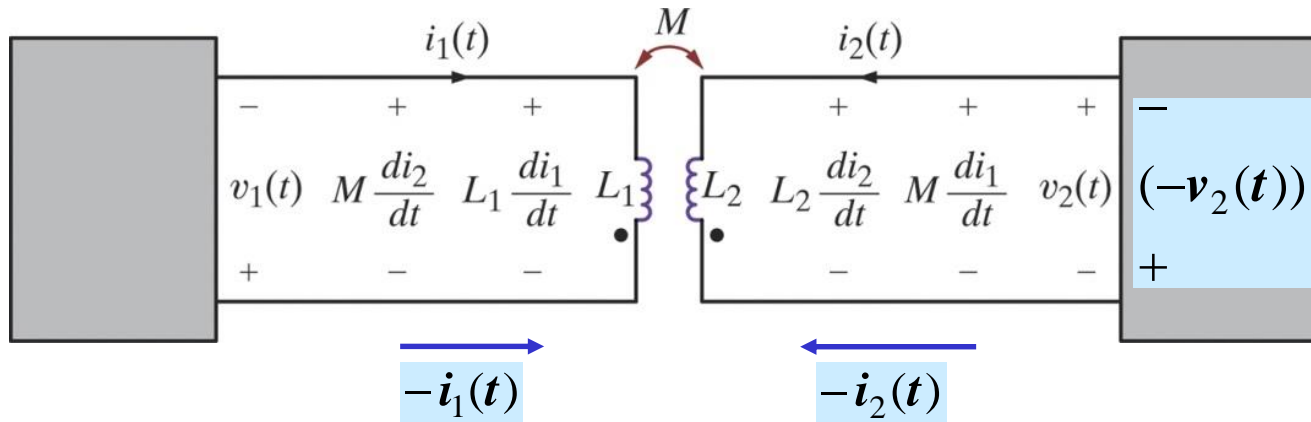


Manyetik akı 2`nin indüklediği gerilim nokta`da (+) potansiyeldedir.

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$v_2(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt}$$

**Diğer durumlarda;
bu temel duruma dönüştürmek için kutupları veya akım yönlerini değiştirin**

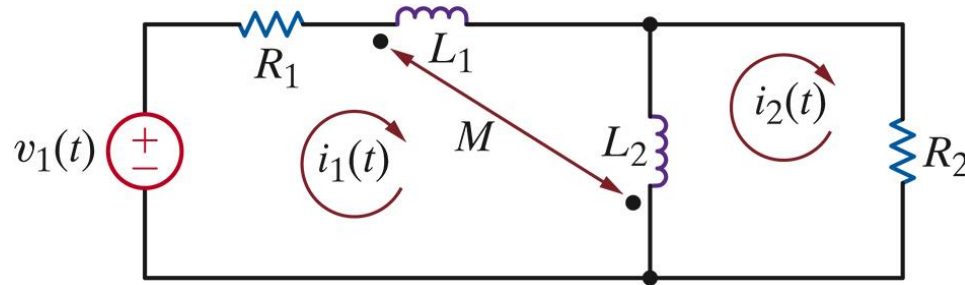


$$v_1(t) = L_1 \left(-\frac{di_1}{dt} \right) + M \left(-\frac{di_2}{dt} \right)$$

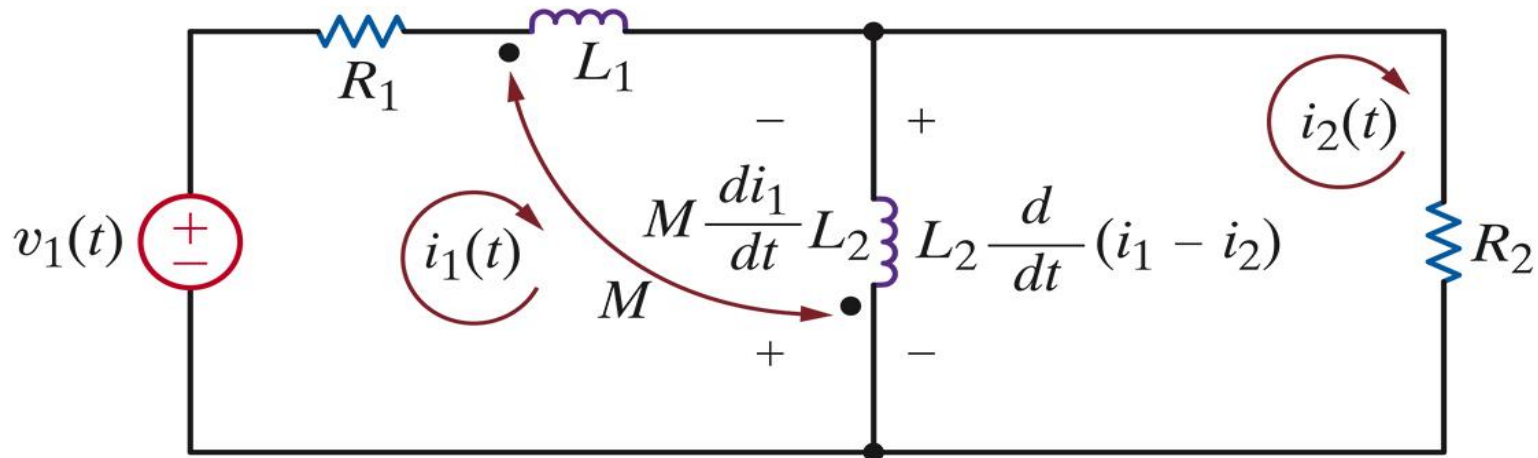
$$-v_2(t) = M \left(-\frac{di_1}{dt} \right) + L_2 \left(-\frac{di_2}{dt} \right)$$

$$v_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

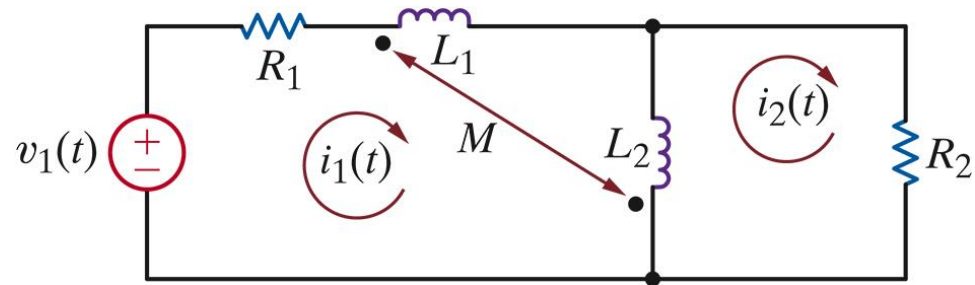
$$v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$



Çevre 1

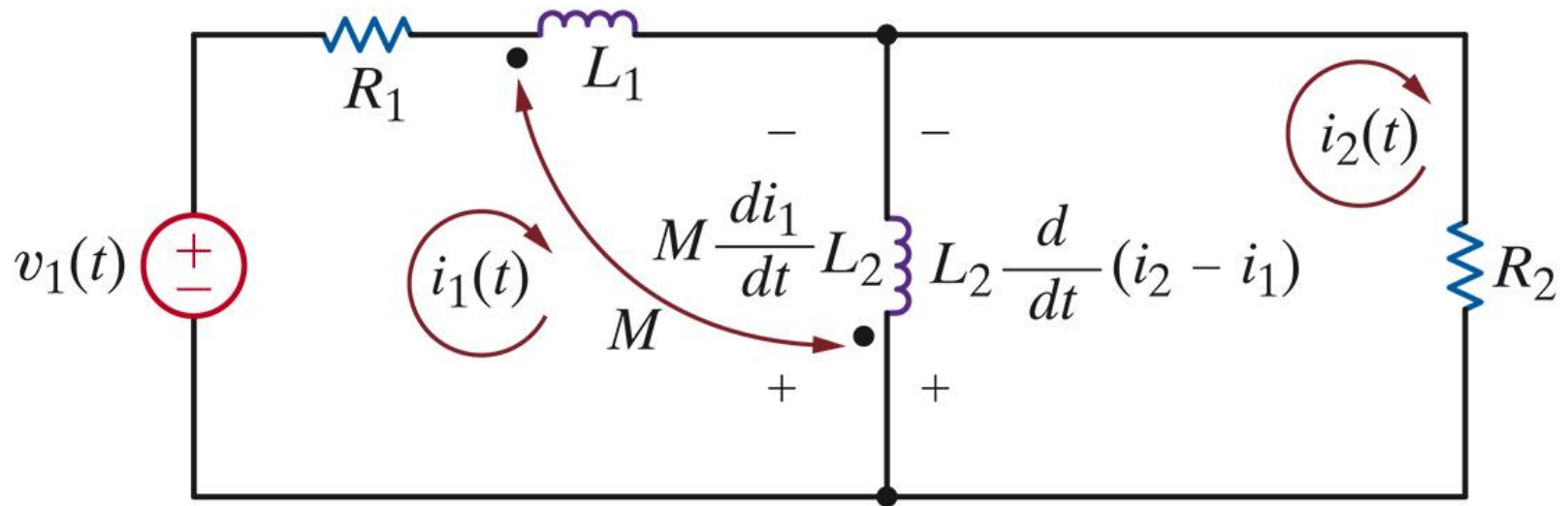


$$v_1(t) = R_1 i_1(t) + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{d}{dt} (i_2 - i_1) + L_2 \frac{d}{dt} (i_1 - i_2) - M \frac{di_1}{dt}$$



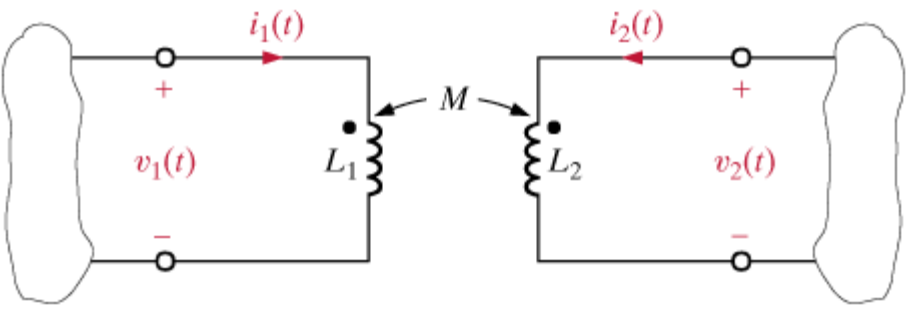
Çevre 2

Gerilim Terimleri



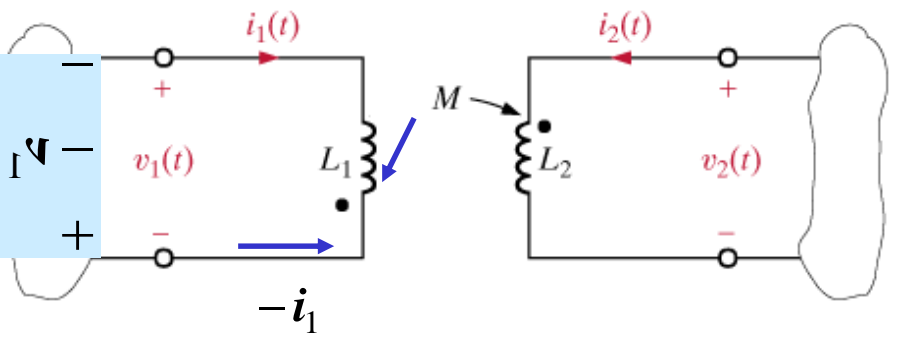
$$R_2 i_2(t) + L_2 \frac{d}{dt}(i_2 - i_1) + M \frac{di_1}{dt} = 0$$

Nokta kuralı ile ilgili değişik örnekler



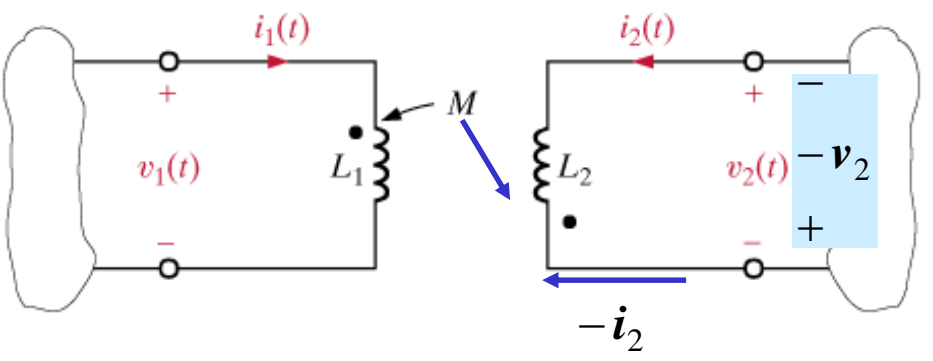
$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt}(t) + M \frac{di_2}{dt}(t)$$

$$v_2(t) = M \frac{di_1}{dt}(t) + L_2 \frac{di_2}{dt}(t)$$



$$-v_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

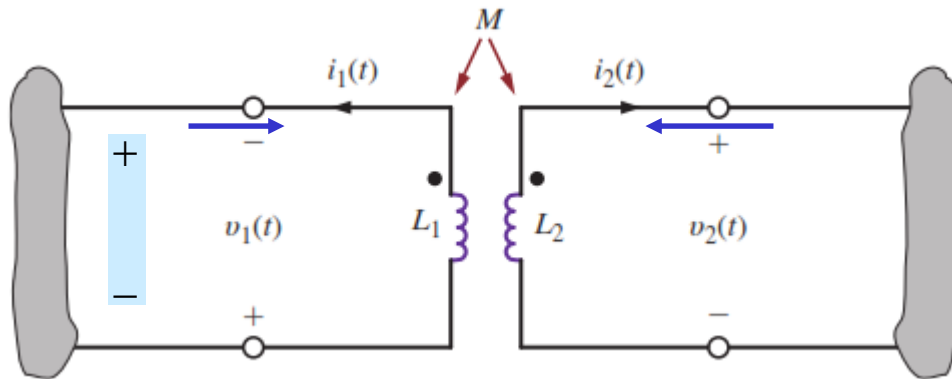
$$v_2 = -M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$



$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$-v_2 = M \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt}$$

Negatif ortak indüktansa eşdeğerdir

ÖRNEK $v_1(t), v_2(t)$ için denklemleri yazın**Temel duruma dönüştürün**

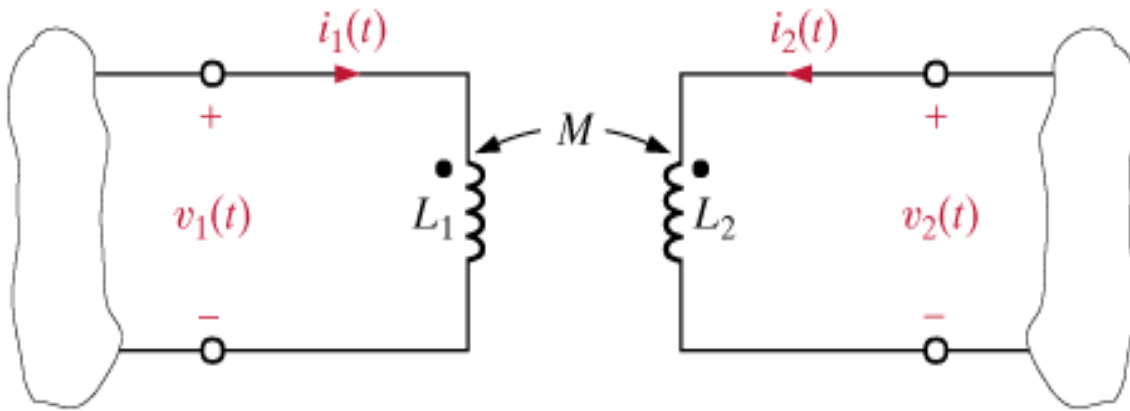
$$-v_1(t) = -L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$v_2(t) = -M \frac{di_1(t)}{dt} - L_2 \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$v_2(t) = -M \frac{di_1(t)}{dt} - L_2 \frac{di_2(t)}{dt}$$

FAZÖRLER VE ORTAK İNDÜKTANS



$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$
$$v_2(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt}$$

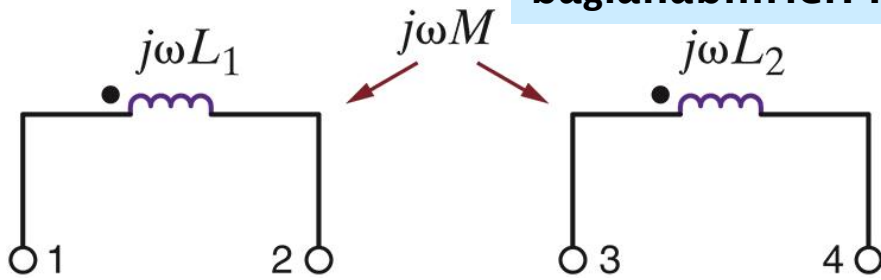
Karmaşık üstel kaynaklar olduğunu farzedelim

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$$
$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$$

Ortak indüktanslı lineer indüktörler için
Fazör Model

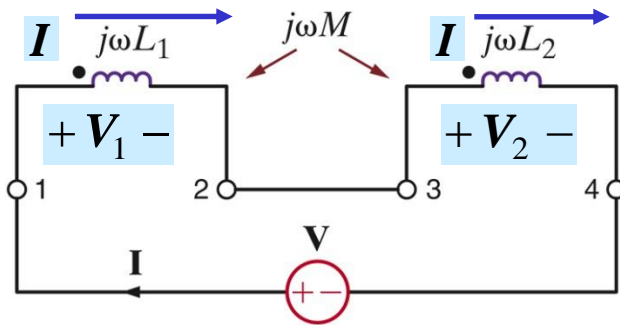
ÖRNEK

Manyetik bağlı indüktörler dört farklı şekilde bağlanabilirler. Her bir durum için modeli belirleyin



DURUM I

Akımlar noktalara yönelmiş



$$V = V_1 + V_2$$

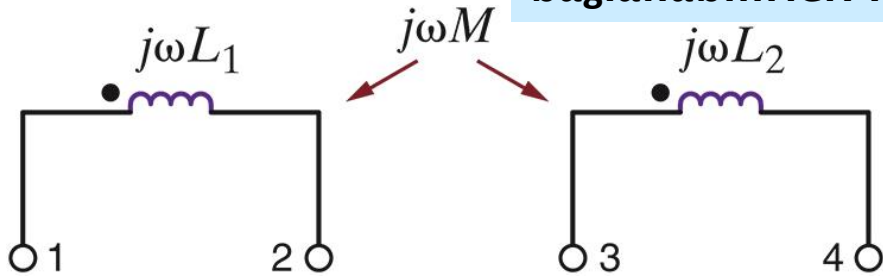
$$V_1 = j\omega L_1 I + j\omega M I$$

$$V_2 = j\omega M I + j\omega L_2 I$$

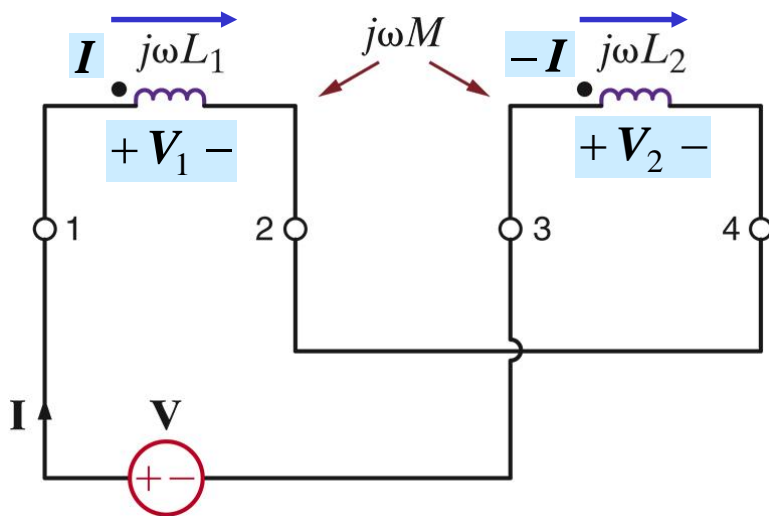
$$V = j\omega(L_1 + L_2 + 2M)I = j\omega L_{eq} I$$

ÖRNEK - Devamı

Manyetik bağlı indüktörler dört farklı şekilde bağlanabilirler. Her bir durum için modeli belirleyin



DURUM 2 Akımlar noktalara yönelmiş



$$V = V_1 - V_2$$

$$V_1 = j\omega L_1 I - j\omega M I$$

$$V_2 = j\omega M I - j\omega L_2 I$$

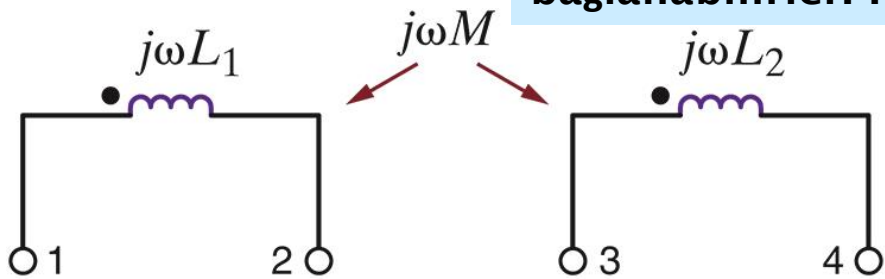
$$V = j\omega(L_1 - 2M + L_2)I$$

$$L_{es}$$

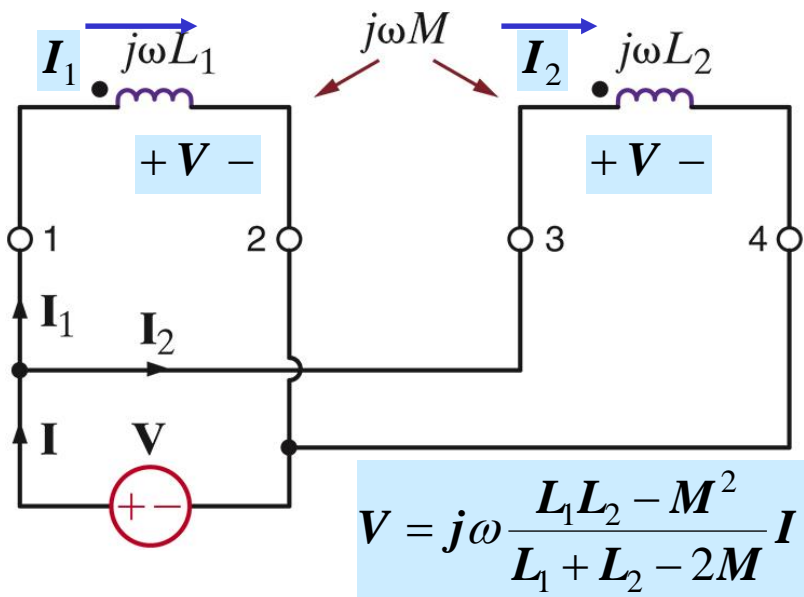
$L_{es} \geq 0$ M degerine fiziksel bir sinir koyar

ÖRNEK - Devamı

Manyetik bağlı indüktörler dört farklı şekilde bağlanabilirler. Her bir durum için modeli belirleyin



DURUM 3 Akımlar noktalara yönelmiş



$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I - I_1$$

$$V = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$$

$$V = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$$

$$V = j\omega L_1 I_1 + j\omega M (I - I_1)$$

$$V = j\omega M I_1 + j\omega L_2 (I - I_1)$$

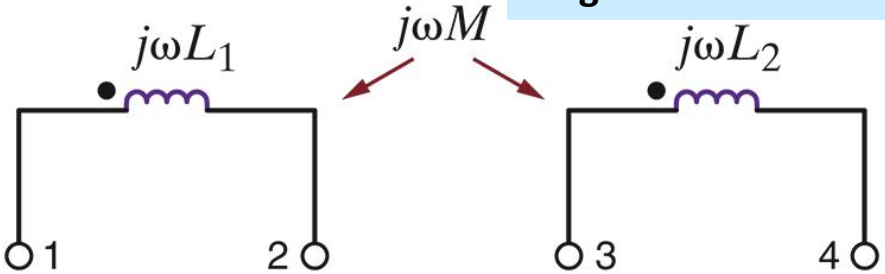
$$V = j\omega (L_1 - M) I_1 + j\omega M I \quad \times / (L_2 - M)$$

$$V = -j\omega (L_2 - M) I_1 + j\omega L_2 I \quad \times / (L_1 - M)$$

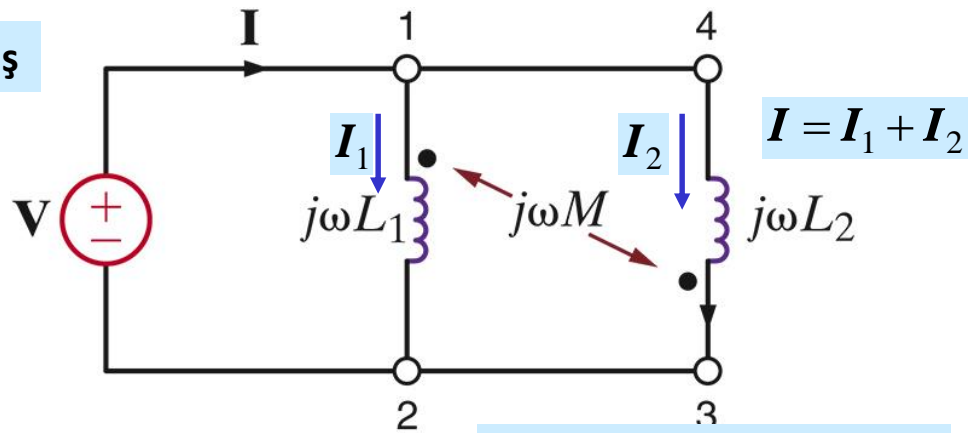
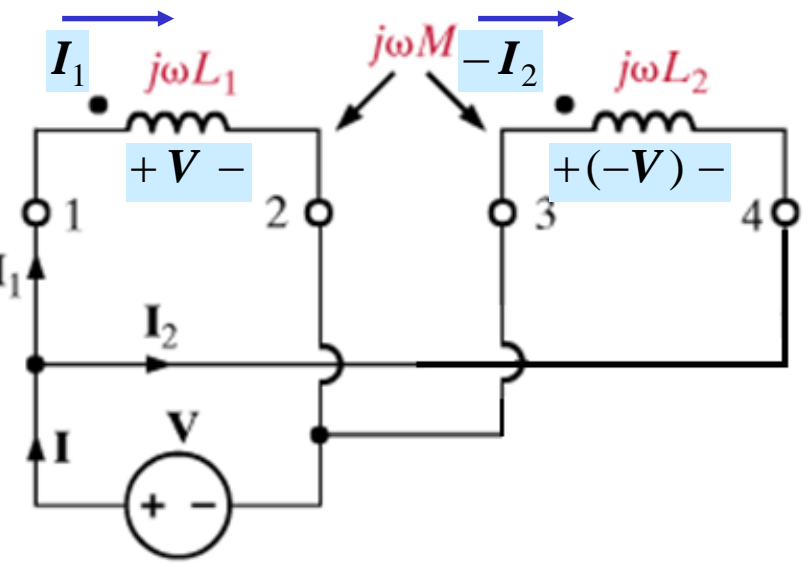
$$(L_1 + L_2 - 2M)V = j\omega (M(L_2 - M) + L_2(L_1 - M))I$$

ÖRNEK - Devamı

Manyetik bağlı indüktörler dört farklı şekilde bağlanabilirler. Her bir durum için modeli belirleyin



DURUM 4 Akımlar noktalara yönelmiş



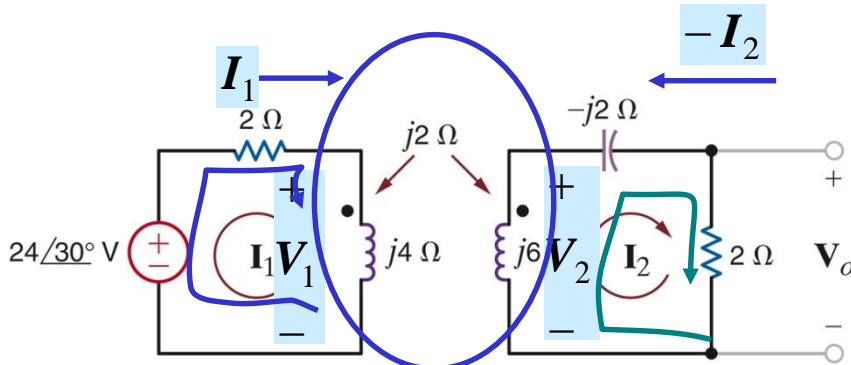
$$V = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2$$

$$-V = j\omega M I_1 - j\omega L_2 I_2$$

$$V = j\omega \left(\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} \right) I$$

ÖRNEK

V_0 GERİLİMİNİ BULUN



KGK : $24\angle 30^\circ = 2I_1 + V_1$

V_S

KGK : $-V_2 - j2I_2 + 2I_2 = 0$

ORTAK INDUKTANS DEVRESİ

$V_1 = j4I_1 + j2(-I_2)$

$V_2 = j2I_1 + j6(-I_2)$

$V_0 = 2I_2$

$V_S = (2 + j4)I_1 - j2I_2 \quad \times / j2$

$0 = -j2I_1 + (2 - j2 + j6)I_2 \quad \times / 2 + j4$

$j2V_S = (4 + (2 + j4)^2)I_2$

$I_2 = \frac{j2V_S}{-8 + j16} \times \frac{-j}{-j} = \frac{2V_S}{16 + 8j}$

$V_0 = 2I_2 = \frac{V_S}{4 + 2j} = \frac{24\angle 30^\circ}{4.47\angle 26.57^\circ} = 5.37\angle 3.42^\circ$

1. Manyetik bağlı indüktörlerin akımlarını ve gerilimlerini tanımlayın.

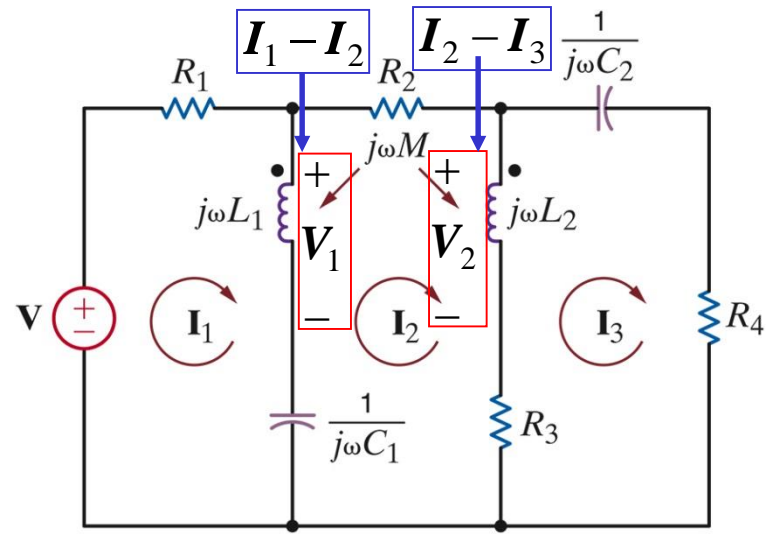
2. Manyetik bağlı indüktans gerilimleri cinsinden çevre denklemlerini yazın

3. Manyetik bağlı indüktörler için denklemleri yazın.

4. Çevre denklemlerinde yerine koyup cebirsel denklemini çözün.

ÖRNEK

Çevre denklemlerini yazın



1. Manyetik bağlı indüktörler için değişkenleri tanımlayın.

2. Manyetik bağlı indüktör gerilimleri cinsinden çevre denklemlerini yazın.

$$V = R_1 I_1 + V_1 + \frac{I_1 - I_2}{j\omega C_1}$$

$$-V_1 + R_2 I_2 + V_2 + R_3(I_2 - I_3) + \frac{I_2 - I_1}{j\omega C_1} = 0$$

$$-V_2 + \frac{I_3}{j\omega C_2} + R_4 I_3 + R_3(I_3 - I_2) = 0$$

3. Manyetik bağlı indüktörler için denklemleri yazın

$$V_1 = j\omega L_1(I_1 - I_2) + j\omega M(I_2 - I_3)$$

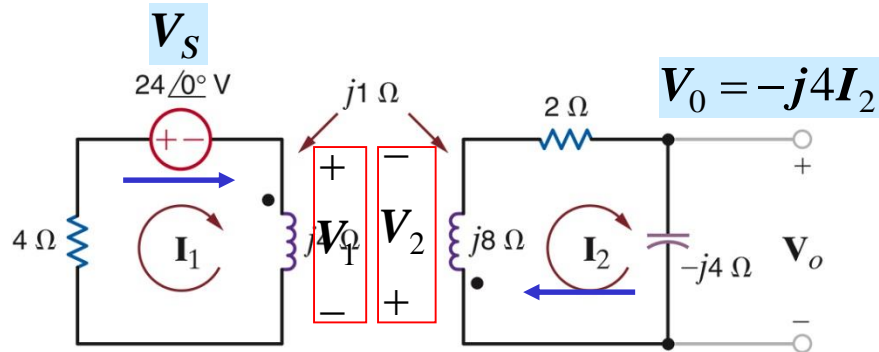
$$V_2 = j\omega M(I_1 - I_2) + j\omega L_2(I_2 - I_3)$$

4. Denklemlerde yerine koyup terimleri yeniden düzenleyin

$$V = \left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) I_1 - \left(j\omega L_1 - j\omega M + \frac{1}{j\omega C_1} \right) I_2 - j\omega M I_3$$

$$0 = - \left(j\omega L_1 - j\omega M + \frac{1}{j\omega C_1} \right) I_1 + \left(j\omega L_2 - j\omega M + R_2 - j\omega M + j\omega L_2 + R_3 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) I_2 - (-j\omega M + j\omega L_2 + R_3) I_3$$

$$0 = -j\omega M I_1 - (j\omega L_2 - j\omega M + R_3) I_2 + \left(j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + R_4 + R_3 \right) I_3$$

ÖRNEK **I_1, I_2, V_0 değerlerini bulun**

1. Manyetik bağlı indüktörler için değişkenleri tanımlayın.

2. Çevre denklemleri

$$V_S + V_1 + 4I_1 = 0$$

$$V_2 + (2 - j4)I_2 = 0$$

3. Manyetik bağlı indüktörlerin denklemleri

$$V_1 = j4I_1 + jI_2$$

$$V_2 = jI_1 + j8I_2$$

4. Yerine koyup yeniden düzenleyin

$$(4 + j4)I_1 + jI_2 = -V_S \quad \times / -j$$

$$jI_1 + (2 + j4)I_2 = 0 \quad \times / (4 + j4)$$

$$(1 + 8(1 + j)(1 + 2j))I_2 = jV_S$$

$$I_2 = \frac{jV_S}{-7 + 24j} \times \frac{-j}{-j} = \frac{24 \angle 0^\circ}{24 + 7j} = \frac{24 \angle 0^\circ}{25 \angle 16.26^\circ}$$

$$I_2 = 0.96 \angle -16.26^\circ (\text{A})$$

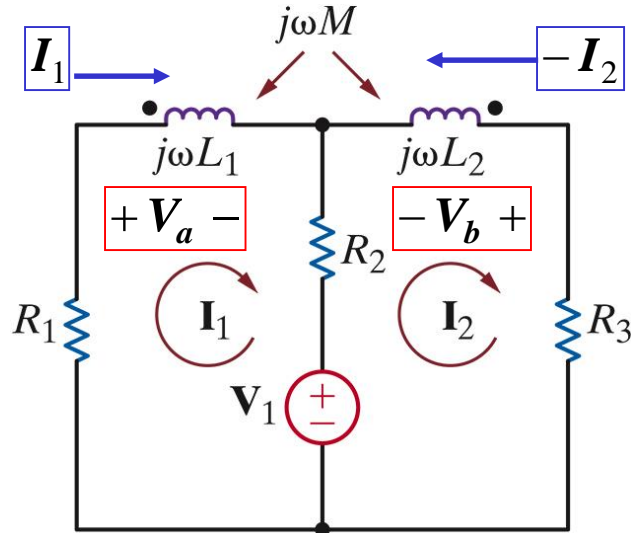
$$jI_1 + (2 + j4)I_2 = 0 \quad \times j \Rightarrow I_1 = j(2 + j4)I_2$$

$$I_1 = 1 \angle 90^\circ \times 4.47 \angle 63.43^\circ \times 0.96 \angle -16.26^\circ$$

$$I_1 = 4.29 \angle 137.17^\circ (\text{A})$$

$$V_0 = -j4I_2 = 1 \angle -90^\circ \times 4 \times 0.96 \angle -16.26^\circ$$

$$V_0 = 3.84 \angle -106.26^\circ (\text{V})$$



1. Manyetik bağlı indüktörler için değişkenleri tanımlayın

2. Manyetik bağlı indüktör gerilimleri cinsinden çevre denklemlerini yazın

$$V_a + R_2(I_1 - I_2) + V_1 + R_1 I_1 = 0$$

$$-V_b + R_3 I_2 - V_1 + R_2(I_2 - I_1) = 0$$

3. Manyetik bağlı indüktörlerin denklemleri

$$V_a = j\omega L_1 I_1 + j\omega M(-I_2)$$

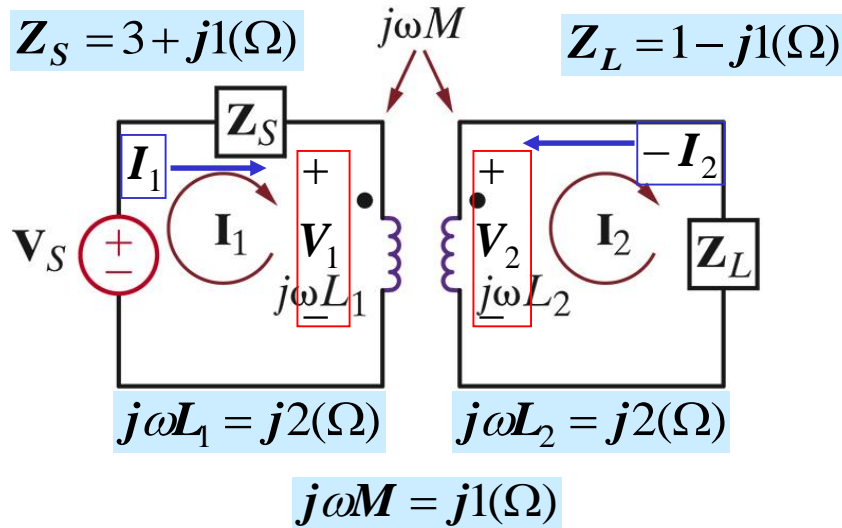
$$V_b = j\omega M I_1 + j\omega L_2(-I_2)$$

4. Denklemlerde yerine koyup yeniden düzenleyin

$$(R_1 + R_2 + j\omega L_1)I_1 - (R_2 + j\omega M)I_2 = -V_1$$

$$-(R_2 + j\omega M)I_1 + (R_2 + R_3 + j\omega L_2)I_2 = V_1$$

$$Z_i = \frac{V_S}{I_1}$$



1. Manyetik bağlı indüktörler için değişkenler

2. Manyetik bağlı indüktör gerilimleri cinsinden çevre denklemleri

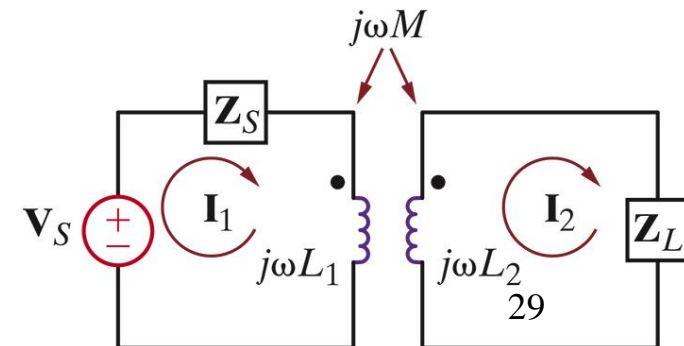
$$Z_S I_1 + V_1 = V_S$$

$$-V_2 + Z_L I_2 = 0$$

3. Manyetik bağlı indüktör denklemleri

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M (-I_2)$$

$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 (-I_2)$$



4. indüktör gerilimlerini çevre denklemlerinde yerine koyup cebirsel denklemi I_1 için çözün

$$\begin{aligned}(Z_S + j\omega L_1)I_1 - (j\omega M)I_2 &= V_S \quad \times / (Z_L + j\omega L_2) \\ -(j\omega M)I_1 + (Z_L + j\omega L_2)I_2 &= 0 \quad \times / j\omega M\end{aligned}$$

$$\left((Z_S + j\omega L_1)(Z_L + j\omega L_2) - (j\omega M)^2 \right) \mathbf{I}_1 = (Z_L + j\omega L_2) \mathbf{V}_S$$

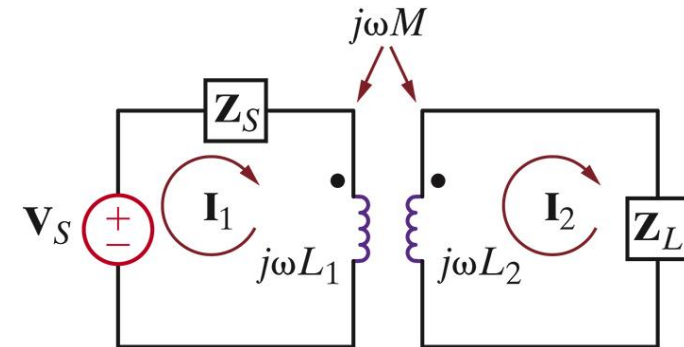
$$\mathbf{Z}_i = \frac{\mathbf{V}_S}{\mathbf{I}_1} = (Z_S + j\omega L_1) - \frac{(j\omega M)^2}{Z_L + j\omega L_2}$$

$$\mathbf{Z}_i = 3 + j3 - \frac{(j1)^2}{1 + j1} = 3 + j3 + \frac{1}{1 + j} \times \frac{1 - j}{1 - j}$$

$$\mathbf{Z}_i = 3 + j3 + \frac{1 - j}{2} = 3.5 + j2.5(\Omega)$$

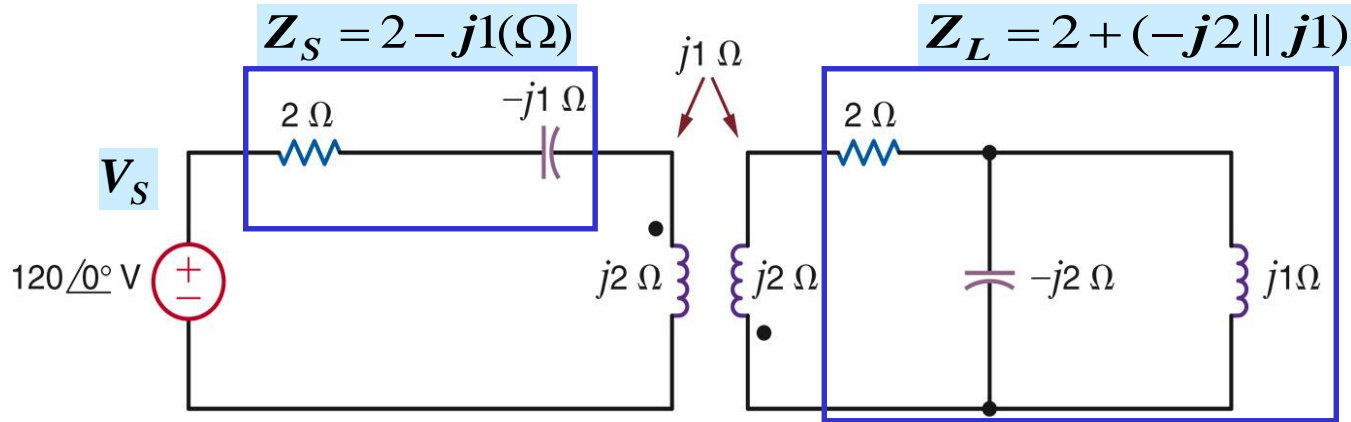
$$\mathbf{Z}_i = 4.30 \angle 35.54^\circ(\Omega)$$

UYARI: Bu bir fazör DEĞİLDİR

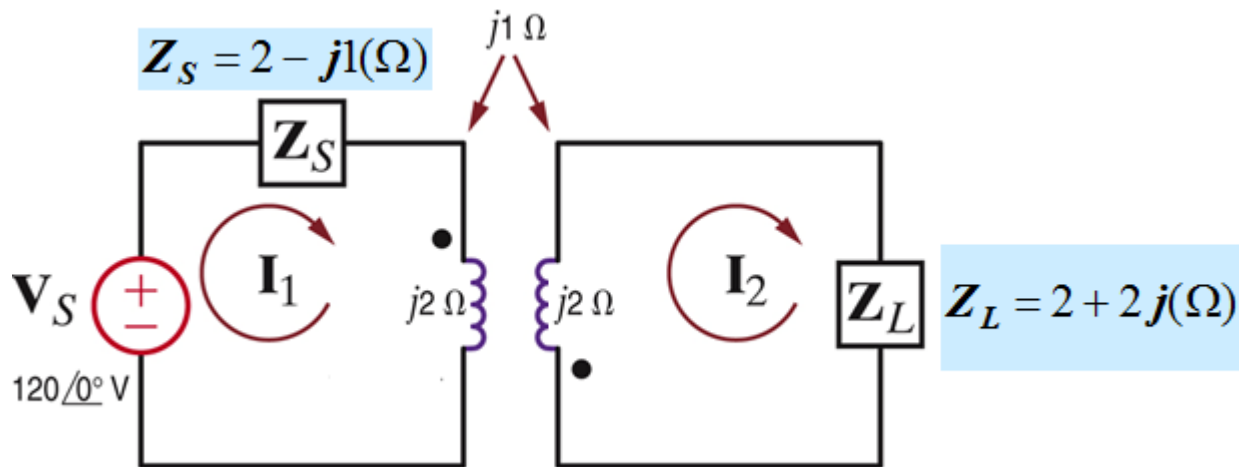


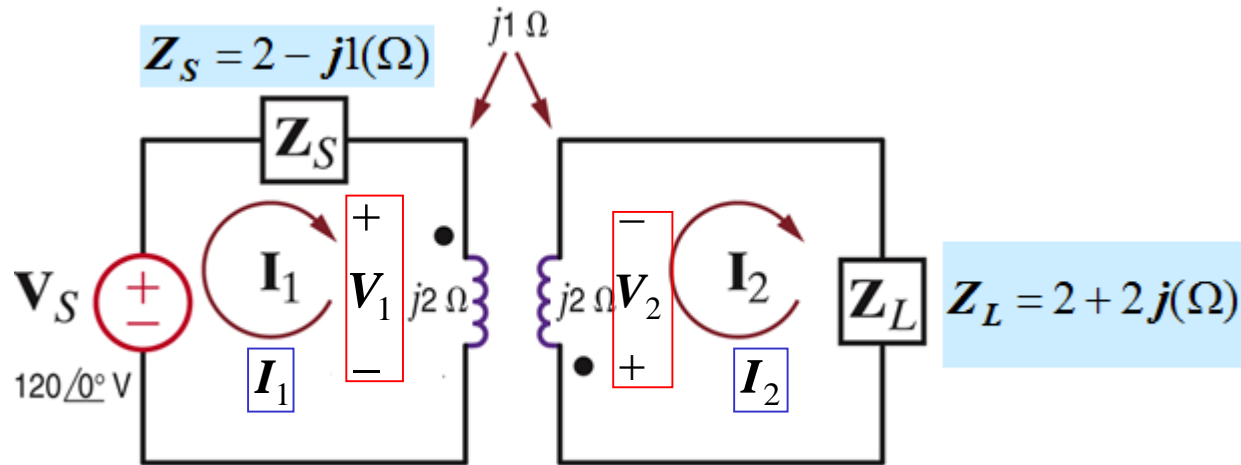
ÖRNEK

KAYNAK TARAFINDAN GÖRÜLEN EMPEDANSI BELİRLEYİN



$$Z_L = 2 + \frac{2}{-j} = 2 + 2j(\Omega)$$





1. Manyetik bağlı indüktörler için değişkenler

2. Çevre denklemleri

$$V_1 + Z_S I_1 = V_S$$

$$V_2 + Z_L I_2 = 0$$

3. Manyetik bağlı indüktörler için denklemler

$$V_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2$$

$$V_2 = j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2$$

4. indüktör gerilimlerini çevre denklemlerinde yerine koyup cebirsel denklemi çözün

$$Z_i = \frac{V_s}{I_1} = (Z_s + j\omega L_1) - \frac{(j\omega M)^2}{Z_L + j\omega L_2}$$

$$Z_i = [(2 - j1) + j2] - \frac{(j1)^2}{(2 + 2j) + 2j}$$

$$= (2 + j) + \frac{1}{2(1 + 2j)} \times \frac{(1 - 2j)}{(1 - 2j)}$$

$$Z_i = 2 + j + \frac{1 - 2j}{2(1 + 2^2)} = 2.1 + 0.8j(\Omega)$$

$$Z_i = 2.25 \angle 20.85^\circ(\Omega)$$

MANYETİK BAĞLI İNDÜKTÖRLERDE PROBLEM ÇÖZME STRATEJİSİ

1. adım:

Çevre akımlarını tanımlayınız.

- Manyetik bağlı indüktör içeren devrelerde çevre denklemlerini yazmak düğüm denklemlerini yazmaktan daha kolaydır.

2. adım:

KGK uygulayarak çevre denklemlerini yazınız.

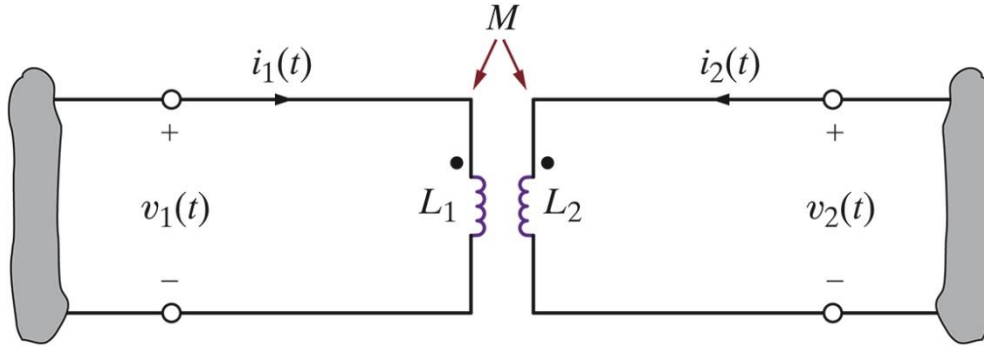
- Eğer bir akım bir sargının noktalı ucuna girerse diğer sargının noktalı ucunda pozitif olan bir gerilim indükler.
- Eğer akım bir sargının noktasız ucuna girerse diğer sargının noktasız ucunda pozitif bir gerilim indükler.

3. adım:

Denklemleri çözerek çevre akımlarını bulunuz.

ENERJİ ANALİZİ

Manyetik bağlı devrelerde depolanan toplam enerjiyi belirlemek istiyoruz



- Deneye başlamadan önce, devre içindeki tüm gerilim ve akımları sıfıra ayarlayalım.
- Devre sükunet halindeyken, ve sağ taraftaki terminaller açık devre iken, $i_1(t)$ akımını sıfırdan belirli bir I_1 değerine kadar yükseltelim.
- Sağdaki terminaller açık olduğundan, $i_2(t) = 0$ olur ve bu nedenle bu terminallere giren güç sıfırdır.

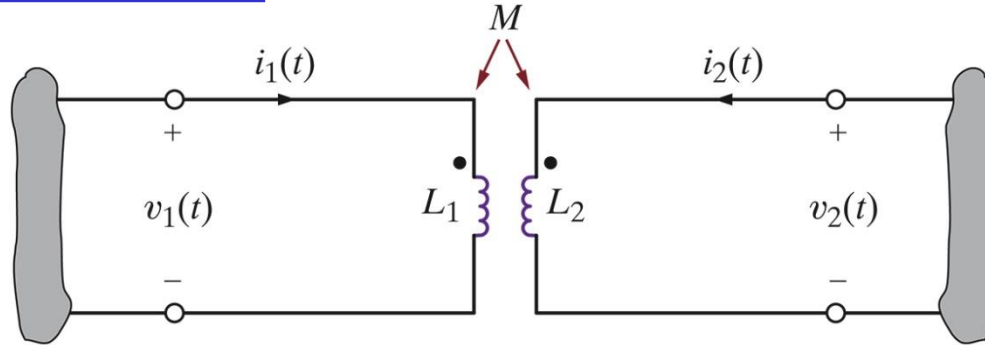
Sol taraf terminallerine giren anlık güç;

$$p(t) = v_1(t)i_1(t) = \left[L_1 \frac{di_1(t)}{dt} \right] i_1(t)$$

$i_1(t) = I_1$ olduğunda, t_1 de manyetik bağlı devrede depolanan enerji ;

$$\int_0^{t_1} v_1(t)i_1(t) dt = \int_0^{I_1} L_1 i_1(t) di_1(t) = \frac{1}{2} L_1 I_1^2$$

ENERJİ ANALİZİ - Devam



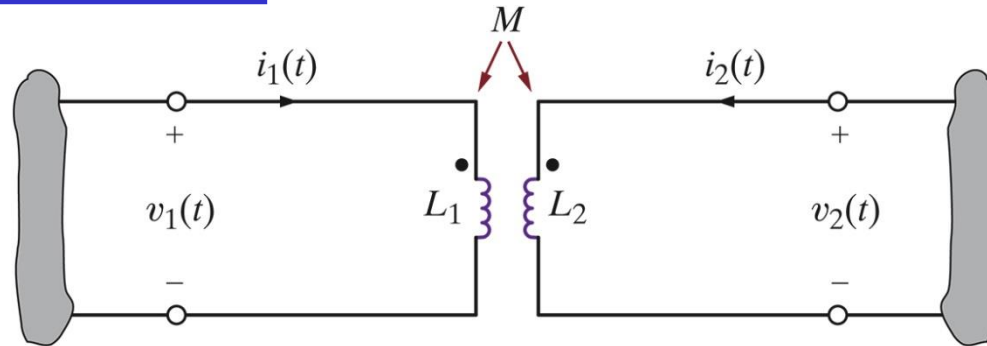
Deneye devam edelim:

$i_1(t)$ 'yi I_1 'de sabit tutarken, t_1 den t_2 'ye kadar $i_2(t)$ akımını sıfırdan belirli bir I_2 'ye kadar arttıralım.

Sağdaki terminallerden iletilen enerji şu şekildedir ;

$$\int_{t_1}^{t_2} v_2(t) i_2(t) dt = \int_0^{I_2} L_2 i_2(t) di_2(t) = \frac{1}{2} L_2 I_2^2$$

ENERJİ ANALİZİ - Devam



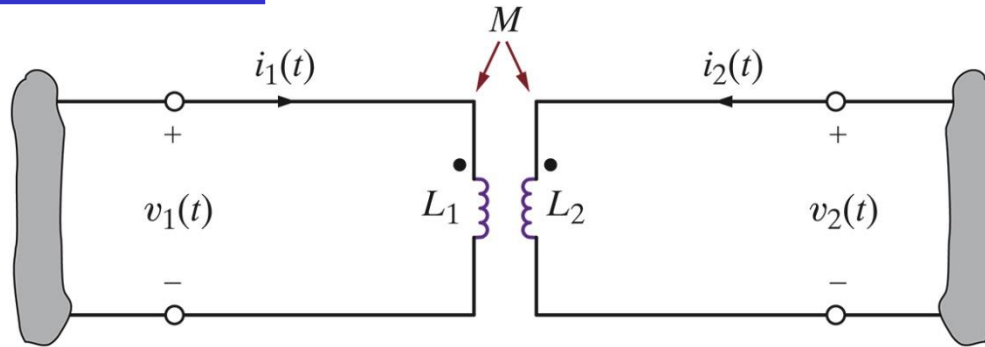
Bununla birlikte, t_1 ile t_2 aralığı boyunca, $v_1(t)$ gerilimi ;

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$i_1(t)$ sabit bir I_1 olduğundan, sol taraftaki terminaller vasıtasıyla aktarılan enerji ;

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} v_1(t) i_1(t) dt &= \int_{t_1}^{t_2} M \frac{di_2(t)}{dt} I_1 dt = MI_1 \int_0^{I_2} di_2(t) \\ &= MI_1 I_2 \end{aligned}$$

ENERJİ ANALİZİ - Devam



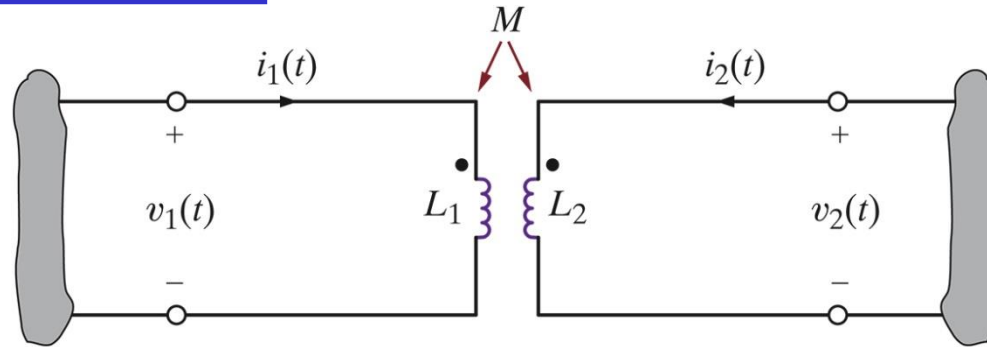
Bu nedenle, $t > t_2$ için devrede depolanan toplam enerji ;

$$w = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2$$

Deneyi ya L_1 ya da L_2 üzerindeki noktanın yerini değiştirerek tekrar edebiliriz ve bu durumda ortak indüktans terimindeki işaret negatif olur ;

$$w = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 - M I_1 I_2$$

ENERJİ ANALİZİ - Devam



Yaptığımız deneyde, L_1 ve L_2 değerleri herhangi bir zamanda herhangi bir değer olabilirdi.

Bu nedenle manyetik bağlı indüktörlerde herhangi bir anda depolanan enerji aşağıdaki şekilde ifade edilir :

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 [i_1(t)]^2 + \frac{1}{2} L_2 [i_2(t)]^2 \pm M i_1(t) i_2(t)$$

ENERJİ ANALİZİ - Devam

- Manyetik bağlı indüktörler pasif bir devreyi temsil ederler ve bu yüzden, bu devrede depolanan enerji, indüktans ve akımların herhangi bir değeri için negatif olmamalıdır
- Manyetik devrede depolanan anlık enerji için denklem şu şekilde yazılabilir:

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm M i_1 i_2$$

$\frac{1}{2} \frac{M^2}{L_2} i_1^2(t)$ terimini ekleyip çıkardığımızda ve denklemi yeniden düzenlediğimizde;

$$w(t) = \frac{1}{2} \left(L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right) i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 \left(i_2 + \frac{M}{L_2} i_1 \right)^2$$

Depolanan anlık enerji negatif olmayacaktır, Eğer;

$$w(t) \geq 0 \Leftrightarrow L_1 - \frac{M^2}{L_2} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad M \leq \sqrt{L_1 L_2}$$

Bu denklemin ortak indüktans değerinde bir üst sınır belirlediğini unutmayın. İki indüktör L_1 ve L_2 arasındaki kuplaj katsayısı aşağıdaki gibi tanımlanır:

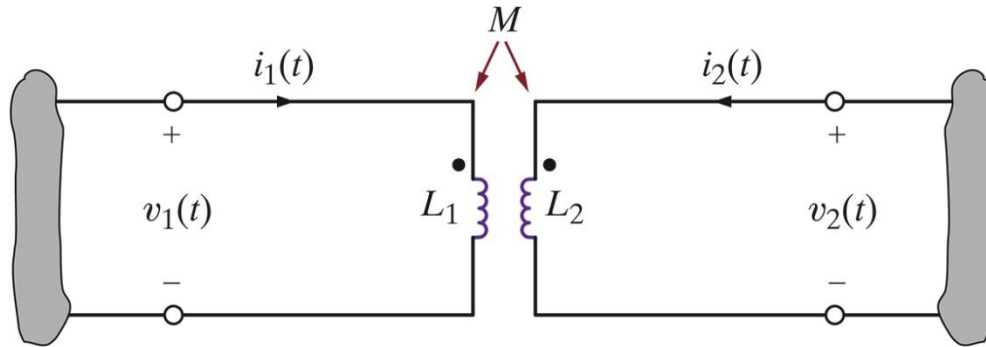
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

$$0 \leq k \leq 1$$

$$0 \leq M \leq \sqrt{L_1 L_2}$$

ENERJİ ANALİZİ (Farklı bir yaklaşım)

Manyetik bağlı devrelerde depolanan toplam enerjiyi belirlemek istiyoruz



Manyetik Bağlı Indüktörlerin Denklemleri

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} \pm M \frac{di_2(t)}{dt} \quad \times / i_1(t)$$

$$v_2(t) = \pm M \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \quad \times / i_2(t)$$

Devreye Sağlanan Toplam Güç

$$p_T(t) = v_1(t)i_1(t) + v_2(t)i_2(t)$$

$$p_T(t) = L_1 i_1(t) \frac{di_1(t)}{dt} \pm M i_1(t) \frac{di_2(t)}{dt} \pm M i_2(t) \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 i_2(t) \frac{di_2(t)}{dt}$$

$\frac{1}{2} \frac{di_1^2}{dt}(t)$

$M \frac{di_1 i_2}{dt}(t)$

$\frac{1}{2} \frac{di_2^2}{dt}(t)$

ENERJİ ANALİZİ (Farklı bir yaklaşım) - Devam

$$p_T(t) = \frac{1}{2} L_1 \frac{d}{dt} i_1^2(t) \pm M \frac{d}{dt} i_1(t) i_2(t) + \frac{1}{2} L_2 \frac{d}{dt} i_2^2(t)$$

$$p_T(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L_1 i_1^2(t) \pm M i_1(t) i_2(t) + \frac{1}{2} L_2 i_2^2(t) \right) \int_{-\infty}^t$$

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2(t) \pm M i_1(t) i_2(t) + \frac{1}{2} L_2 i_2^2(t)$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{M^2}{L_2} i_1^2(t) - \frac{1}{2} \frac{M^2}{L_2} i_1^2(t)$$

$$w(t) = \frac{1}{2} \left(L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right) i_1^2(t) + \frac{1}{2} L_2 \left(i_2(t) \pm \frac{M}{L_2} i_1(t) \right)^2$$

$$w(t) \geq 0 \Leftrightarrow L_1 - \frac{M^2}{L_2} \geq 0 \Leftrightarrow M \leq \sqrt{L_1 L_2}$$

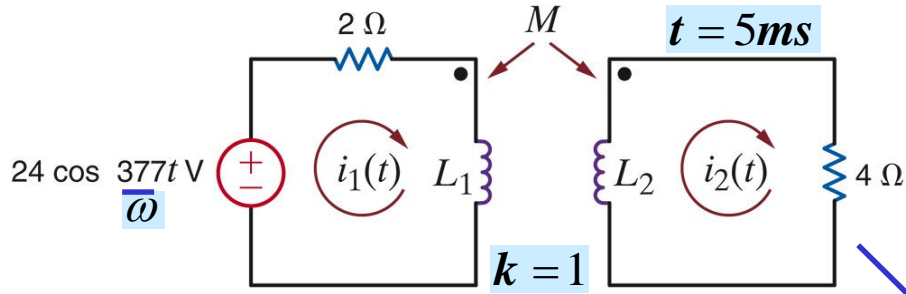
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Bağlaşım(kuplaj) katsayısı

ÖRNEK **$t=5\text{ms}$ için manyetik bağlı indüktörlerde depolanan enerjiyi hesaplayın**

Kalıcı durum çalışması varsayın

Frekans düzlemi tekniklerini kullanabiliriz



$$L_1 = 2.653\text{mH}, L_2 = 10.61\text{mH}$$

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2(t) - M i_1(t) i_2(t) + \frac{1}{2} L_2 i_2^2(t)$$

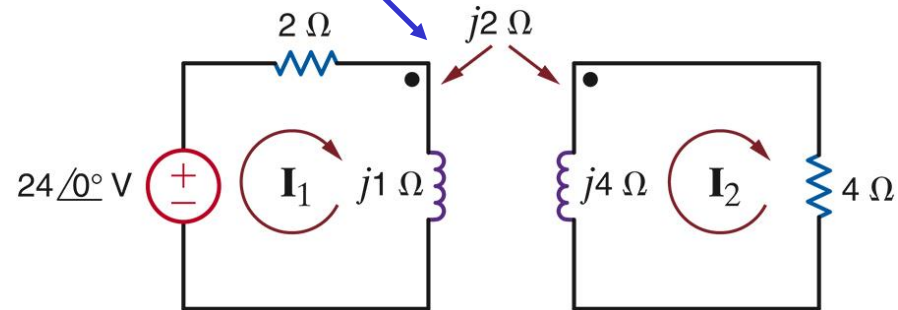
 $M, i_1(t), i_2(t)$ hesaplanmalıdır

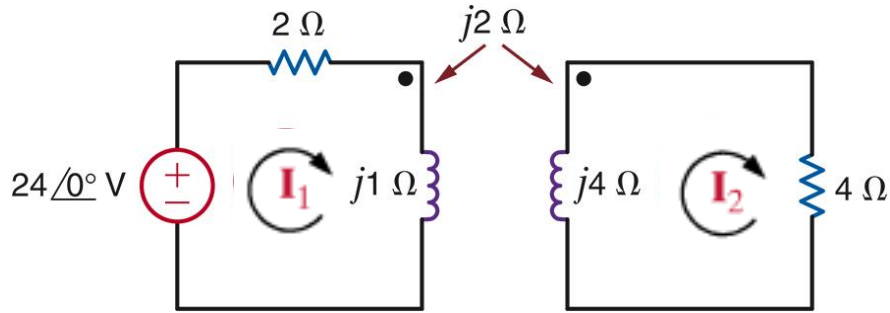
$$L_1, L_2, k \Rightarrow M = k \sqrt{L_1 L_2} \quad M = 5.31\text{mH}$$

$$j\omega L_1 = j \times 377 \times 2.653 \times 10^{-3} = j1\Omega$$

$$j\omega L_2 = j \times 377 \times 10.61 \times 10^{-3} = j4\Omega$$

$$j\omega M = j \times 377 \times 5.31 \times 10^{-3} = j2\Omega$$

**Frekans düzlemindeki devre**



Frekans düzlemindeki devre

1. Manyetik bağlı indüktörler için değişkenleri belirleyin

2. Çevre ve indüktör denklemlerini yazarak tek adımda birleştirin

$$2I_1 + (j1I_1 - j2I_2) = 24\angle 0^\circ$$

$$4I_2 - (j2I_1 - j4I_2) = 0$$

I_1 ve I_2 'yi elde etmek için çözün

$$I_1 = 9.41\angle -11.31^\circ(\text{A}), \quad I_2 = 3.33\angle 33.69^\circ(\text{A})$$

$$\therefore i_1(t) = 9.41 \cos(377t - 11.31^\circ)(\text{A})$$

$$i_2(t) = 3.33 \cos(377t + 33.69^\circ)(\text{A})$$

UYARI : 377t terimi radyandır!

$$t = 0.005s \Rightarrow 377t = 1.885(\text{rad}) = 108^\circ$$

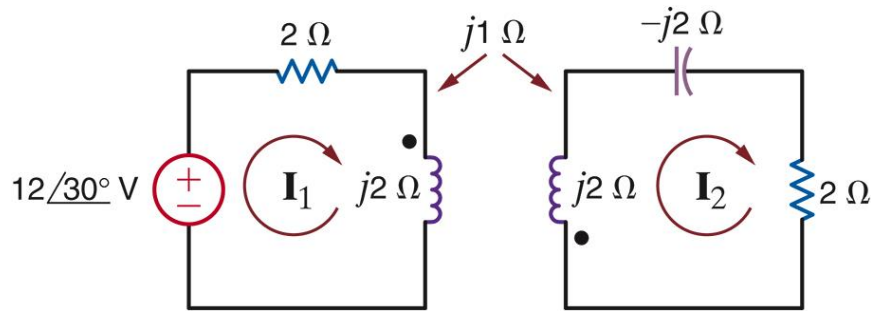
$$i_1(0.005) = -1.10(\text{A}), \quad i_2(0.005) = -2.61(\text{A})$$

$$w(0.005) = 0.5 \times 2.653 \times 10^{-3} (-1.10)^2 - 5.31 \times 10^{-3} (-1.10) \times (-2.61) + 0.5 \times 10.61 \times 10^{-3} \times (-2.61)^2 (\text{J})$$

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2(t) - M i_1(t) i_2(t) + \frac{1}{2} L_2 i_2^2(t)$$

ÖRNEK **$t = 10ms'$ de DEPOLANAN ENERJİYİ BELİRLEYİN**

$$f = 60Hz$$



$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2(t) + M i_1(t) i_2(t) + \frac{1}{2} L_2 i_2^2(t)$$

1. Manyetik bağlı indüktörler için değişkenleri belirleyin

2. Çevre ve indüktör denklemlerini yazarak tek adımda birleştirip çözün

$$2I_1 + (j2I_1 + j1I_2) = 12\angle 30^\circ$$

$$(j1I_1 + j2I_2) + (2 - j2)I_2 = 0$$

$$(2 + j2)I_1 + jI_2 = 12\angle 30^\circ$$

$$jI_1 + 2I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = -0.5jI_1$$

$$(2 + j2 + 0.5)I_1 = 12\angle 30^\circ$$

$$I_1 = \frac{12\angle 30^\circ}{2.5 + j2} = \frac{12\angle 30^\circ}{3.20\angle 38.66^\circ} = 3.75\angle -8.66^\circ (\text{A})$$

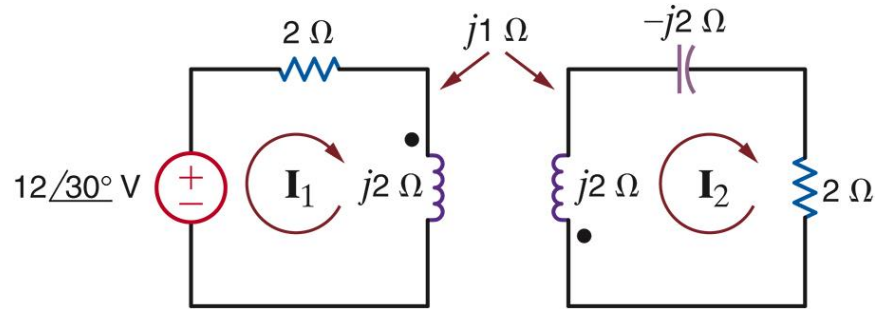
$$I_2 = -0.5jI_1 = 0.5\angle -90^\circ \times 3.75\angle -8.66^\circ = 1.875\angle -98.66^\circ$$

Zaman düzlemine tekrar dönelim

$$f = 60Hz$$

$$I_1 = 3.75 \angle -8.66^\circ (A)$$

$$I_2 = 1.875 \angle -98.66^\circ$$



Zaman düzlemine tekrar dönelim

$$f = 60Hz \Rightarrow \omega = 377 (s^{-1})$$

$$\omega L_1 = 2 \Rightarrow L_1 = 0.0053(H) = L_2$$

$$M = 0.00265(H)$$

$$i_1(t) = 3.75 \cos(377t - 8.66^\circ)(A)$$

$$i_2(t) = 1.875 \cos(377t - 98.66^\circ)(A)$$

$$377(rad/s) \times 0.010(s) = 3.77(rad) = 216^\circ$$

$$i_1(0.010) = -3.33(A)$$

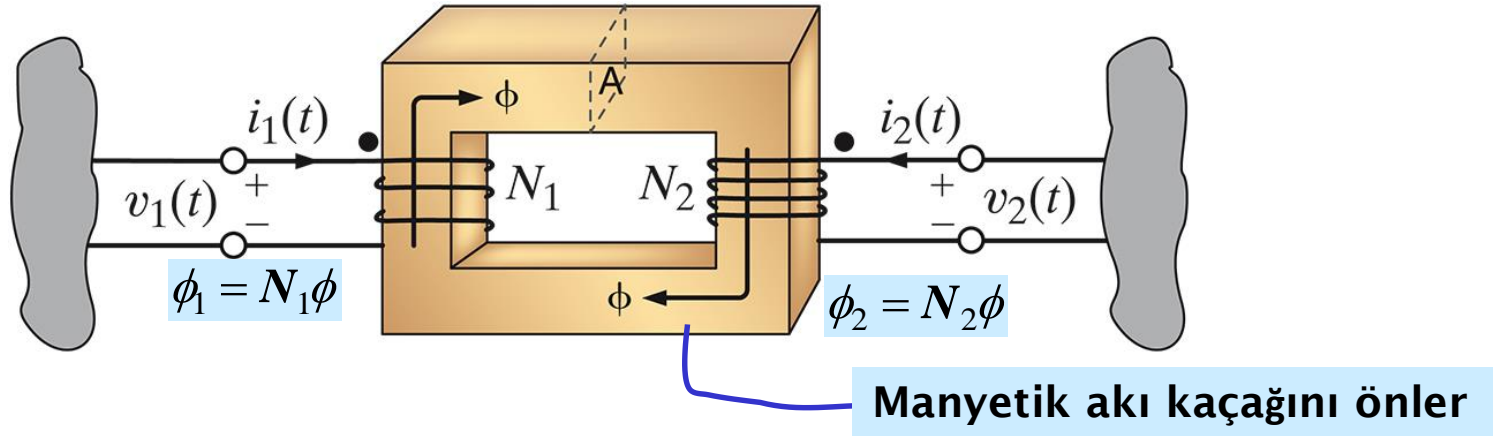
$$i_2(0.010) = -0.86(A)$$

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2(t) + M i_1(t) i_2(t) + \frac{1}{2} L_2 i_2^2(t)$$

$$w(0.010) = 0.5 * 0.0053 * (-3.33)^2 + 0.00265 * (-3.33)(-0.86) + 0.5 * 0.0053 * (0.86)^2 (J)$$

$$w(0.010) = 0.03892J = 39mJ$$

İDEAL TRANSFORMATÖR

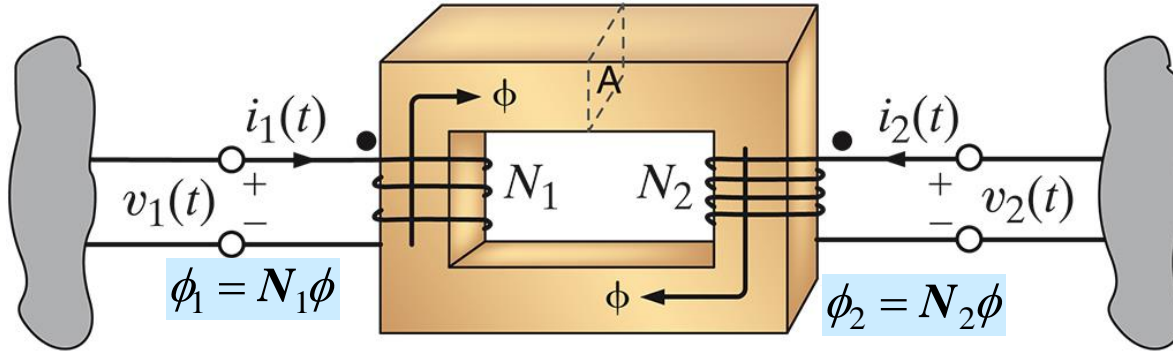


$$\left. \begin{aligned} v_1(t) &= N_1 \frac{d\phi}{dt}(t) \\ v_2(t) &= N_2 \frac{d\phi}{dt}(t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{ideal transformatörün birinci denklemi}$$

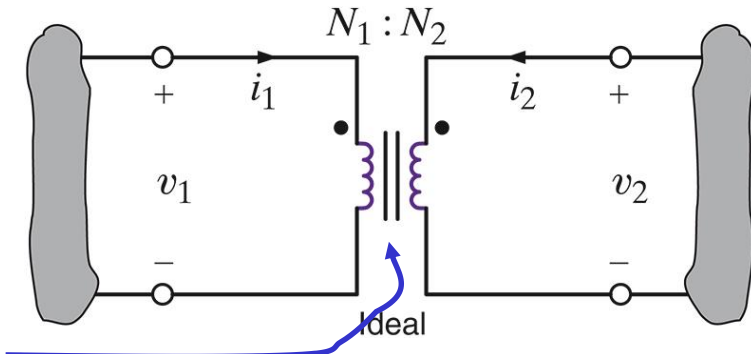
$$v_1(t)i_1(t) + v_2(t)i_2(t) = 0 \quad \text{ideal transformatör kayıpsızdır}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} \quad \text{ideal transformatörün ikinci denklemi}$$

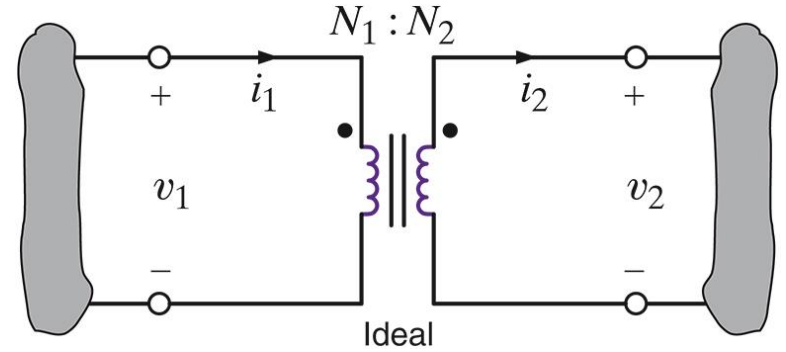
İDEAL TRANSFORMATÖR



Trafonun Devre Temsili



$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}; \quad \frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1}$$

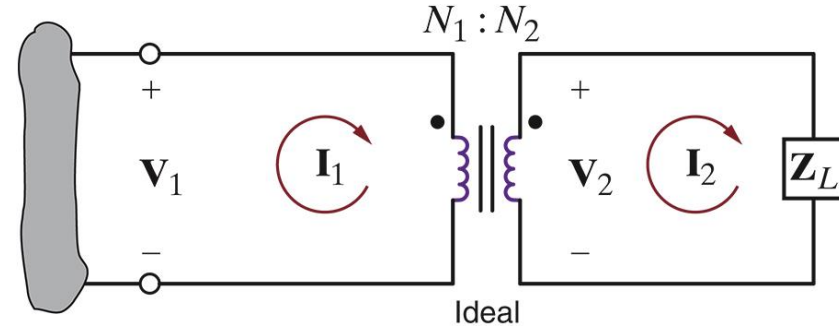


$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}; \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Denklemler cebirsel olduklarından, fazör için değişmezler. Sadece işaretlerde dikkatli olun.

Manyetik çekirdeği temsil etmektedir

EMPEDANS YANSIMASI



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \text{ (Noktalarda + işaretler bulunmakta)}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \text{ (} I_2 \text{ akımı transformator den ayrılıyor)}$$

$$V_2 = Z_L I_2 \text{ (Ohm Kanunu)}$$

$$V_1 \frac{N_2}{N_1} = Z_L I_1 \frac{N_1}{N_2} \quad V_1 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_L I_1$$

$$\frac{V_1}{I_1} = Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 Z_L$$

Z_1 = Trafonun primer (birincil) tarafına yansıtılmış Z_L empedansidir

Gelecekteki referanslar için

$$S_1 = V_1 I_1^* = \left(V_2 \frac{N_1}{N_2} \right) \left(I_2 \frac{N_2}{N_1} \right)^* = V_2 I_2^* = S_2$$

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \text{sarım oranı}$$

ideal Trafo için Fazör Denklemleri

$$V_1 = \frac{V_2}{n}$$

$$I_1 = n I_2$$

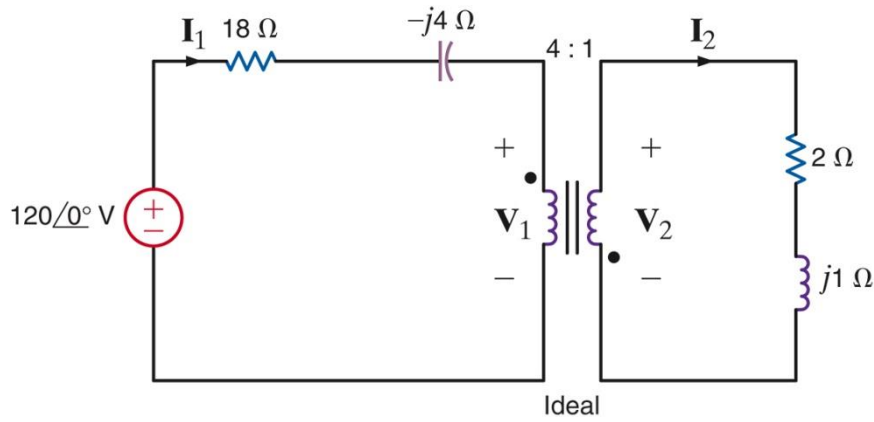
$$Z_1 = \frac{Z_L}{n^2}$$

$$S_1 = S_2$$

ÖRNEK

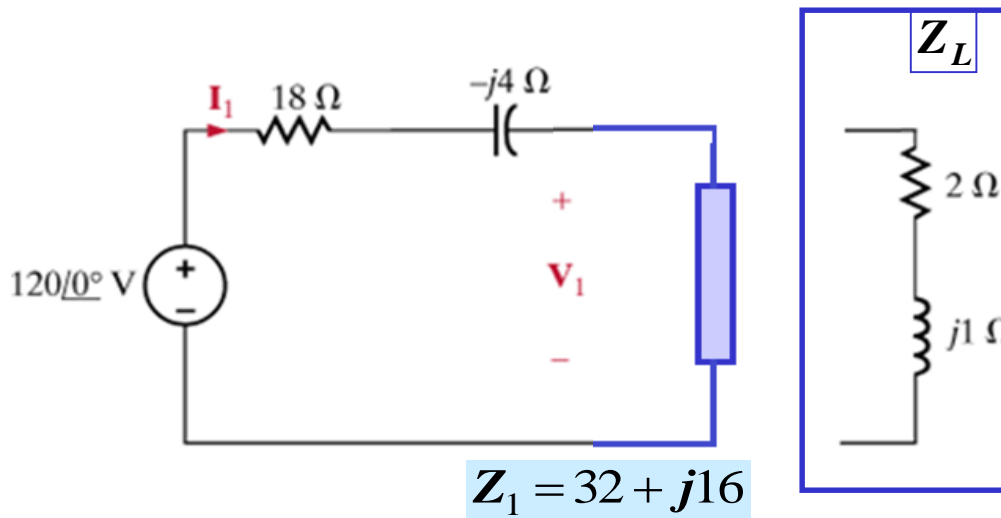
Belirtilen akımları ve gerilimleri bulun

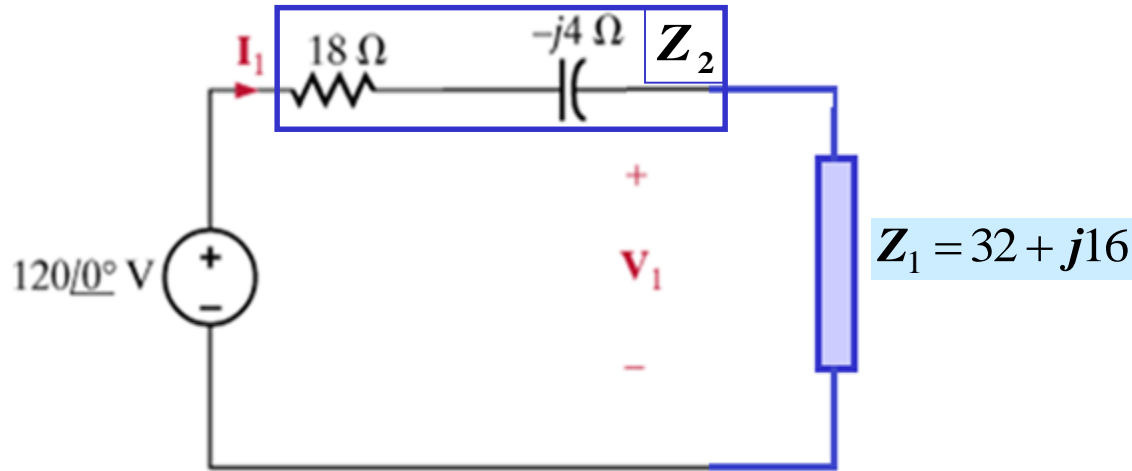
$$n = 1/4 = 0.25$$



Strateji: ikincil tarafın empedansını birincil tarafa yansıtın

$$Z_1 = \frac{Z_L}{n^2}$$





$$I_1 = \frac{120 \angle 0^\circ}{50 + j12} = \frac{120 \angle 0^\circ}{51.42 \angle 13.5^\circ} = 2.33 \angle -13.5^\circ$$

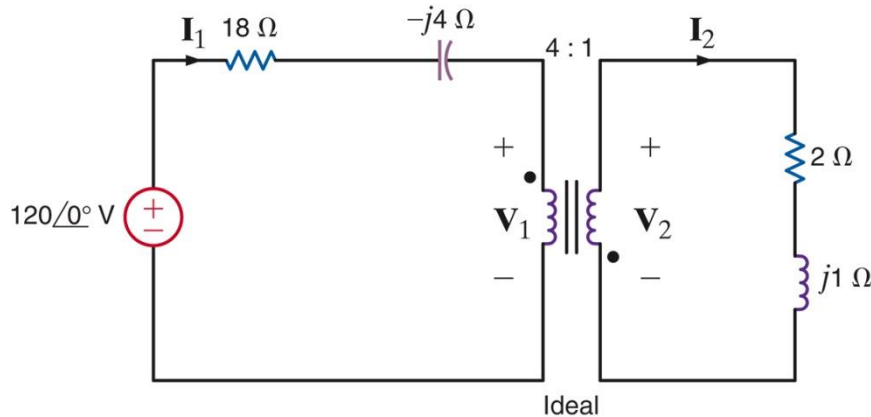
$$V_1 = Z_1 I_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} 120 \angle 0^\circ$$

$$V_1 = Z_1 I_1 = (32 + j16) \times 2.33 \angle -13.5^\circ$$

$$V_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} 120 \angle 0^\circ = \frac{32 + j16}{51.42 \angle 13.5^\circ} \times 120$$

(ohm kanunu veya
gerilim bölüşümü)
Aynı karmaşıklığıdır

$$V_1 = 35.78 \angle 26.57^\circ \times 2.33 \angle -13.5^\circ = 83.36 \angle 13.07^\circ$$



$$n = 1/4 = 0.25$$

$$I_1 = 2.33 \angle -13.5^\circ$$

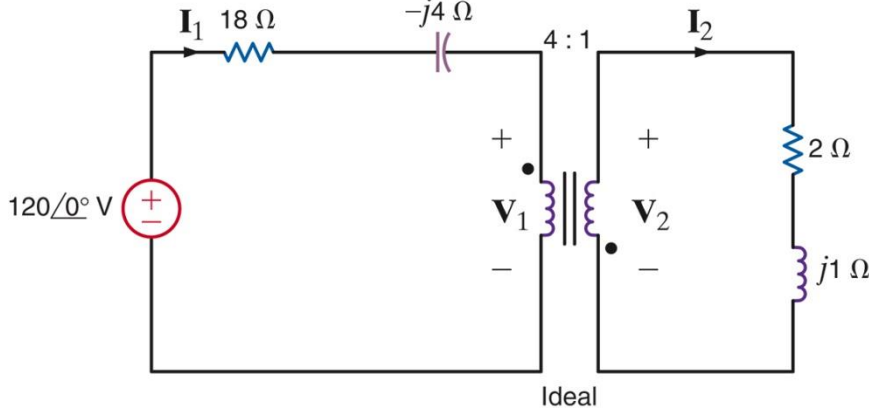
$$V_1 = 83.36 \angle 13.07^\circ$$

Kutuplara ve akım yönlerine DİKKAT edin!

$$I_2 = -\frac{I_1}{n} = -4I_1 \text{ (akım noktaya doğru)}$$

$$V_2 = -nV_1 = -0.25V_1 \text{ (+ noktanın karsi tarafında)}$$

$$n = 1/4 = 0.25$$



$$I_1 = \frac{120 \angle 0^\circ}{50 + j12} = \frac{120 \angle 0^\circ}{51.42 \angle 13.5^\circ} = 2.33 \angle -13.5^\circ$$

$$V_1 = Z_1 I_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} 120 \angle 0^\circ$$

$$V_1 = Z_1 I_1 = (32 + j16) \times 2.33 \angle -13.5^\circ$$

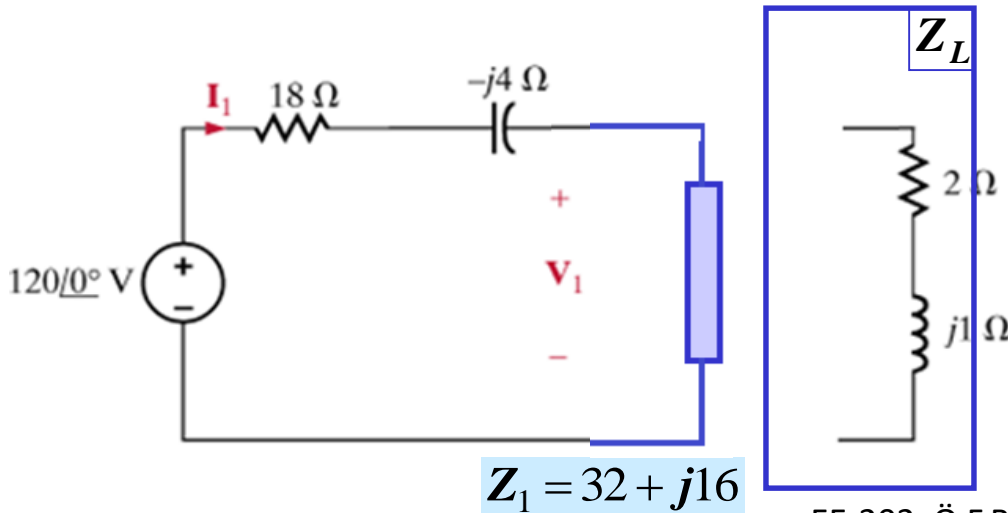
$$V_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} 120 \angle 0^\circ = \frac{32 + j16}{51.42 \angle 13.5^\circ} \times 120$$

Strateji: ikincil tarafın empedansını birincil tarafa yansıtın

Aynı karmaşıklıkta

$$Z_1 = \frac{Z_L}{n^2}$$

$$V_1 = 35.78 \angle 26.57^\circ \times 2.33 \angle -13.5^\circ = 83.36 \angle 13.07^\circ$$



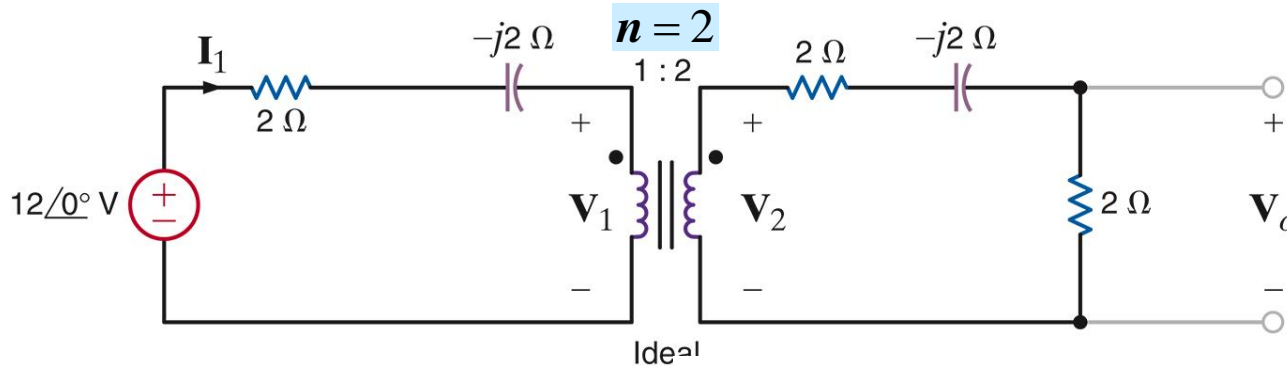
Kutuplara ve akım yönlerine DİKKAT edin!

$$I_2 = -\frac{I_1}{n} = -4I_1 \text{ (akim noktaya doğru)}$$

$$V_2 = -nV_1 = -0.25V_1 \text{ (+ noktanın karsısında)}$$

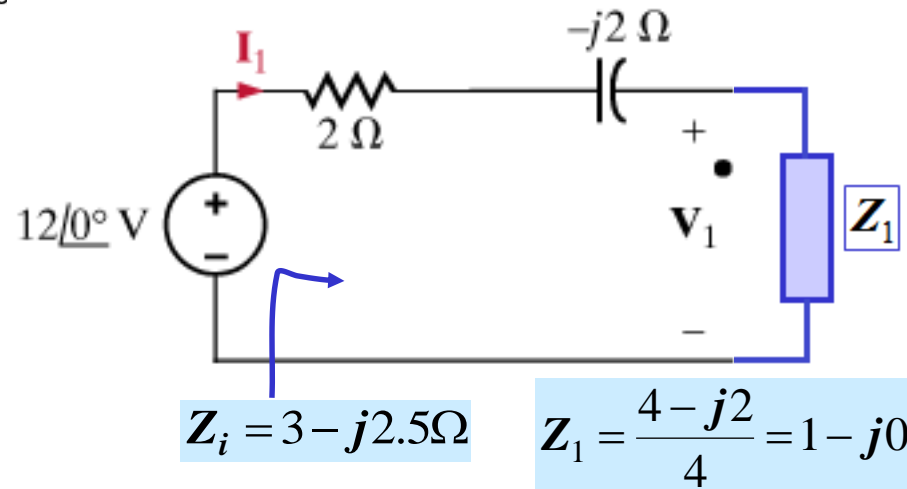
ÖRNEK

I_1 akımını bulun

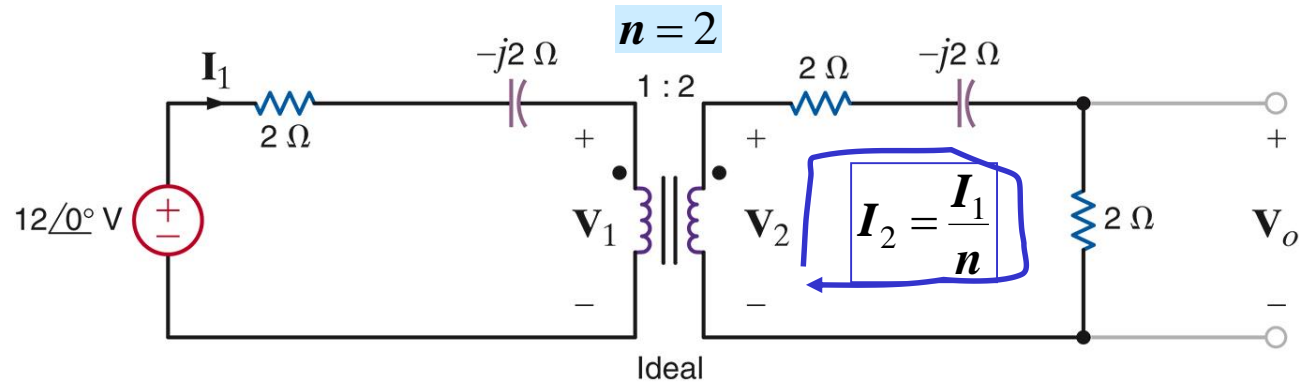


Strateji: ikincil tarafın empedansını birincil tarafa yansıtın

$$Z_1 = \frac{Z_L}{n^2}$$



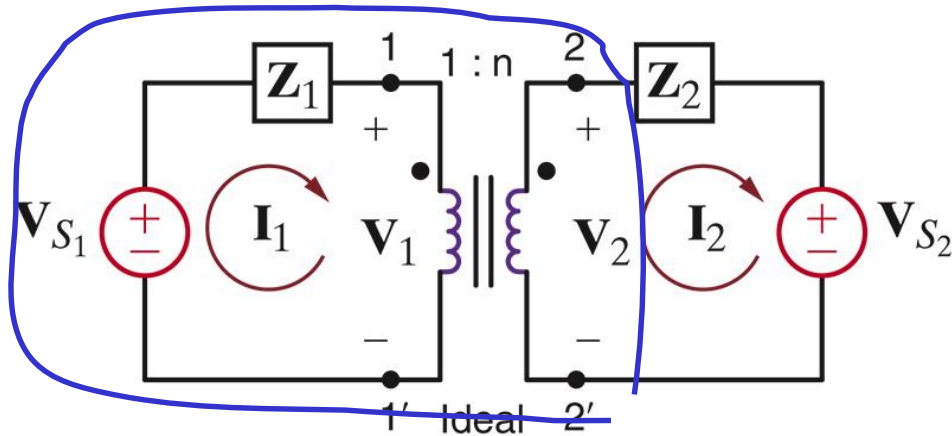
$$I_1 = \frac{12 \angle 0^\circ}{3 - j2.5} = \frac{12 \angle 0^\circ}{3.91 \angle -39.81^\circ} = 3.07 \angle 39.81^\circ (\text{A})$$



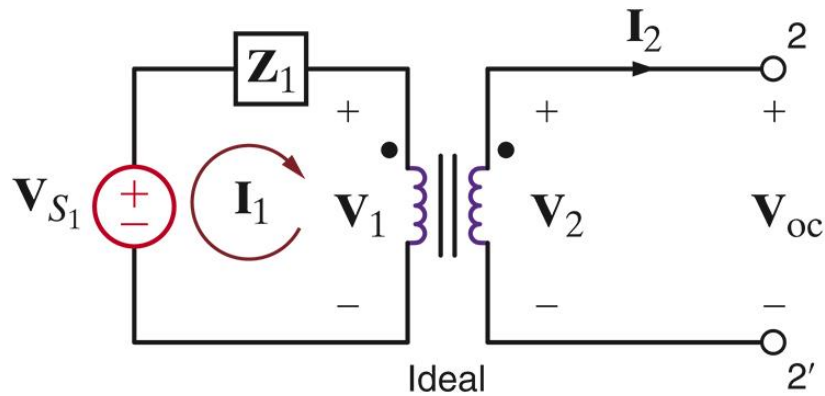
Strateji: ikincil (Sekonder) taraftaki akımı bulun, sonra Ohm kanununu kullanın

$$I_2 = \frac{I_1}{2} \Rightarrow V_0 = 2\ \Omega \times \frac{I_1}{2} = 3.07 \angle 39.81^\circ (\text{V})$$

İDEAL TRAFOLU DEVRELERİ BASİTLEŞTİRMEK İÇİN THEVENİN TEOREMİNİN KULLANIMI



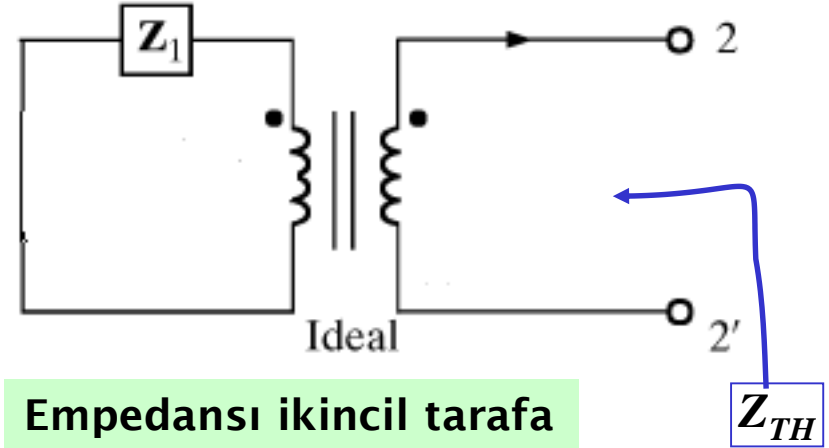
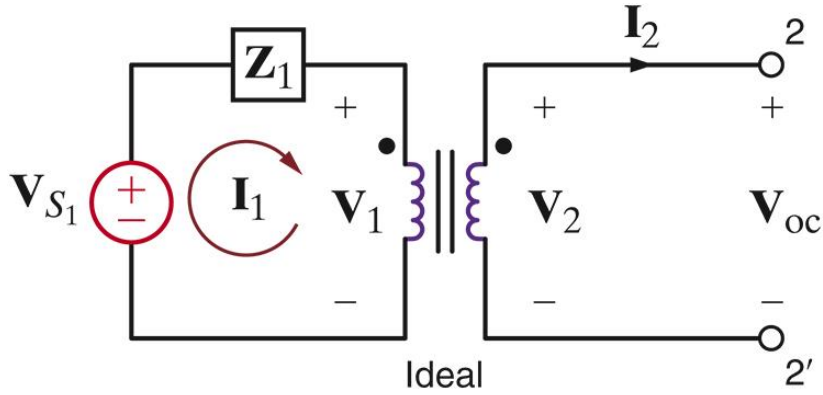
Bu devreyi kendisinin Thevenin Eşdeğeri ile değiştirin



$$\left. \begin{array}{l} I_2 = 0 \\ I_1 = nI_2 \end{array} \right\} \Rightarrow I_1 = 0 \Rightarrow V_1 = V_{S1}$$

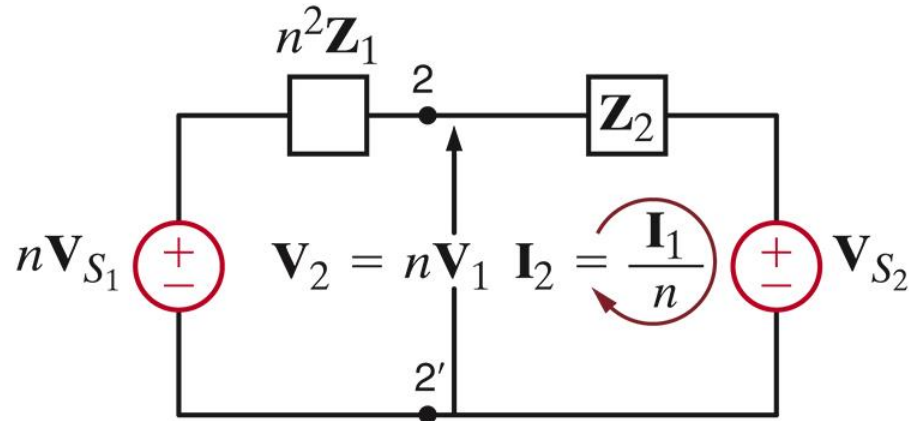
$$\left. \begin{array}{l} V_1 = V_{S1} \\ V_2 = nV_1 \end{array} \right\} \Rightarrow V_{OC} = nV_{S1}$$

Thevenin empedansını belirlemek için...



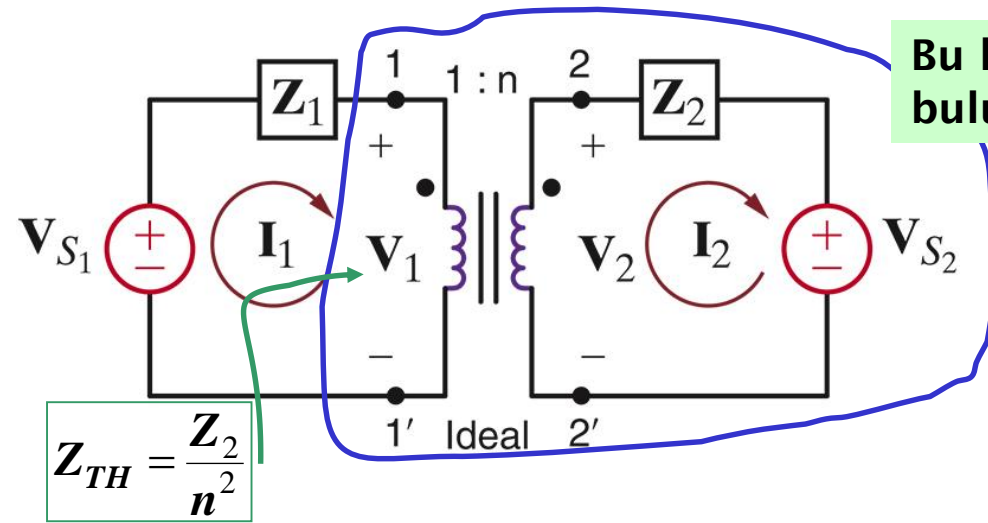
Empedansı ikincil tarafa yansıtın

$$Z_{TH} = n^2 Z_1$$



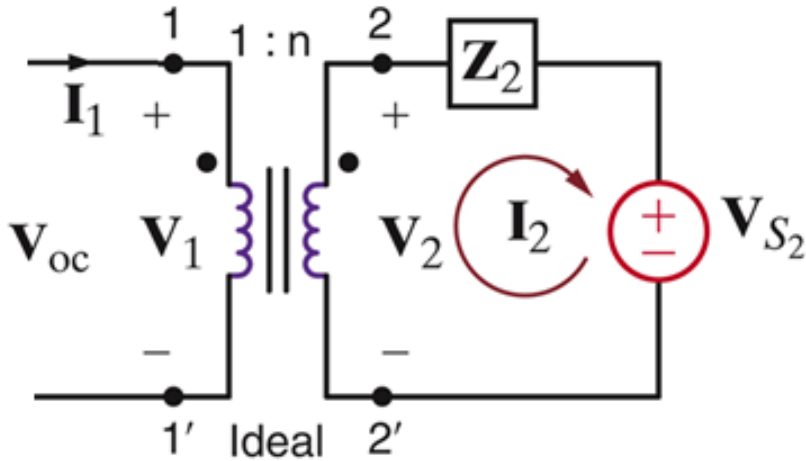
Trafolu Eşdeğer Devre

THEVENIN TEOREMİNİN KULLANIMI: BİRİNCİL TARAFYA YANSITMA



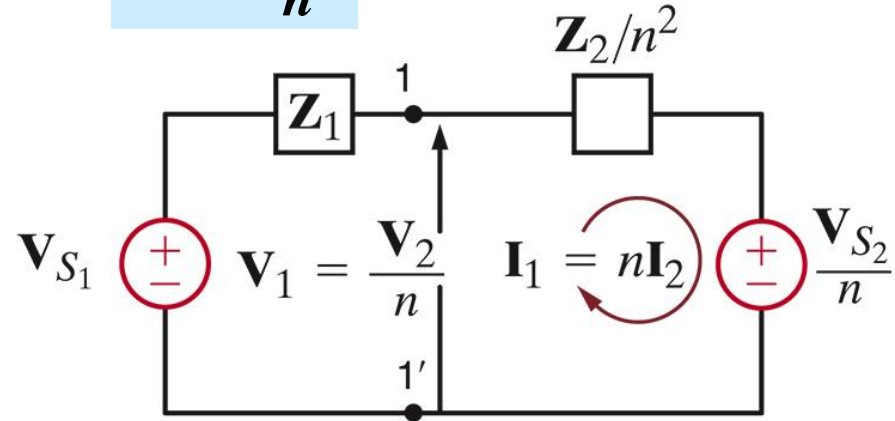
Thevenin empedansı birincil tarafa yansıtılmış ikincil taraf empedansı olacaktır.

$$Z_{TH} = \frac{Z_2}{n^2}$$



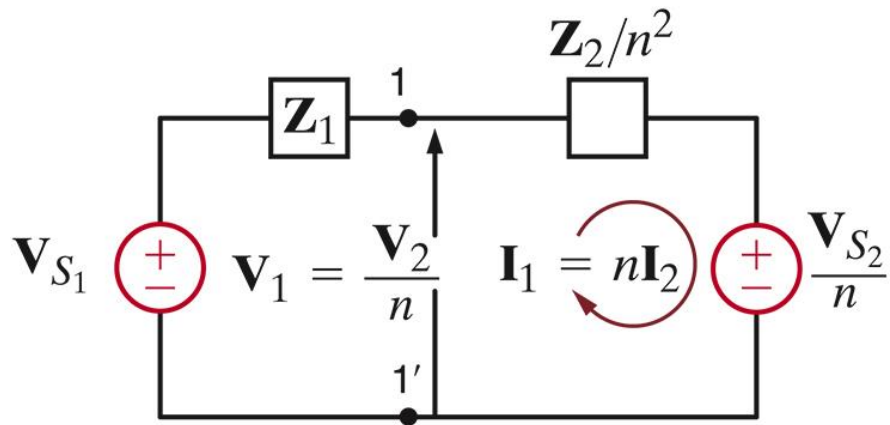
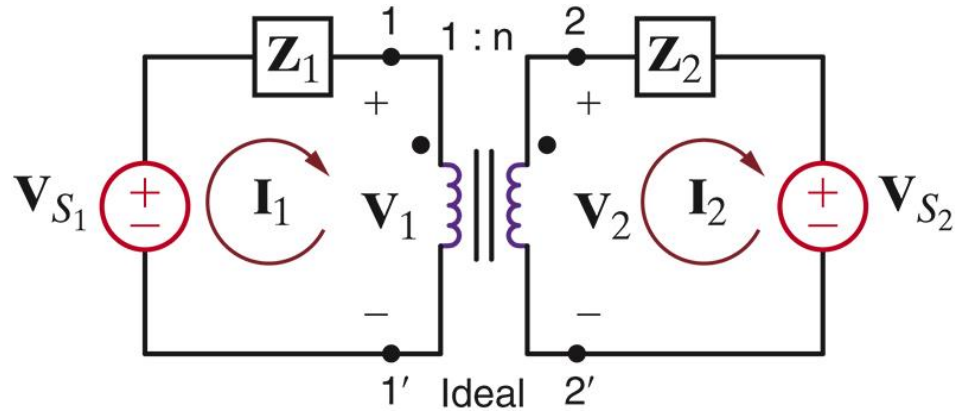
Acık devrede $I_1 = 0$ ve $I_2 = 0$

$$V_{OC} = \frac{V_{S2}}{n}$$

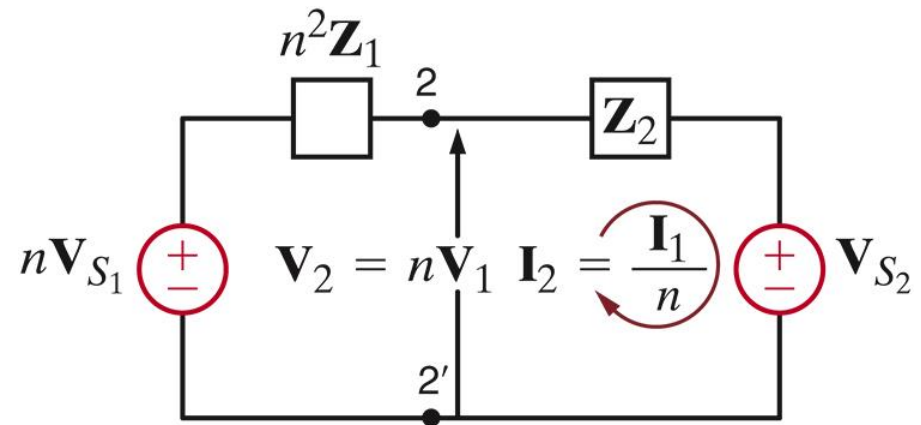


Birincil tarafa yansıtılmış Eşdeğer devre

TRAFOLU DEVRELERDE THEVENİN TEOREMİNİN KULLANIMI



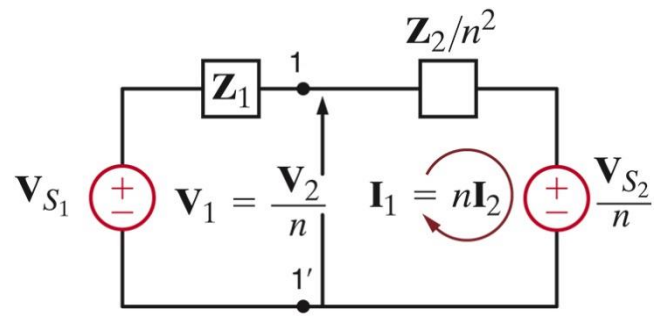
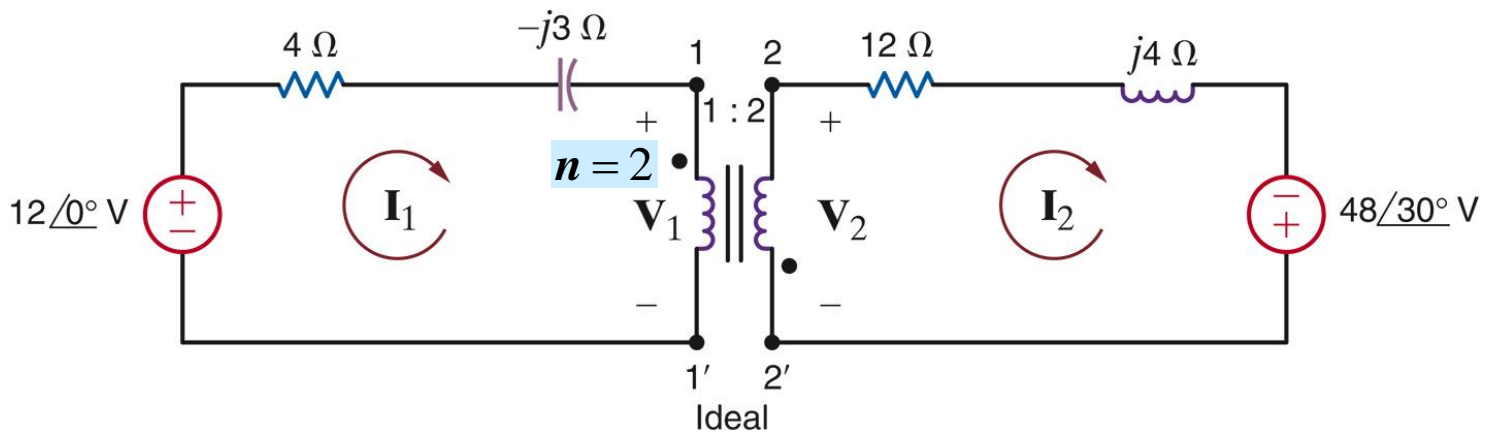
**Birincil tarafa yansıtılmış
Eşdeğer devre**



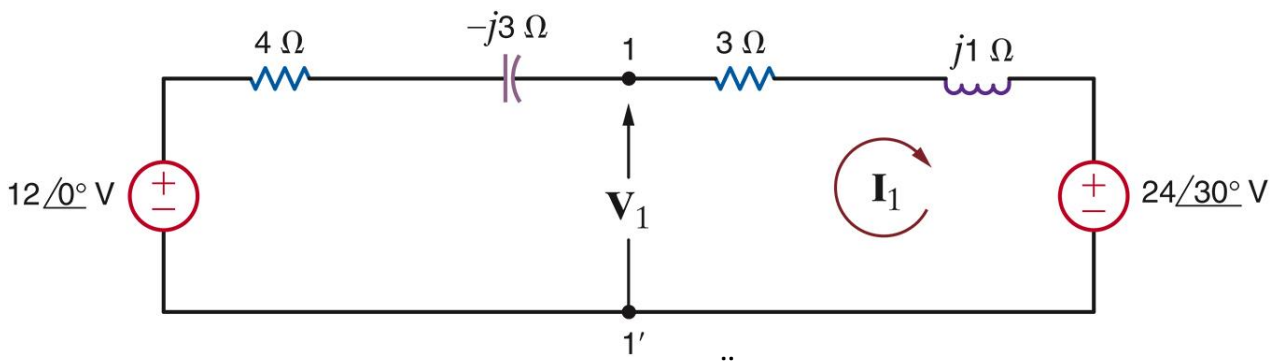
**ikincil tarafa yansıtılmış
Eşdeğer devre**

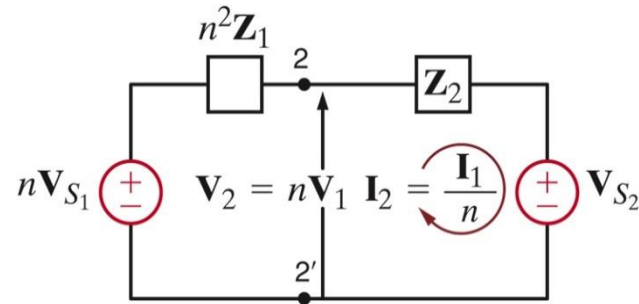
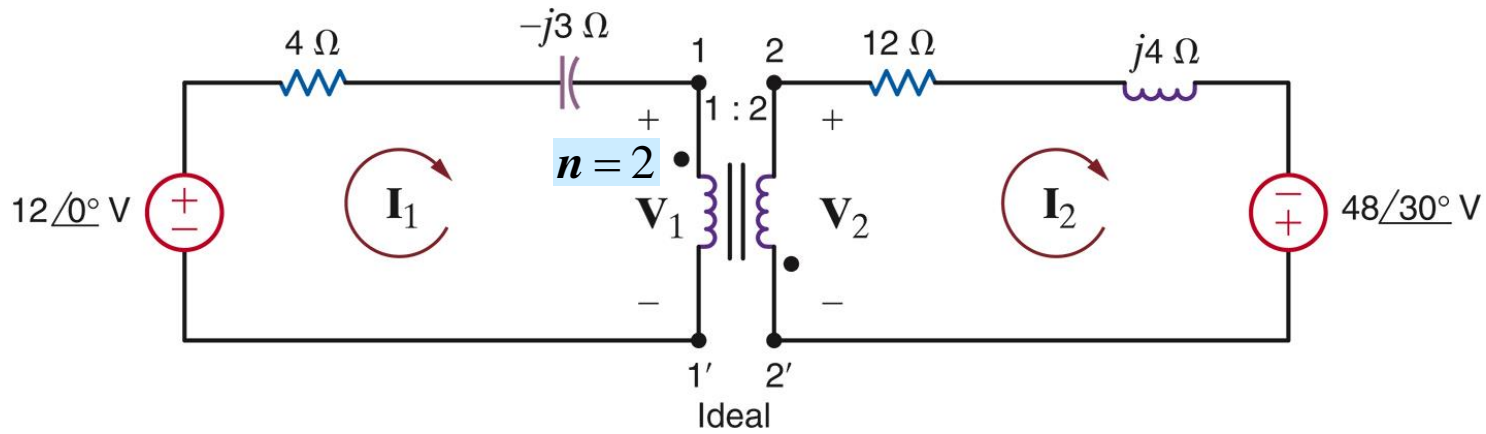
ÖRNEK

Birincil tarafa ve ikincil tarafa yansıtılmış Eşdeğer Devreleri çizin

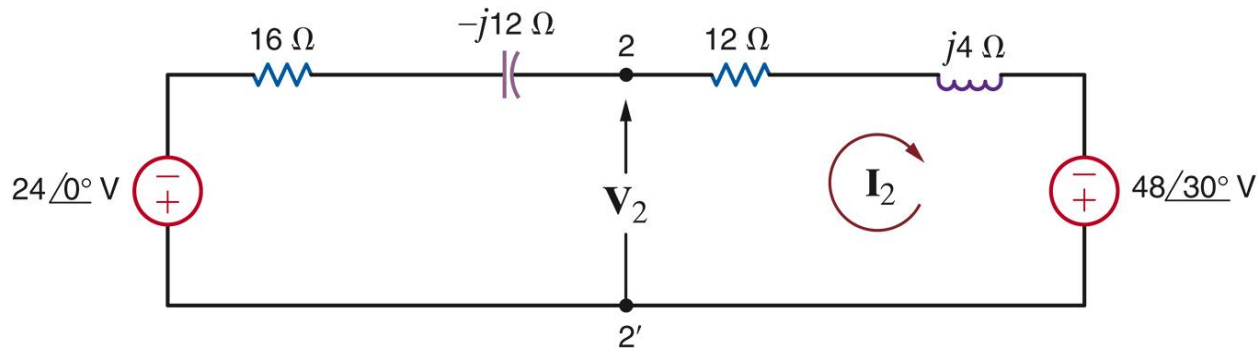


Birincil tarafa yansıtılmış Eşdeğer Devre



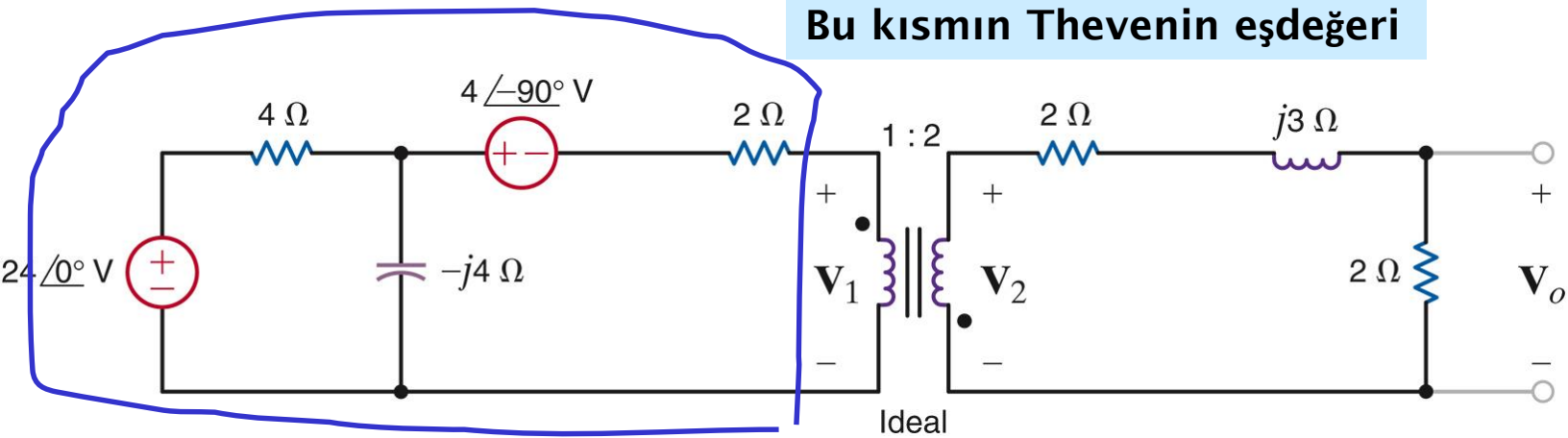
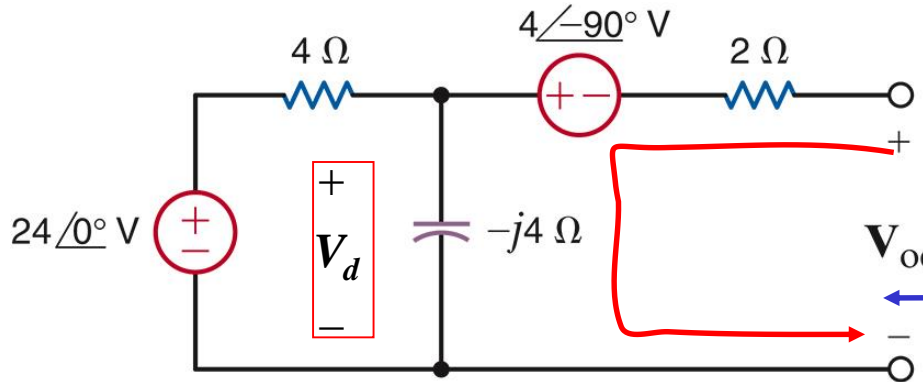


ikincil tarafa yansıtılmış Eşdeğer Devre



ÖRNEK **V_o Gerilimini bulun**

Bu kısmın Thevenin eşdeğeri

 **V_o 'i bulmak için ikincil tarafa yansıtılmak daha iyidir****Fakat daha önce birincil tarafı Thevenin Teoremini kullanarak sadeleştirelim**

$$V_{OC} = V_d - 4\angle -90^\circ$$

$$V_d = \frac{-j4}{4-j4} 24\angle 0^\circ = \frac{24\angle -90^\circ}{1-j}$$

$$V_{OC} = 14.42\angle -33.69^\circ (V)$$

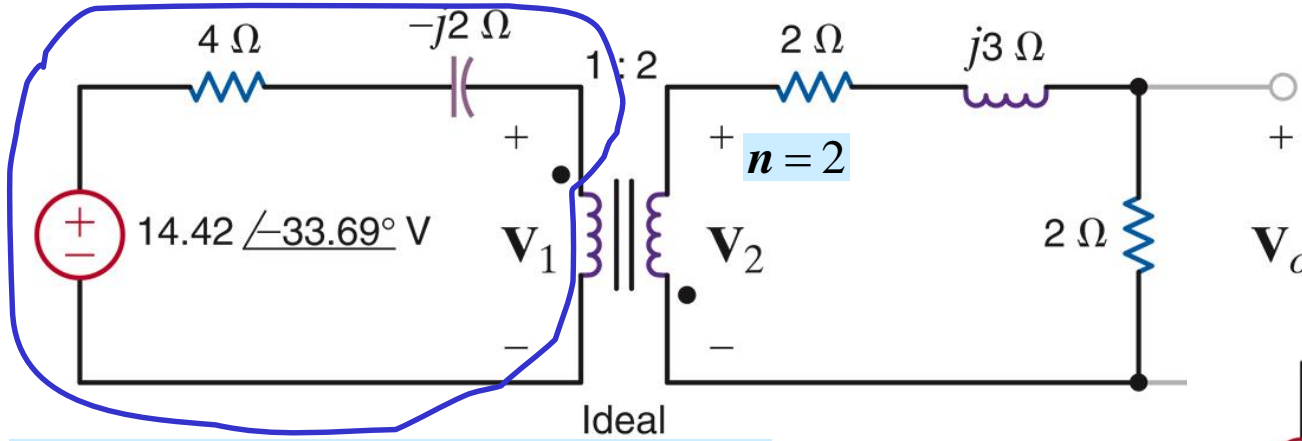
$$Z_{TH} = 2 + \frac{-j16}{4-j4} = \frac{8-j8-j16}{4-j4}$$

$$Z_{TH} = 2 + (4 \parallel -j4) \quad Z_{TH} = 4 - j2 (\Omega)$$

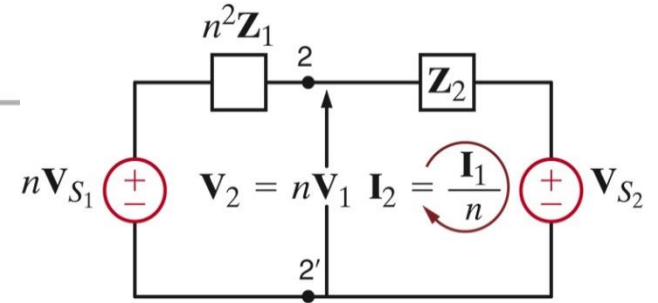
$$Z_{TH} = \frac{2-j6}{1-j} \times \frac{1+j}{1+j} = \frac{8-j4}{2}$$

Bu eşdeğer devre şimdi ikincil tarafa aktarılacaktır

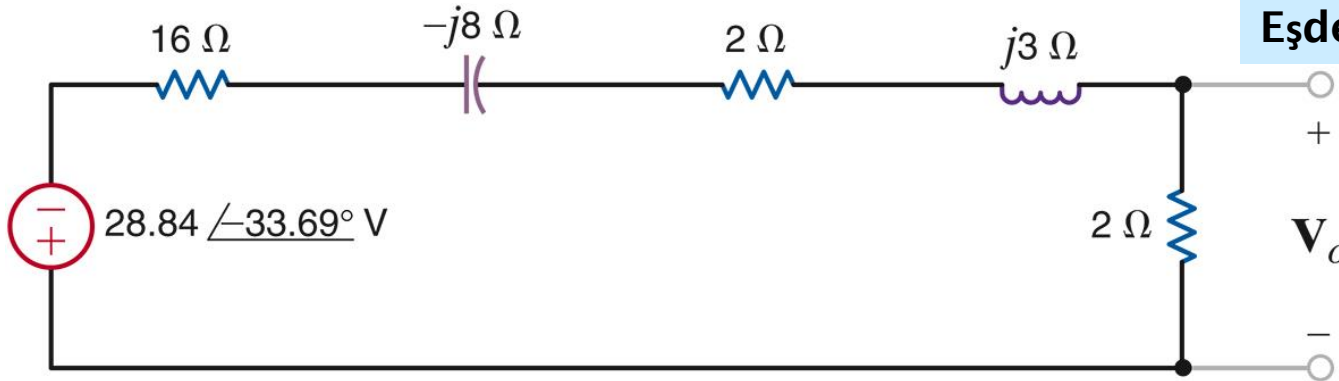
Örnek - Devam...



Birincil tarafın Thevenin eşdeğeri



ikincil tarafa yansıtılmış Eşdeğer devre

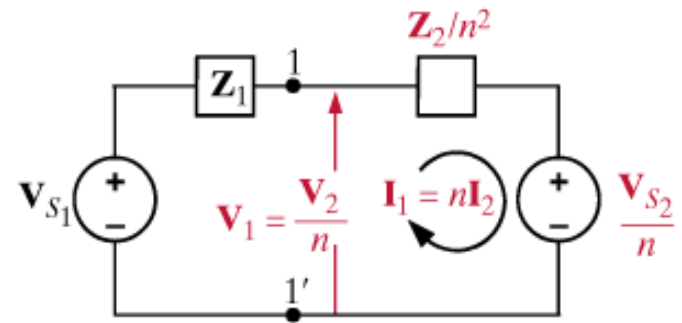
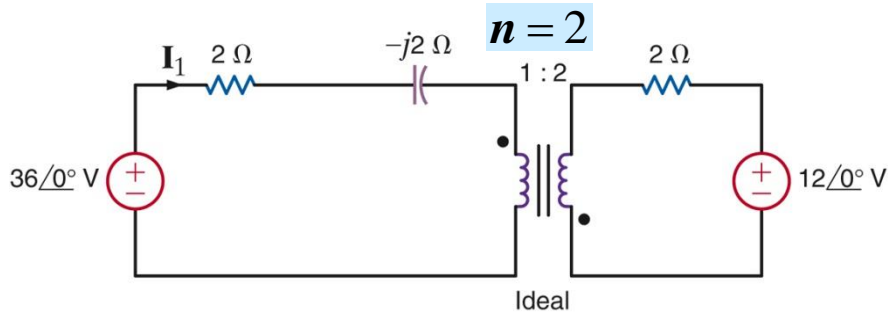


Birincil tarafı ikincil tarafa aktarılmış devre

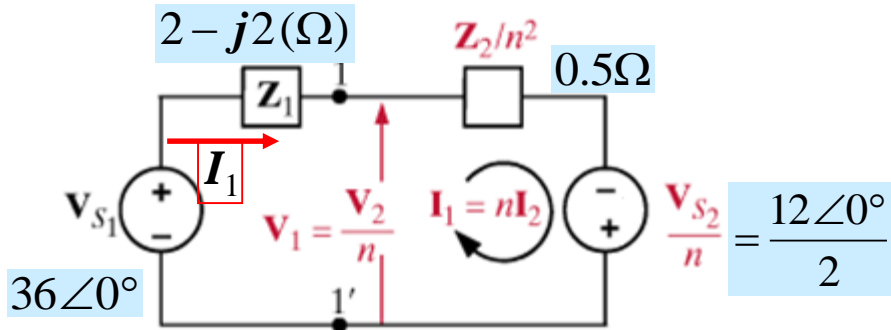
$$V_o = \frac{-2}{20 - j5} 28.84 \angle -33.69^\circ = -\frac{2 \times 28.84 \angle -33.69^\circ}{20.62 \angle -14.04^\circ} = 2.79 \angle 160.35^\circ$$

ÖRNEK

I_1 'i bulun



Birincil tarafa yansıtılmış Eşdeğer Devre



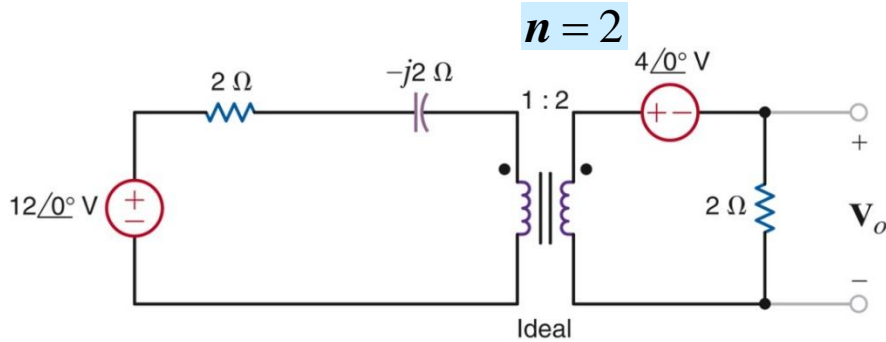
Noktaların konumuna dikkat edin

$$I_1 = \frac{36\angle 0^\circ + 6\angle 0^\circ}{2.5 - j2}$$

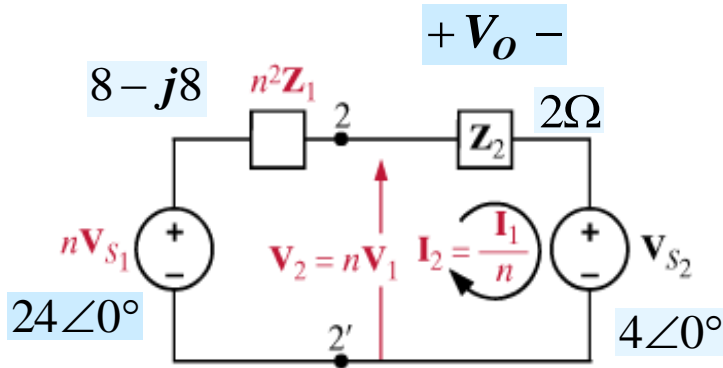
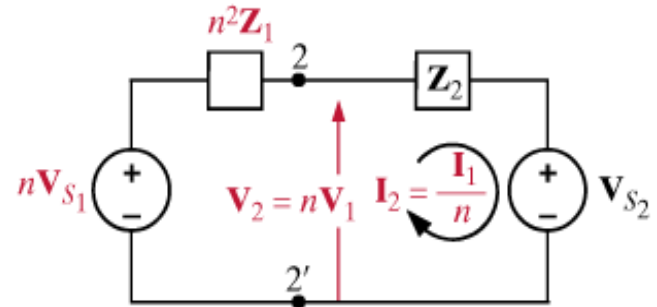
$$I_1 = 13.12\angle 38.66^\circ$$

ÖRNEK

V_o gerilimini bulun



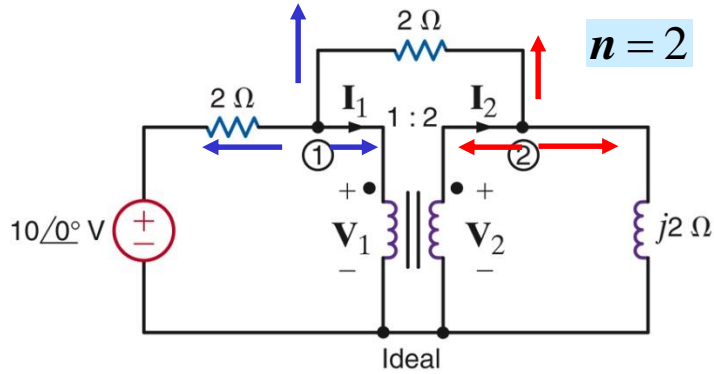
ikincil tarafa aktarın



$$V_o = \frac{2}{(8 - j8) + 2} 20 \angle 0^\circ$$

$$V_o = \frac{40 \angle 0^\circ}{12.81 \angle -38.66^\circ} = 3.12 \angle 38.66^\circ$$

ÖRNEK I_1, I_2, V_1, V_2 degerlerinin bulun



Aktarım yapılamaz. Trafo denklemlerini ve devre analizi gereçlerini kullanın.

ideal trafo için fazör denklemleri

$$V_1 = \frac{V_2}{n}$$

$$I_1 = nI_2$$

@ Dügüm 1: $\frac{V_1 - 10\angle 0^\circ}{2} + \frac{V_1 - V_2}{2} + I_1 = 0$

@ Dügüm 2: $\frac{V_2 - V_1}{2} + \frac{V_2}{j2} - I_2 = 0$

4 denklem 4 bilinmeyen!

$$2V_1 - V_2 + 2I_1 = 10\angle 0^\circ \Rightarrow I_1 = 5\angle 0^\circ$$

$$-V_1 + (1-j)V_2 - 2I_2 = 0$$

$$V_2 = 2V_1$$

$$I_1 = 2I_2$$

$$I_2 = 2.5\angle 0^\circ$$

$$-V_1 + (1-j)(2V_1) = 5\angle 0^\circ$$

$$V_1 = \frac{5\angle 0^\circ}{1-j2} = \frac{5\angle 0^\circ}{2.24\angle -63.43^\circ}$$

$$V_1 = \sqrt{5}\angle 63.43^\circ$$

$$V_2 = 2\sqrt{5}\angle 63.43^\circ$$

İDEAL TRANSFORMATÖRLÜ DEVRELERDE PROBLEM ÇÖZME STRATEJİSİ

1. adım:

Seçilen akım ve gerilim yönleri ile trafonun noktaları arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.

- Her iki tarafta da gerilim noktalı uçta ya da noktasız uçta pozitif kabul edilmiş ise, o zaman $(v_1/v_2)=(N_1/N_2)$ olur.
- Eğer bir tarafta noktalı ucun diğer tarafta noktasız ucun gerilimi pozitif kabul edilmiş ise, o zaman $(v_1/v_2)=(-N_1/N_2)$ olur.
- Eğer bir akım noktalı uca giriyor olarak diğeri noktalı uçtan çıkıyor olarak tanımlanmış ise, o zaman $(N_1i_1)=(N_2i_2)$ olur. Aksi durumda $(N_1i_1)=(-N_2i_2)$ olur.

2. adım:

Eğer trafonun iki sargısı arasında elektriksel bir bağlantı yoksa,

- Trafonun bir tarafındaki elemanları diğer tarafa yansıtarak ideal trafoyu aradan çıkarınız.
- Empedansları yansıtırken sadece genliklerinin değiştirileceğini unutmayınız.
- Yansıtma sonucunda elde edilen devreyi devre analizi teknikleri ile çözünüz.
- Bulunan akım ve gerilimleri tekrar geri yansıtarak arananları bulunuz.

3. adım:

Eğer trafonun iki sargısı arasında elektriksel bir bağlantı varsa;

- Düğüm veya çevre analizi yöntemlerini kullanarak devre denklemlerini yazınız.
- Trafonun gerilimleri ve akımları arasındaki ilişkiyi kullanarak denklemleri çözünüz.

4. adım:

Alternatif bir yaklaşım olarak;

- Devreyi basitleştirmek için Thevenin veya Norton teoremlerini kullanarak ideal trafoyu aradan çıkarınız ve basitleştirilmiş devreyi çözünüz.