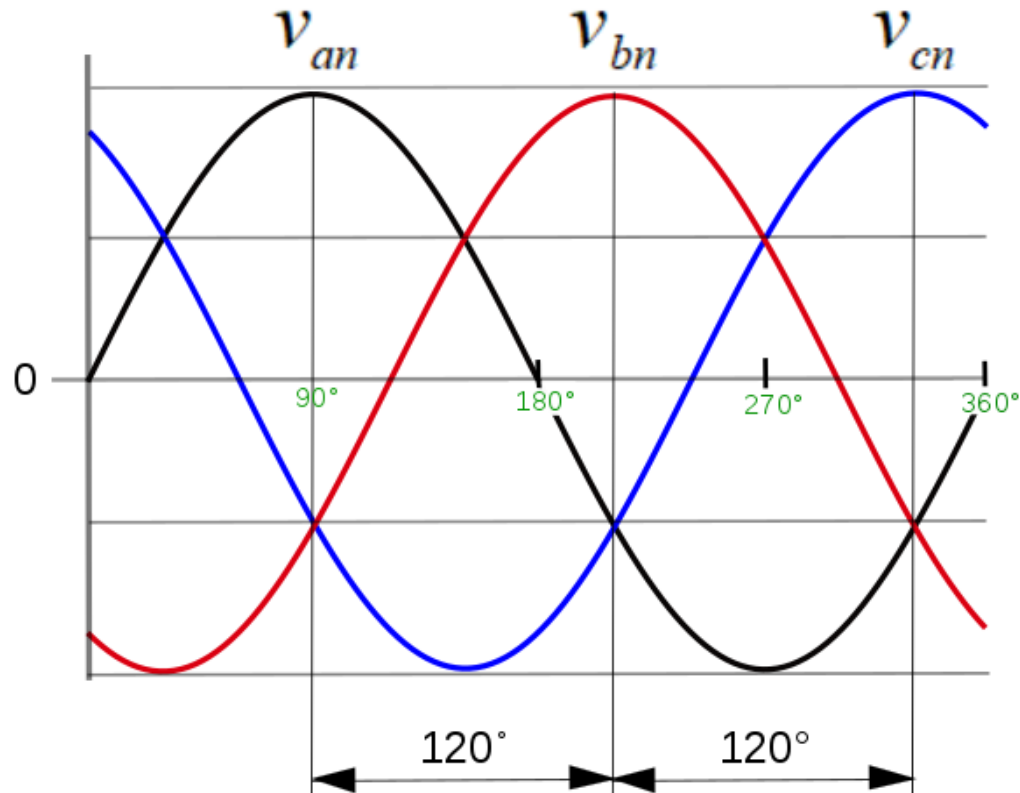


# ÇOK FAZLI DEVRELER



# ÇOK FAZLI DEVRELER

## ÖĞRENME HEDEFLERİ

Üç Fazlı Devreler  
Üç Fazlı Devrelerin Avantajları

Üç Fazlı Bağlantılar  
Üç fazlı devreler için temel konfigürasyonlar

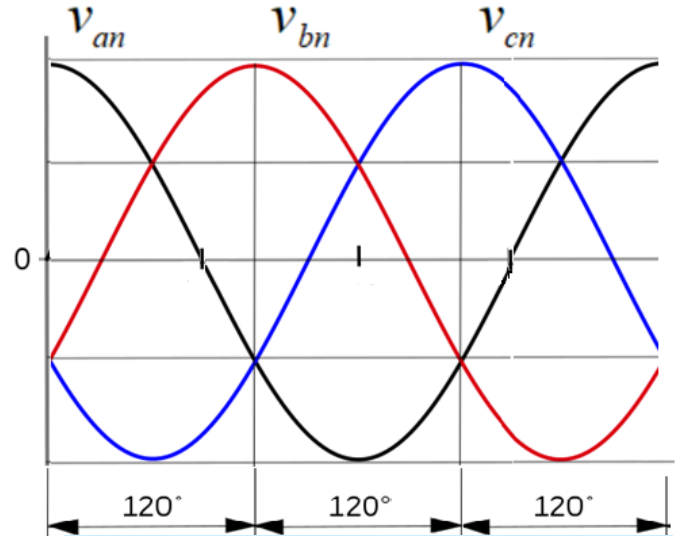
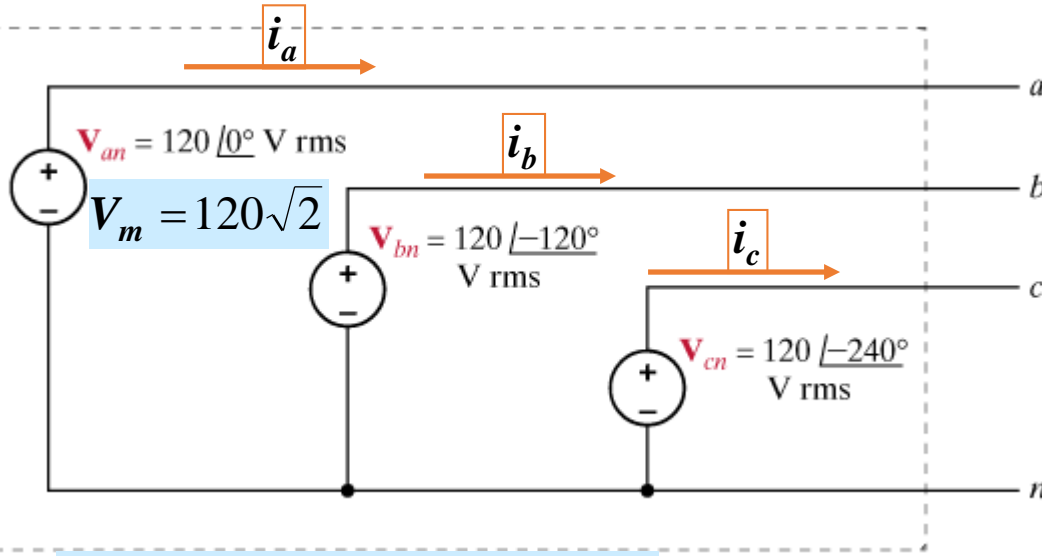
Kaynak / Yük Bağlantıları  
Üçgen-Yıldız bağlantıları

Güç ilişkileri  
Üç fazlı devreler tarafından dağıtılan güç

Güç Faktörünün Düzeltilmesi  
Üç fazlı devreler için güç faktörünün iyileştirilmesi

# Üç Fazlı Devreler

# ÜÇ FAZLI DEVRELER



## Dengeli Faz Akimlari

$$i_a(t) = I_m \cos(\omega t - \theta)$$

$$i_b(t) = I_m \cos(\omega t - \theta - 120^\circ)$$

$$i_c(t) = I_m \cos(\omega t - \theta - 240^\circ)$$

## Anlik Faz Gerilimleri

$$v_{an}(t) = V_m \cos(\omega t)(V)$$

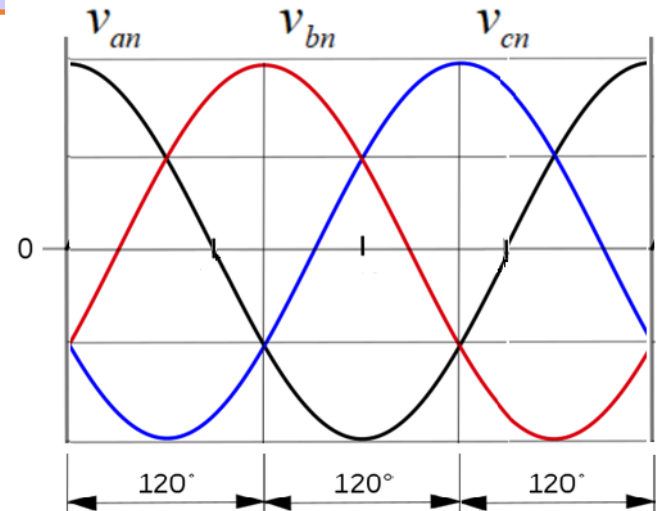
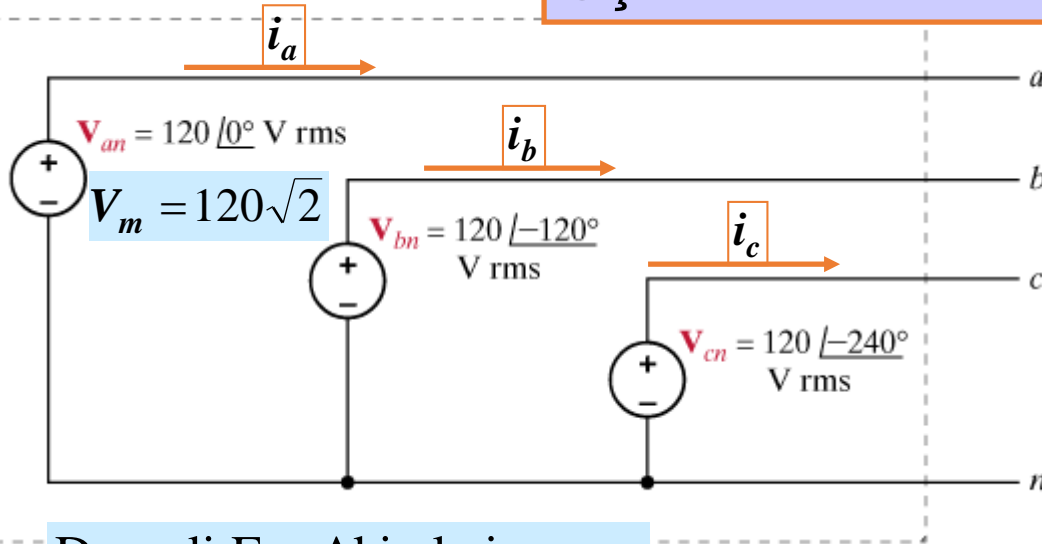
$$v_{bn}(t) = V_m \cos(\omega t - 120^\circ)(V)$$

$$v_{cn}(t) = V_m \cos(\omega t - 240^\circ)(V)$$

*Eğer gerilim kaynaklarının frekansları ile genlikleri aynı ve aralarında 120° faz farkı var ise böyle bir kaynağa dengeli üç fazlı gerilim kaynağı denir.*

*Eğer bu kaynağa bağlı yükten geçen akımların genlikleri de aynı ise bir bütün olarak bu sisteme dengeli üç fazlı sistem denir.*

# ÜÇ FAZLI DEVRELER



## Dengeli Faz Akimlari

$$i_a(t) = I_m \cos(\omega t - \theta)$$

$$i_b(t) = I_m \cos(\omega t - \theta - 120^\circ)$$

$$i_c(t) = I_m \cos(\omega t - \theta - 240^\circ)$$

## Anlik Faz Gerilimleri

$$v_{an}(t) = V_m \cos(\omega t)(V)$$

$$v_{bn}(t) = V_m \cos(\omega t - 120^\circ)(V)$$

$$v_{cn}(t) = V_m \cos(\omega t - 240^\circ)(V)$$

## Anlik Güc

$$p(t) = v_{an}(t)i_a(t) + v_{bn}(t)i_b(t) + v_{cn}(t)i_c(t)$$

**Teorem:** Dengeli üç fazlı bir devrede anlık güç sabittir

$$p(t) = 3 \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta (W)$$

## Teoremin İspatı

Dengeli üç fazlı bir devrede anlık güç sabittir

$$\cos(120) = -0.5$$

Anlık güç

$$p(t) = v_{an}(t)i_a(t) + v_{bn}(t)i_b(t) + v_{cn}(t)i_c(t)$$

$$p(t) = V_m I_m \left[ \begin{array}{l} \cos \omega t \cos(\omega t - \theta) \\ + \cos(\omega t - 120) \cos(\omega t - 120 - \theta) \\ + \cos(\omega t - 240) \cos(\omega t - 240 - \theta) \end{array} \right]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} \left[ \begin{array}{l} 3 \cos \theta + \cos(2\omega t - \theta) \\ + \cos(2\omega t - 240 - \theta) \\ + \cos(2\omega t - 480 - \theta) \end{array} \right]$$

$$\phi = \omega t - \theta$$

$$\cos(\phi - 240) = \cos(\phi + 120)$$

$$\cos(\phi - 480) = \cos(\phi - 120)$$

Teorem

$$\cos \phi + \cos(\phi - 120) + \cos(\phi + 120) = 0$$

İspat

$$\cos \phi = \cos \phi$$

$$\cos(\phi - 120) = \cos \phi \cos(120) + \sin \phi \sin(120)$$

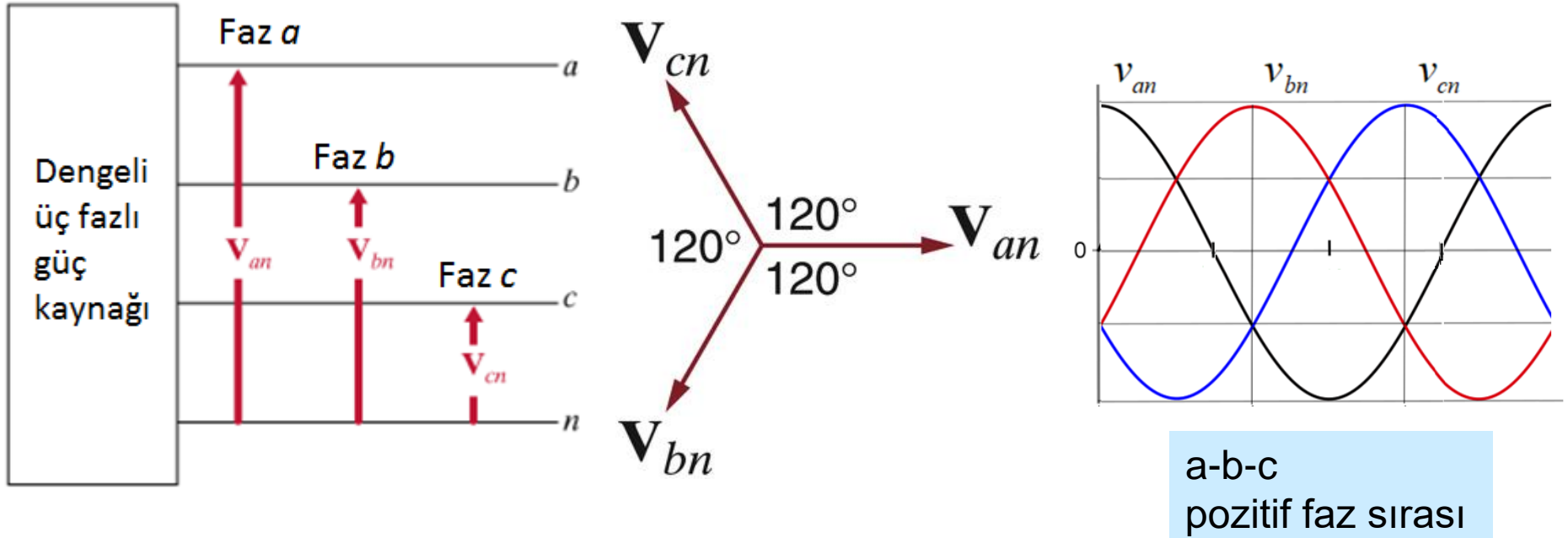
$$\cos(\phi + 120) = \cos \phi \cos(120) - \sin \phi \sin(120)$$

$$\cos \phi + \cos(\phi - 120) + \cos(\phi + 120) = 0$$

$$p(t) = 3 \frac{V_m I_m}{2} \cos \theta (W)$$

# Üç Fazlı Bağlantılar

# ÜÇ FAZLI BAĞLANTILAR



$$\mathbf{V}_{an} = V_F \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{V}_{bn} = V_F \angle -120^\circ$$

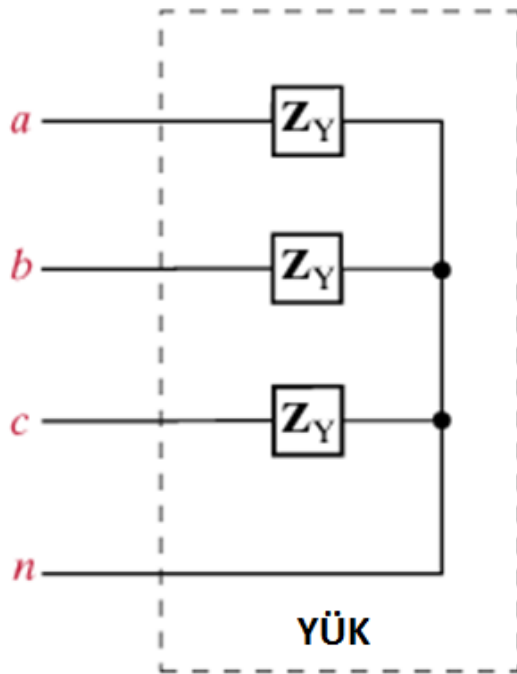
$$\mathbf{V}_{cn} = V_F \angle +120^\circ$$

$$\mathbf{V}_{an} + \mathbf{V}_{bn} + \mathbf{V}_{cn} = 0$$

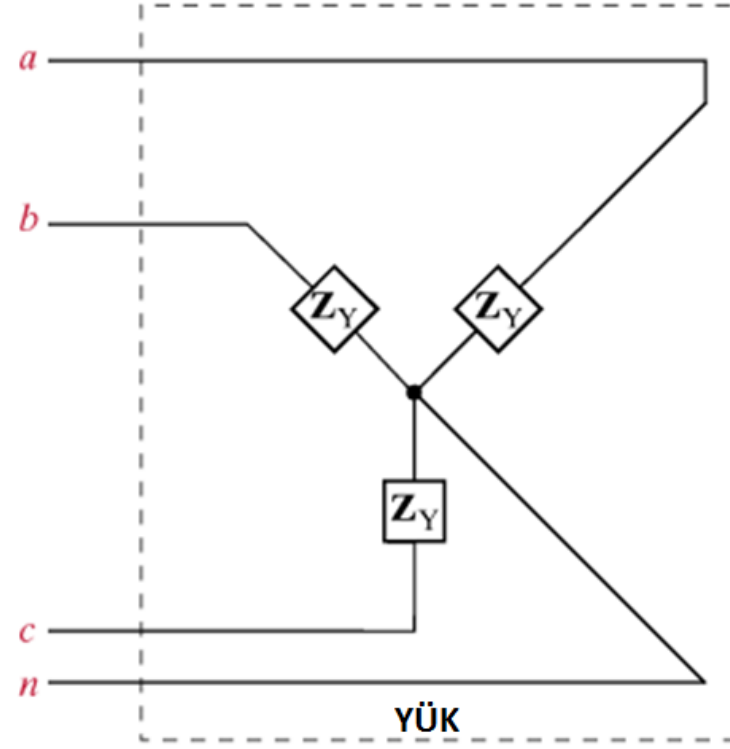
*Aksi belirtilmedikçe  $\angle \mathbf{V}_{an} = 0^\circ$  alınacaktır.*

# ÜÇ FAZLI YÜK BAĞLANTILARI

## Yıldız (Y) Bağlı Yükler



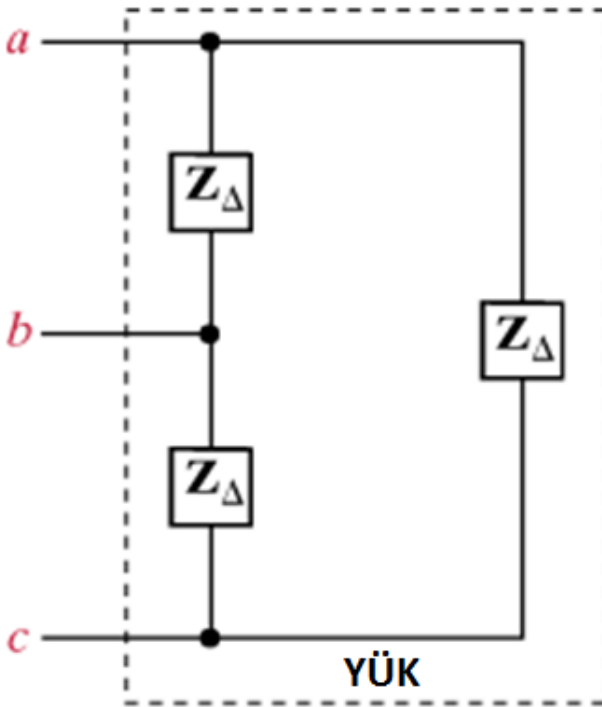
(a)



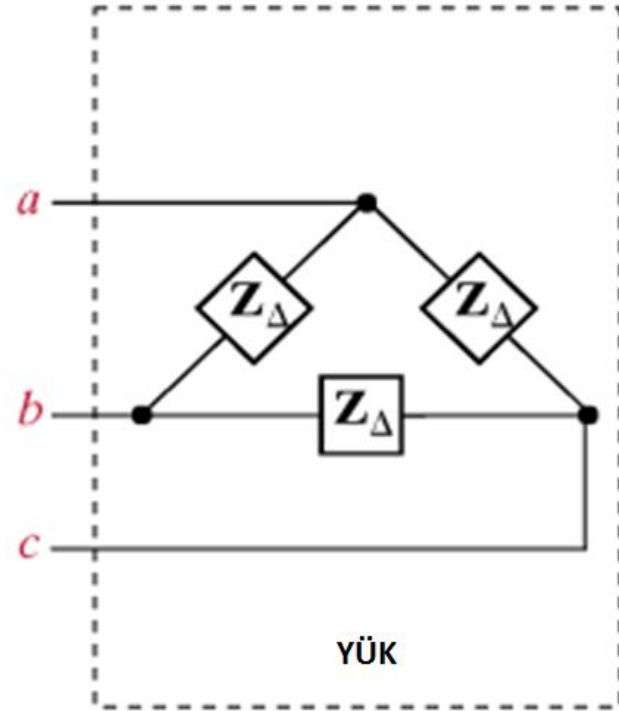
(b)

# ÜÇ FAZLI YÜK BAĞLANTILARI

## Üçgen ( $\Delta$ ) Bağlı Yükler



(a)



(b)

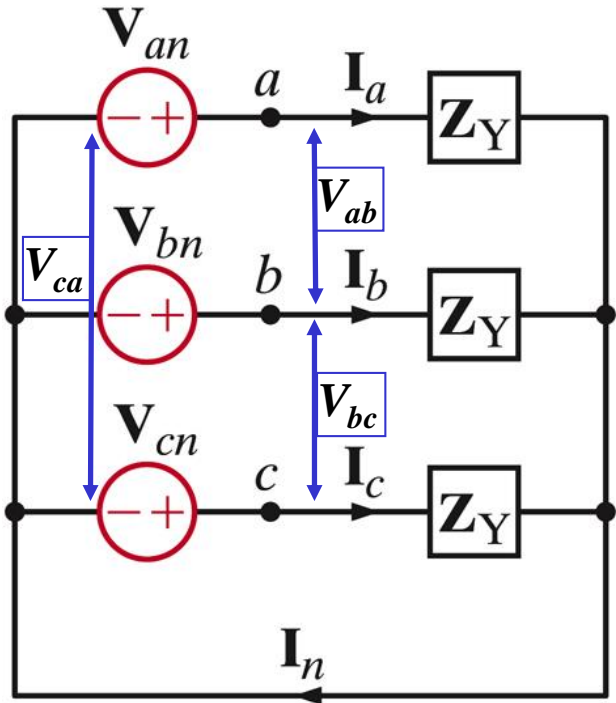
# Kaynak / Yk Bağlantıları

## KAYNAK / YÜK BAĞLANTILARI

1. Yıldız-Yıldız Bağlantı
2. Yıldız-Üçgen Bağlantı
3. Üçgen-Yıldız Bağlantı
4. Üçgen-Üçgen Bağlantı

# KAYNAK / YÜK BAĞLANTILARI

## DENGELİ Y-Y BAĞLANTI



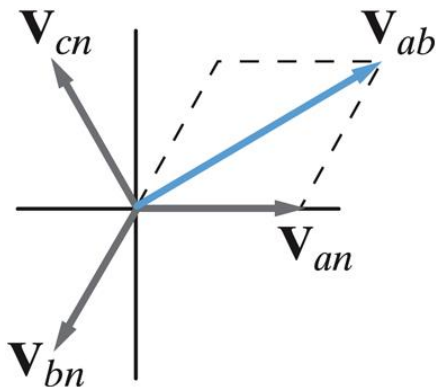
$$V_{an} = |V_F| \angle 0^\circ$$

$$V_{bn} = |V_F| \angle -120^\circ$$

$$V_{cn} = |V_F| \angle 120^\circ$$

Pozitif faz sırası gerilimleri

Hat gerilimleri



$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn}$$

$$V_{ab} = |V_F| \angle 0^\circ - |V_F| \angle -120^\circ$$

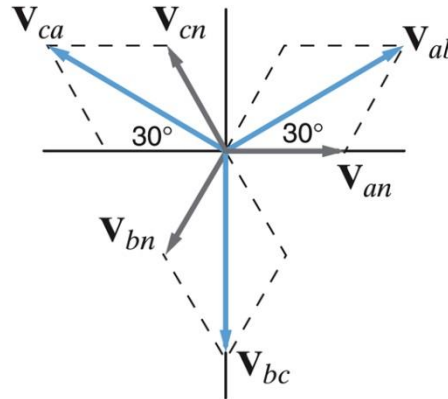
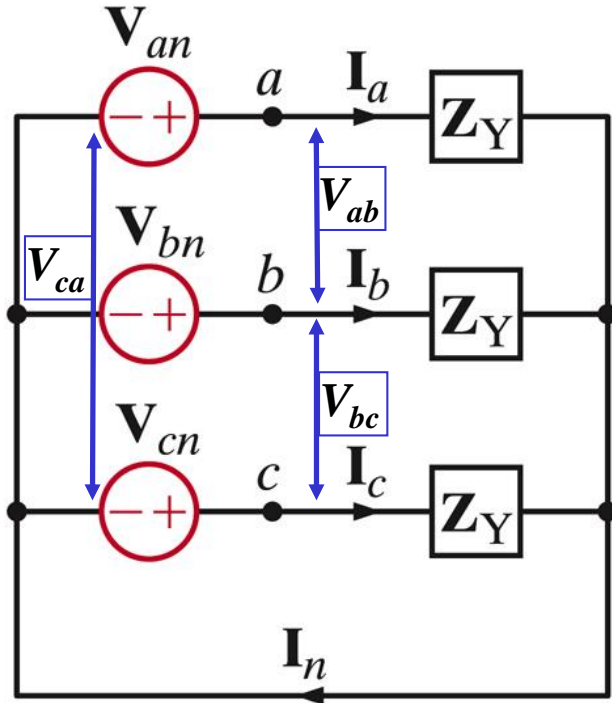
$$V_{ab} = |V_F| - |V_F| \left[ -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$V_{ab} = |V_F| \left[ \frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$V_{ab} = \sqrt{3} |V_F| \angle 30^\circ$$

# KAYNAK / YÜK BAĞLANTILARI

## DENGELİ Y-Y BAĞLANTI - devam



$$V_{ab} = \sqrt{3} |V_F| \angle 30^\circ$$

$$V_{bc} = \sqrt{3} |V_F| \angle -90^\circ$$

$$V_{ca} = \sqrt{3} |V_F| \angle -210^\circ$$

$$V_H = \sqrt{3} V_F \Rightarrow \text{Hat Gerilimi}$$

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_Y}; I_b = \frac{V_{bn}}{Z_Y}; I_c = \frac{V_{cn}}{Z_Y}$$

$$I_a = |I_H| \angle \theta^\circ$$

$$I_b = |I_H| \angle \theta - 120^\circ$$

$$I_c = |I_H| \angle \theta + 120^\circ$$

$$I_a + I_b + I_c = I_n = 0$$

Dengeli devrelerde sadece bir fazı analiz etmek yeterlidir

## ÖRNEK

*a, b, c pozitif faz sıralı üç fazlı gerilim kaynağı dengeli yıldız olarak bağlanmıştır.*

$V_{ab} = 208 \angle -30^\circ \text{ Vrms}$  ise faz gerilimleri nedir?

## ÇÖZÜM

$$V_F = \frac{208}{\sqrt{3}}$$

$$V_F = 120 \text{ Vrms}$$

İP UCU

$$\underline{V}_{an} = \underline{V}_{ab} - 30^\circ$$

$$\underline{V}_{ab} = \underline{V}_{an} + 30^\circ$$

$$V_{ab} = \sqrt{3} V_{an}$$

*Hat ve faz gerilimleri arasındaki faz ilişkileri;*

$$V_{an} = 120 \angle (-30^\circ - 30^\circ) \text{ Vrms}$$

$$V_{bn} = 120 \angle -180^\circ \text{ Vrms}$$

$$V_{cn} = 120 \angle +60^\circ \text{ Vrms}$$

## ÖRNEK

*Üç fazlı yıldız bağlı yük, a,b,c pozitif faz sıralı dengeli üç fazlı yıldız bağlı kaynak tarafından beslenmektedir.*

$$V_f = 120 V_{RMS}$$

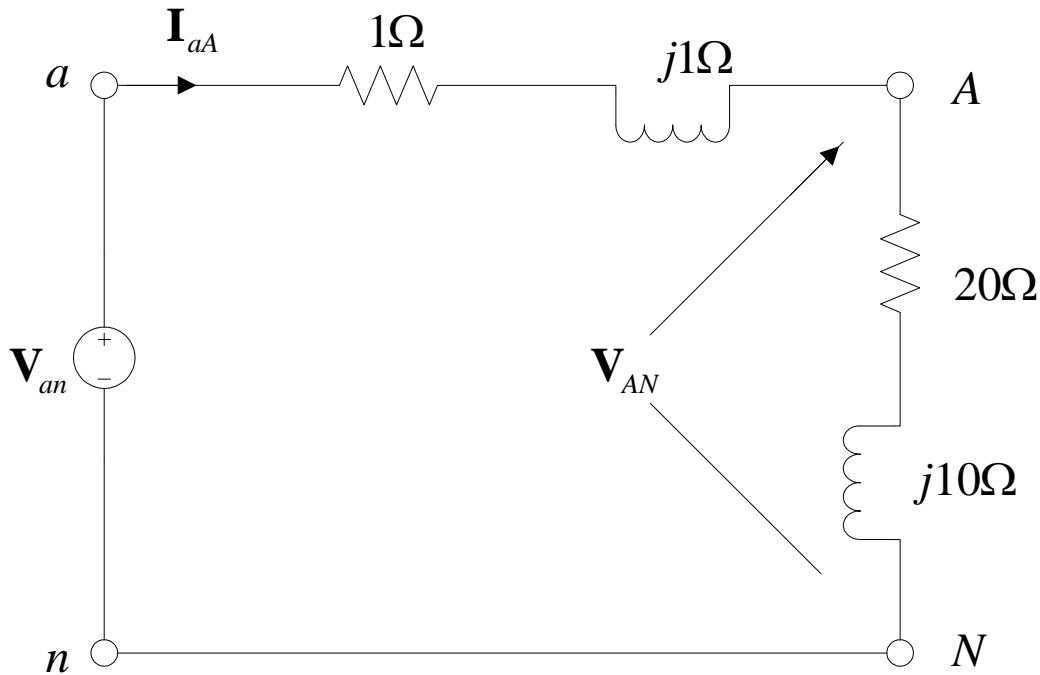
*Bir faz için hat empedansı =  $1 + j1$  ohm*

*Bir faz için yük empedansı =  $20 + j10$  ohm*

*ise;*

*Hat akımları ve yük gerilimleri nedir?*

## ÇÖZÜM



*Faz gerilimleri;*

$$V_{an} = 120 \angle 0^\circ \text{ Vrms}$$

$$V_{bn} = 120 \angle -120^\circ \text{ Vrms}$$

$$V_{cn} = 120 \angle +120^\circ \text{ Vrms}$$

*a fazı için hat akımı;*

$$I_{aA} = \frac{120 \angle 0^\circ}{21 + j11}$$

$$I_{aA} = 5,06 \angle -27,65^\circ \text{ Arms}$$

*a fazı için yük gerilimi*

$$\mathbf{V}_{AN} = (5.06 \angle -27.65^\circ)(20 + j10)$$

$$\mathbf{V}_{AN} = 113.15 \angle -1.08^\circ \text{Vrms}$$

*Buradan diğer akım ve gerilimleri türetebiliriz*

$$\mathbf{I}_{bB} = 5.06 \angle -147.65^\circ \text{Arms}$$

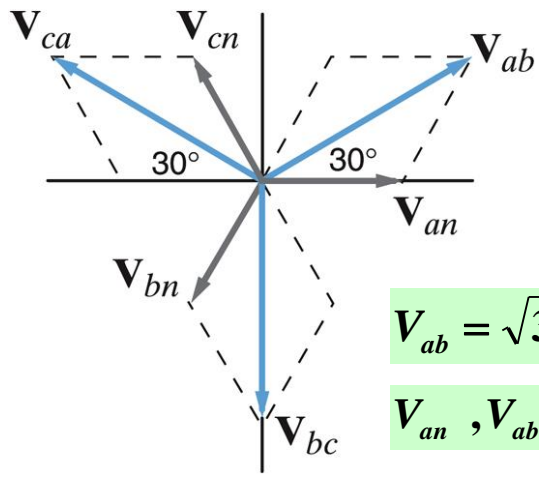
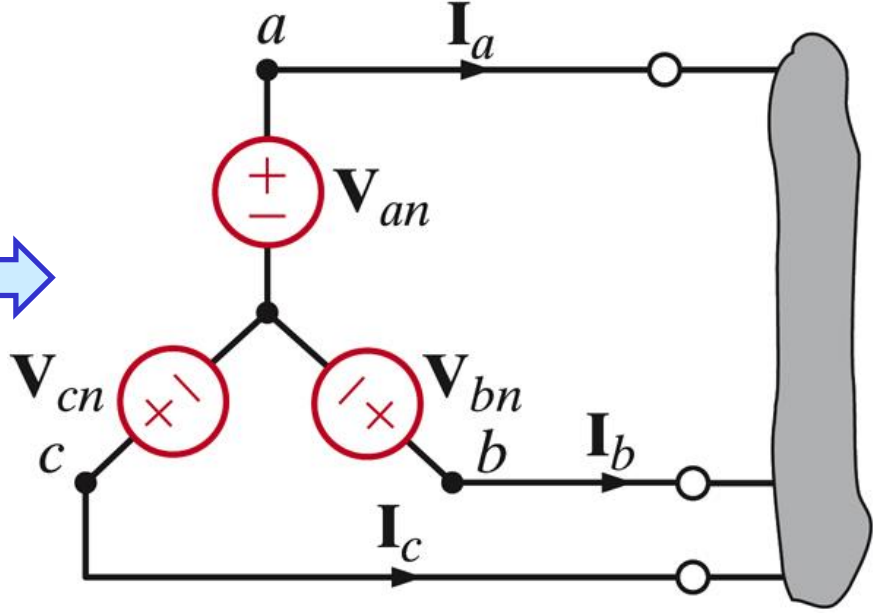
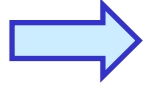
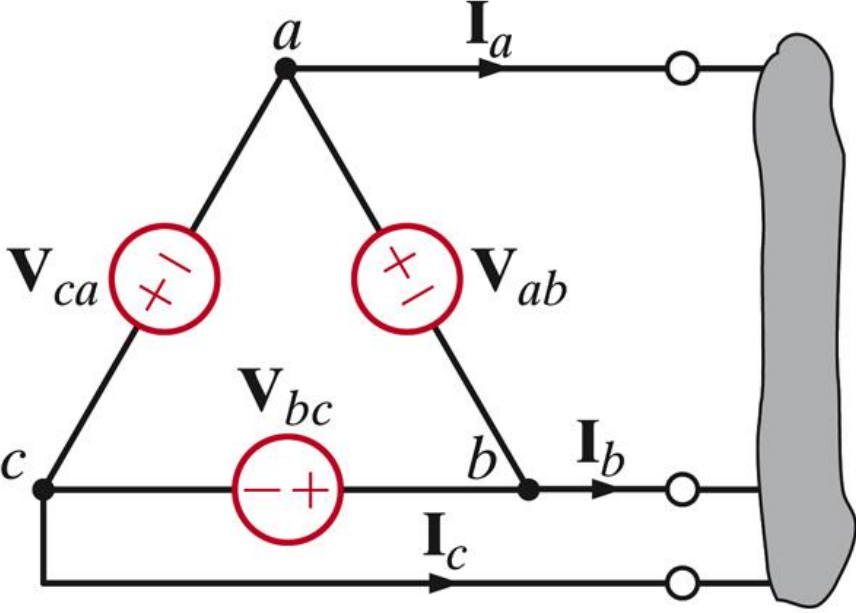
$$\mathbf{I}_{cC} = 5.06 \angle -267.65^\circ \text{Arms}$$

$$\mathbf{V}_{BN} = 113.15 \angle -121.08^\circ \text{Vrms}$$

$$\mathbf{V}_{CN} = 113.15 \angle -241.08^\circ \text{Vrms}$$

# ÜÇGEN BAĞLI KAYNAKLAR

Eşdeğer Y bağlantıya çevirin



$$V_{ab} = \sqrt{3} |V_F| \angle 30^\circ$$

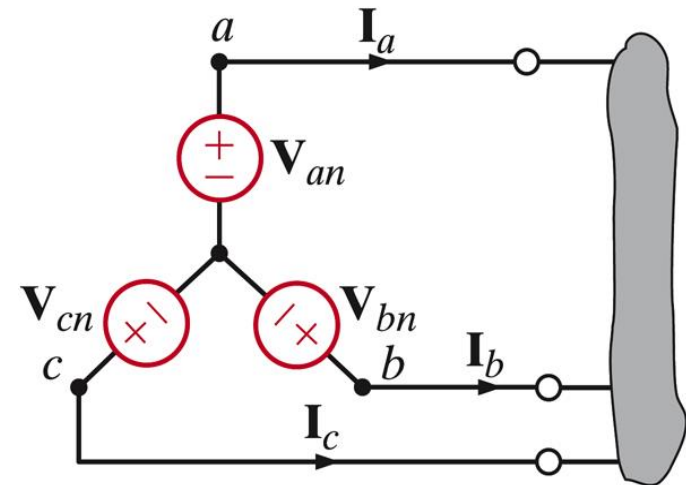
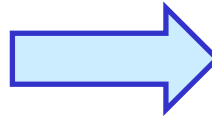
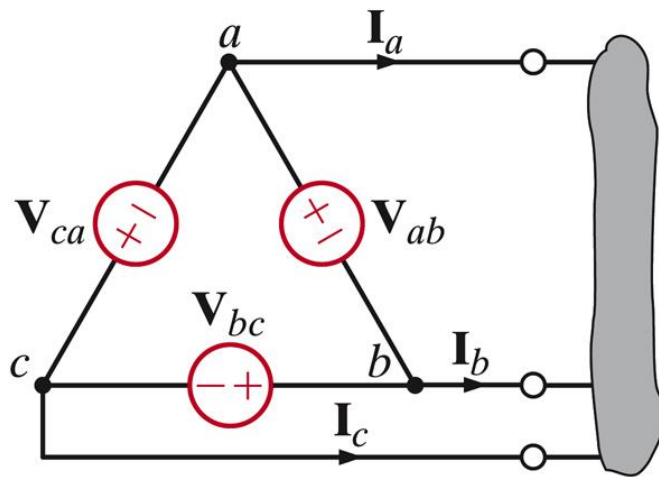
$V_{an}$ ,  $V_{ab}$  'den  $30^\circ$  geridir

$$\left. \begin{aligned} V_{ab} &= V_H \angle 0^\circ \\ V_{bc} &= V_H \angle -120^\circ \\ V_{ca} &= V_H \angle 120^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{aligned} V_{an} &= \frac{V_H}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \\ V_{bn} &= \frac{V_H}{\sqrt{3}} \angle -150^\circ \\ V_{cn} &= \frac{V_H}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ \end{aligned} \right.$$

Faz ve hat gerilimleri arasındaki ilişki

## ÜÇGEN BAĞLI KAYNAKLAR -devam



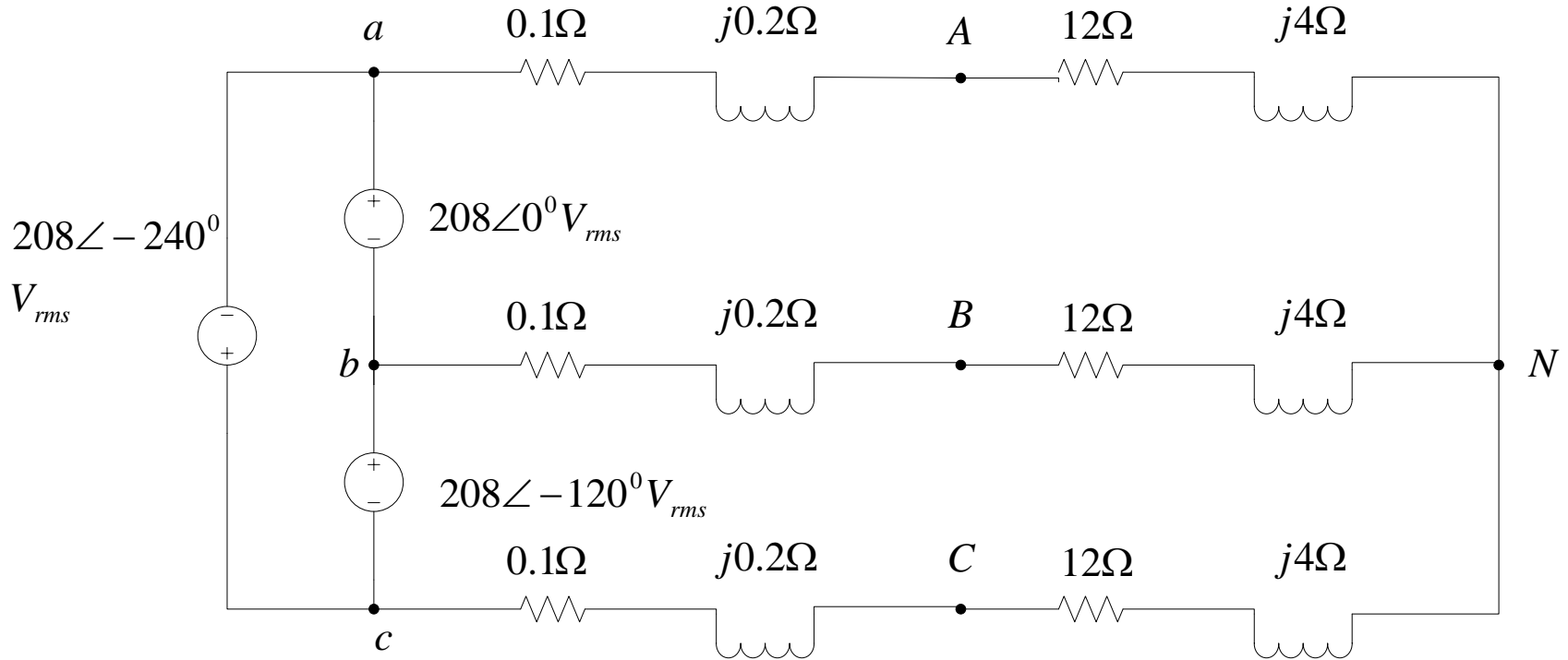
Örnek

Eşdeğer Y bağlantıya çevirin

$$\left. \begin{aligned} V_{ab} &= 208 \angle 60^\circ \\ V_{bc} &= 208 \angle -60^\circ \\ V_{ca} &= 208 \angle 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

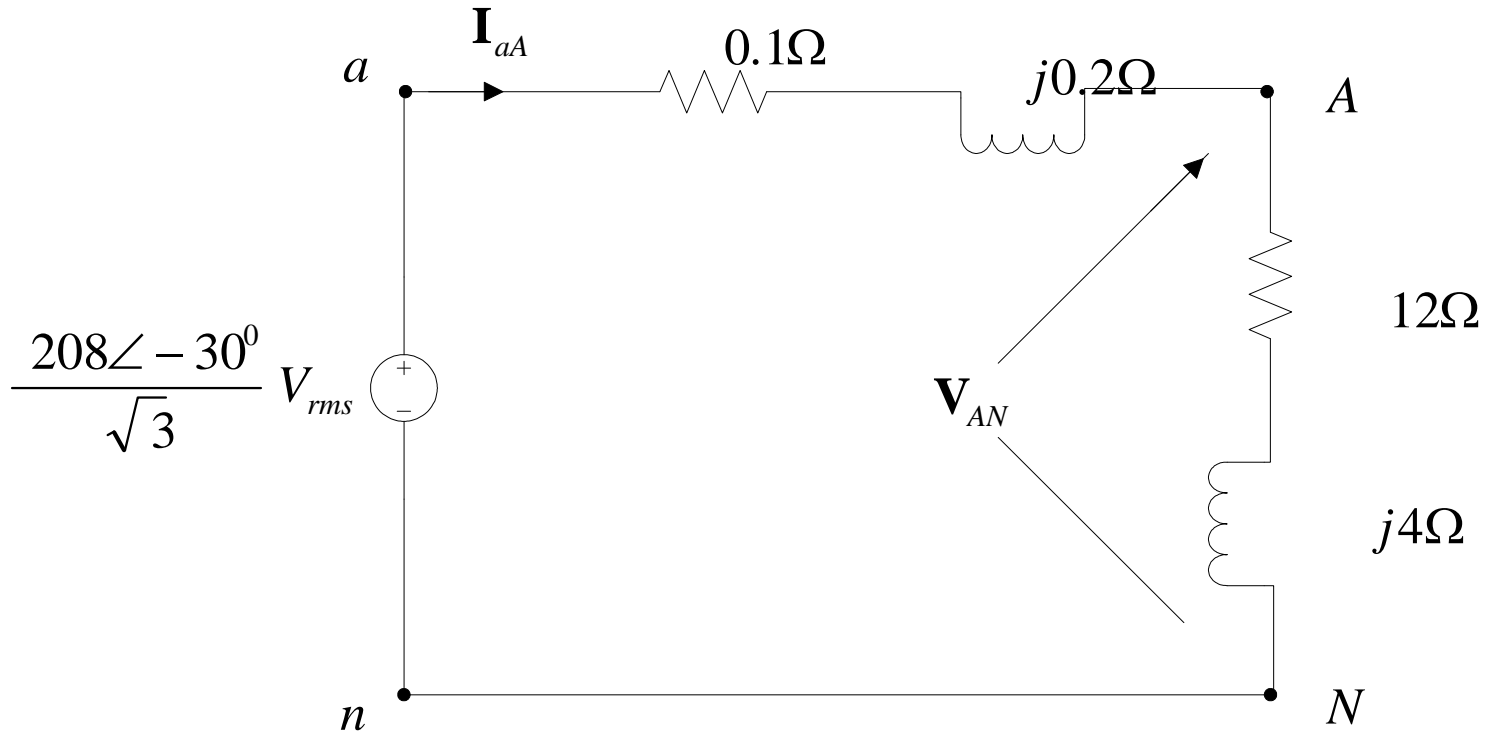
$$\left\{ \begin{aligned} V_{an} &= 120 \angle 30^\circ \\ V_{bn} &= 120 \angle -90^\circ \\ V_{cn} &= 120 \angle 150^\circ \end{aligned} \right.$$

## Örnek;



*Hat akımlarını ve yük üzerindeki hat gerilimlerinin büyüklüklerini bulunuz?*

# Çözüm;



*Hat akımları;*

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{(208 / \sqrt{3}) \angle -30^\circ}{12.1 + j4.2}$$

$$\mathbf{I}_{aA} = 9.38 \angle -49.14^\circ \text{ Arms}$$

*ve*

$$\mathbf{I}_{bB} = 9.38 \angle -169.14^\circ \text{ Arms}$$

$$\mathbf{I}_{cC} = 9.38 \angle 70.86^\circ \text{ Arms}$$

*Gerilim ise (A-N);*

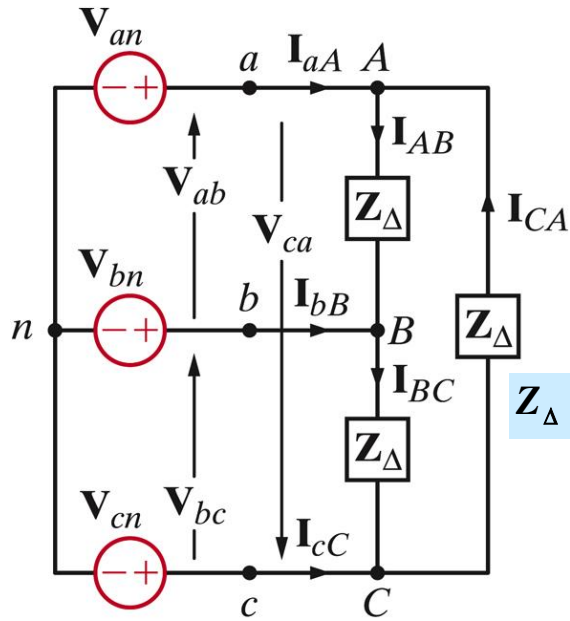
$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{AN} &= (9.38 \angle -49.14^\circ)(12 + j4) \\ &= 118.65 \angle -30.71^\circ \text{Vrms} \end{aligned}$$

*Buradan hat gerilimi;*

$$\begin{aligned} V_H &= \sqrt{3}(118.65) \\ &= 205.51 \text{Vrms} \end{aligned}$$

*Yükteki faz gerilimi  $V_F = 205.51 / \sqrt{3} = 118.65 \text{Vrms}$  iken kaynaktaki faz gerilimi  $V_F = 208 / \sqrt{3} = 120 \text{Vrms}$  'dir.*

# ÜÇGEN BAĞLI YÜK



$$Z_{\Delta} = |Z_{yük} | \angle \theta_Z$$

$$\theta_{\Delta} = 30^{\circ} - \theta_Z$$

## Metot 1: Doğrudan çözüm

$$V_{an} = |V_F | \angle 0^{\circ}$$

$$V_{bn} = |V_F | \angle -120^{\circ}$$

$$V_{cn} = |V_F | \angle 120^{\circ}$$

$$V_{ab} = \sqrt{3} |V_F | \angle 30^{\circ}$$

$$V_{bc} = \sqrt{3} |V_F | \angle -90^{\circ}$$

$$V_{ca} = \sqrt{3} |V_F | \angle -210^{\circ}$$

## Pozitif sıralı faz gerilimleri

### Yük faz akımları

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{\Delta}} = |I_{\Delta} | \angle \theta_{\Delta}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{\Delta}} = |I_{\Delta} | \angle \theta_{\Delta} - 120^{\circ}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{\Delta}} = |I_{\Delta} | \angle \theta_{\Delta} + 120^{\circ}$$

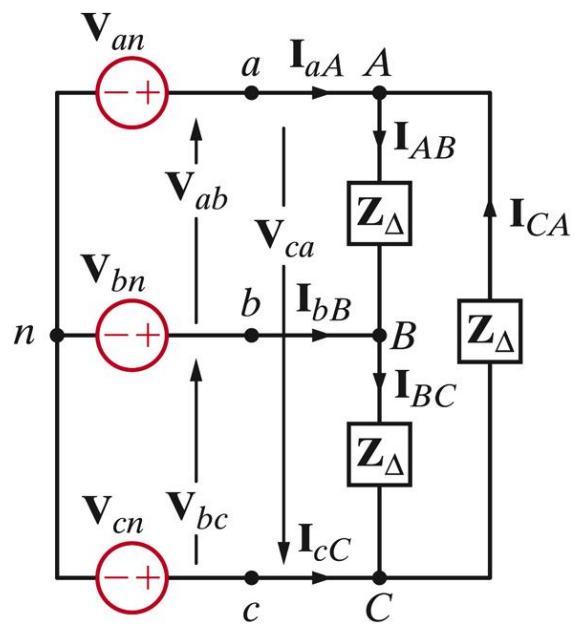
### Hat akımları

$$I_{aA} = I_{AB} - I_{CA}$$

$$I_{bB} = I_{BC} - I_{AB}$$

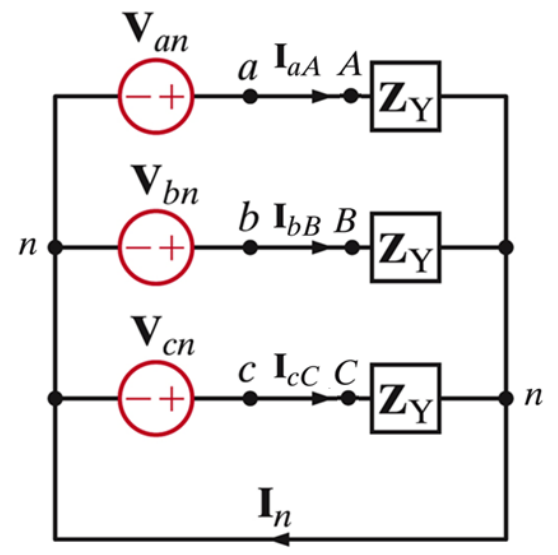
$$I_{cC} = I_{CA} - I_{BC}$$

# ÜÇGEN BAĞLI YÜK



**Metot 2: Üçgen bağlı yükü yıldız (Y) bağlı yüke dönüştürebiliriz.**  
**(Dirençli devreler için türetilmiş formüller empedanslar için de uygulanabilir.)**

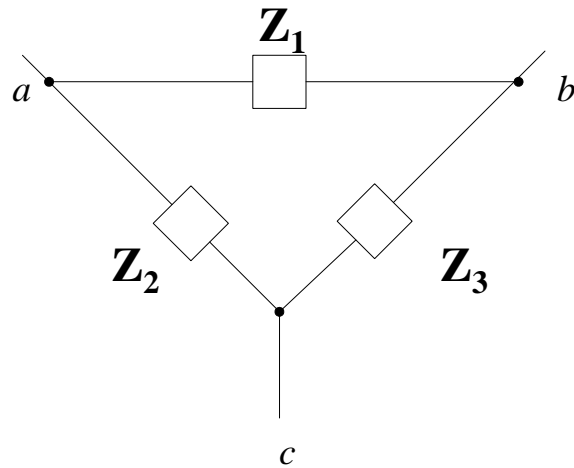
Dengeli durumda  $Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$



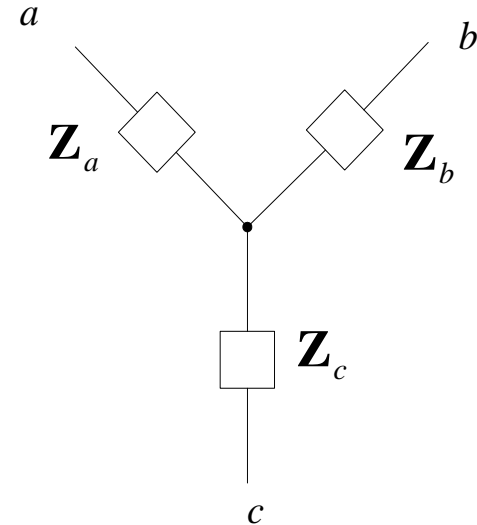
$$I_{aA} = \frac{V_{an}}{Z_Y} = |I_{aA}| \angle \theta_H \Rightarrow \begin{cases} |I_{aA}| = \frac{|V_{AB}| / \sqrt{3}}{|Z_\Delta| / 3} \\ \theta_H = -\theta_Z \end{cases}$$

$|I_{hat}| = \sqrt{3} |I_\Delta|$   
 $\theta_{hat} = \theta_\Delta - 30^\circ$  **Hat-faz akım ilişkileri**

## ÜÇGEN - YILDIZ DÖNÜŞÜMÜ

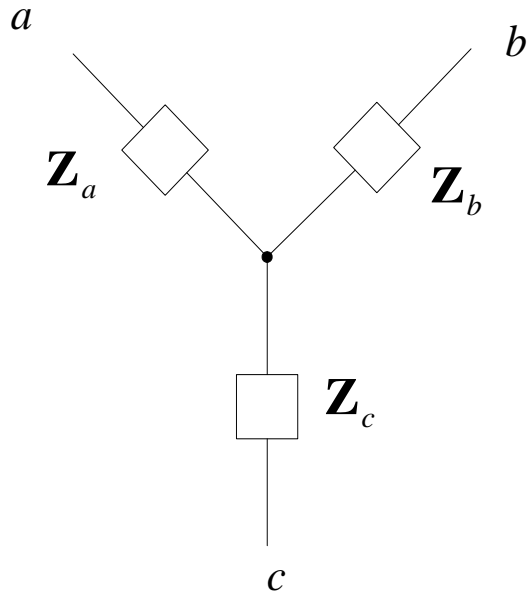


$\Delta \rightarrow Y$



$$\begin{aligned} Z_{ab} &= Z_a + Z_b = \frac{Z_1(Z_2 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\ Z_{bc} &= Z_b + Z_c = \frac{Z_3(Z_1 + Z_2)}{Z_3 + Z_1 + Z_2} \\ Z_{ca} &= Z_c + Z_a = \frac{Z_2(Z_1 + Z_3)}{Z_2 + Z_1 + Z_3} \end{aligned}$$

## ÜÇGEN - YILDIZ DÖNÜŞÜMÜ - devamı

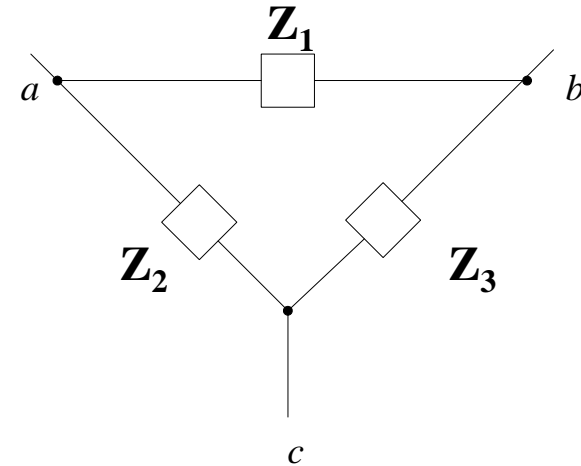
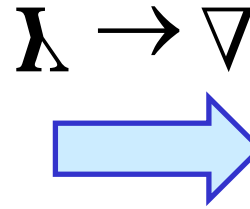
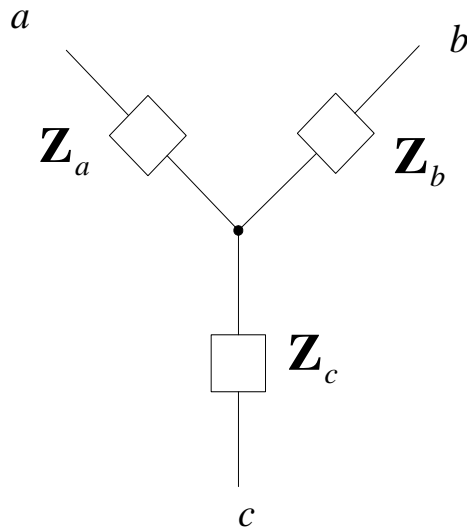


$$Z_a = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_b = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

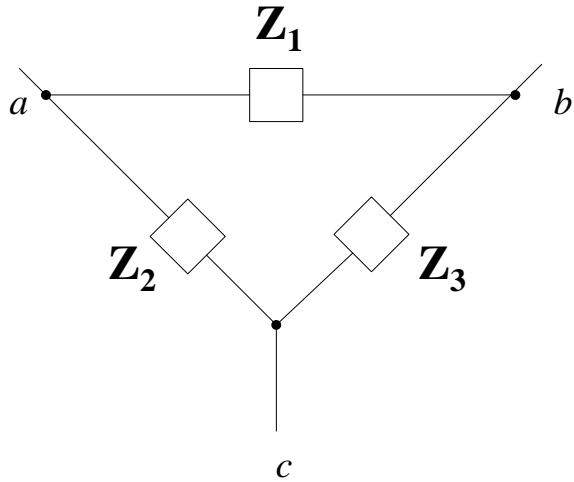
$$Z_c = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

# YILDIZ - ÜÇGEN DÖNÜŞÜMÜ



$$Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a = \frac{Z_1 Z_2 Z_3}{(Z_1 + Z_2 + Z_3)}$$

$$\frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}{Z_c} = \frac{Z_1 Z_2 Z_3}{(Z_1 + Z_2 + Z_3)} \bigg/ \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$



$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{Z}_a \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_b \mathbf{Z}_c + \mathbf{Z}_c \mathbf{Z}_a}{\mathbf{Z}_c}$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{Z}_a \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_b \mathbf{Z}_c + \mathbf{Z}_c \mathbf{Z}_a}{\mathbf{Z}_b}$$

$$\mathbf{Z}_3 = \frac{\mathbf{Z}_a \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_b \mathbf{Z}_c + \mathbf{Z}_c \mathbf{Z}_a}{\mathbf{Z}_a}$$

### ÜÇ FAZLI DENGELİ AA GÜÇ DEVRELERİ

ADIM 1. Eğer kaynak, yük veya her ikisi de üçgen bağlıysa, Kaynak / Yük bağlantısını Y-Y bağlantısına çevirin. Çünkü Y-Y bağlantısı, bilinmeyen fazörleri elde etmek için kolaylık sağlar.

ADIM 2. Üç fazlı sistem dengeli olduğu için, devrenin sadece bir fazı için bilinmeyen fazörler bulunmalıdır.

ADIM 3. Son olarak, bulunan fazörler kullanılarak diğer fazlara ait fazörler türetilmelidir.

## ÖZET

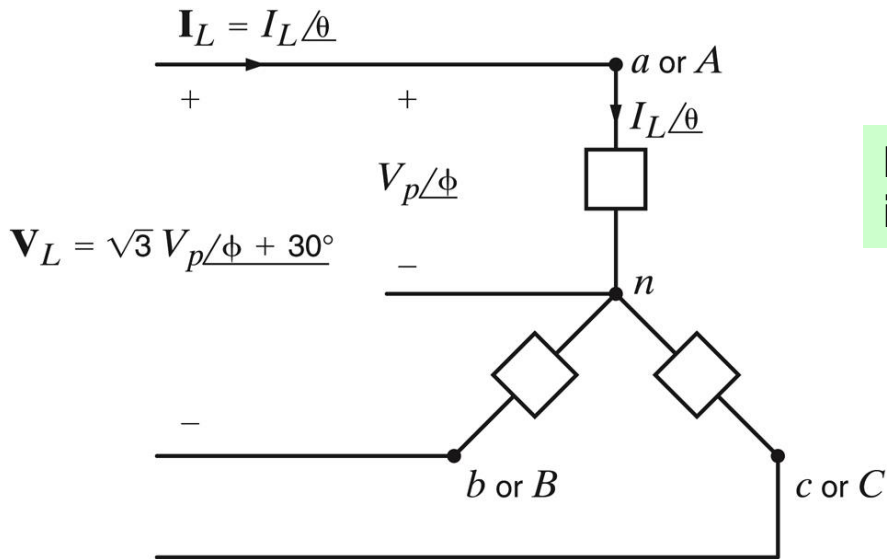
Hat gerilimi ile faz gerilimi arasındaki ilişki ve hat akımı ile faz akımı arasındaki ilişki, hem Y hem de  $\Delta$  yapılandırmaları için aşağıdaki gibidir.

$\Delta$  bağlantısındaki gerilimlerin ve akımların faz açısı, Y bağlantısındaki gerilimlerin ve akımların faz açısının  $30^\circ$  önünde bulunur.

Hat geriliminin büyüklüğü, veya eşdeğer olarak,  $\Delta$ -bağlantı faz geriliminin büyüklüğü, Y bağlantı faz gerilimi büyüklüğünün  $\sqrt{3}$  katıdır.

Hat akımının büyüklüğü, veya eşdeğer olarak, Y-bağlantı faz akımının büyüklüğü,  $\Delta$ -bağlantı faz akımının büyüklüğünün  $\sqrt{3}$  katıdır.

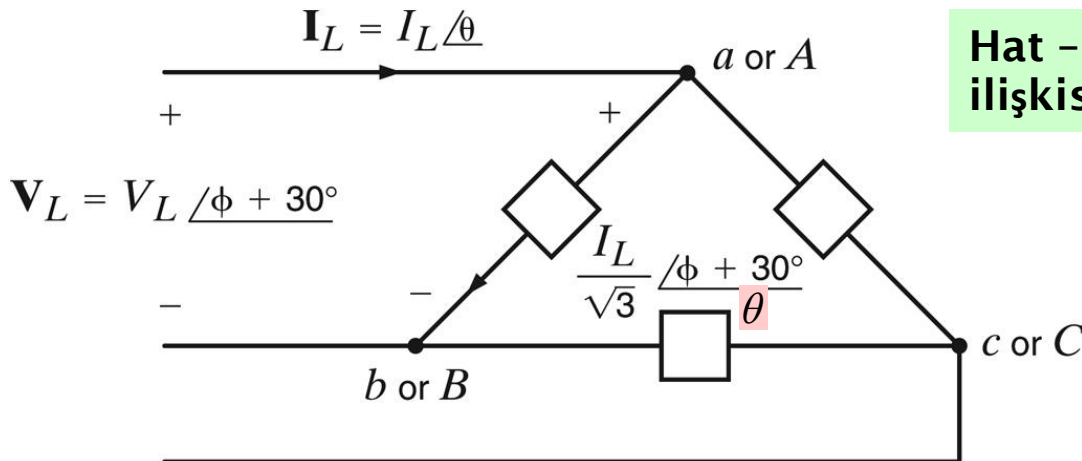
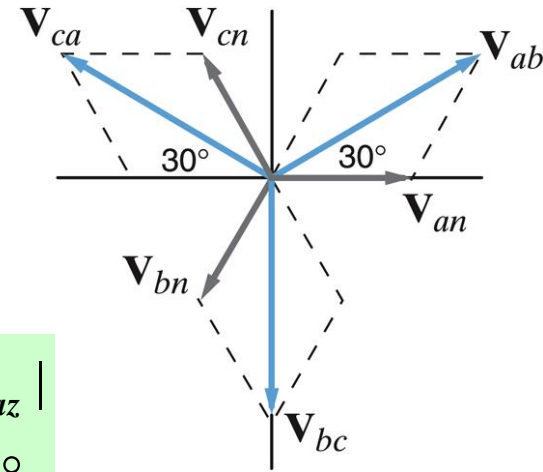
Y bağlantısındaki yük empedansı  $\Delta$  bağlantısının üçte biridir ve fazı aynıdır.



**Hat - faz gerilim ilişkisi**

$$|V_{\Delta}| = \sqrt{3} |V_{faz}|$$

$$\theta_{\Delta} = \theta_{faz} + 30^\circ$$



**Hat - faz akım ilişkisi**

$$|I_{hat}| = \sqrt{3} |I_{\Delta}|$$

$$\theta_{hat} = \theta_{\Delta} - 30^\circ$$

## *Y ve Δ bağlantı için gerilim, akım ve empedans ilişkileri*

### *Y Bağlantı*

*Hat gerilimi  
( $\mathbf{V}_{ab}$  ya da  $\mathbf{V}_{AB}$ )*

$$\sqrt{3}V_F \angle \phi + 30^\circ$$
$$= V_H \angle \phi + 30^\circ$$

*Hat akımı*

$$\mathbf{I}_H \angle \theta$$

*Faz gerilimi*

$$V_F \angle \phi (\mathbf{V}_{an} \text{ veya } \mathbf{V}_{AN})$$

*Faz akımı*

$$\mathbf{I}_H \angle \phi = \mathbf{I}_F \angle \phi$$

*Yük empedansı*

$$\mathbf{Z}_Y \angle \phi - \theta$$

### *Δ Bağlantı*

$$V_H \angle \phi + 30^\circ$$

$$\mathbf{I}_H \angle \theta$$

$$\sqrt{3}V_F \angle \phi + 30^\circ$$

$$\frac{\mathbf{I}_H}{\sqrt{3}} \angle \phi + 30^\circ$$

$$3\mathbf{Z}_Y \angle \phi - \theta$$

## Örnek;

*Dengeli üçgen bağlı yük  $10\Omega$  'luk bir direnç ve  $20mH$ 'lik bir indüktör içermektedir. Gerilim kaynağı  $a,b,c$  pozitif faz sıralı dengeli üç fazlı yıldız bağlıdır.  $\mathbf{V}_{an} = 120 \angle 30^\circ V_{rms}$  'dir.*

*Bütün fazlara ait faz akımlarını ve hat akımlarını bulunuz?*

$$f=60Hz$$

## Çözüm;

*Üçgen yükün empedansı;*

$$\mathbf{Z}_{\Delta} = 10 + j7.54\Omega$$

*Hat gerilimi;*

$$\mathbf{V}_{ab} = \sqrt{3}V_F \angle 60^{\circ} \text{Vrms}$$

*olduğundan;*

$$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{V}_{ab} = 120\sqrt{3} \angle 60^{\circ} \text{Vrms}$$

*Buradan;*

$$\mathbf{I}_{AB} = \frac{120\sqrt{3}\angle 60^\circ}{10 + j7.54}$$

$$\mathbf{I}_{AB} = 16.60\angle + 22.98^\circ \text{ Arms}$$

*Eğer*  $\mathbf{Z}_\Delta = 10 + j7.54\Omega$  *ise;*

$$\mathbf{Z}_Y = \frac{1}{3}\mathbf{Z}_\Delta$$

$$\mathbf{Z}_Y = 3.33 + j2.51\Omega$$

*Hat akımları;*

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_{an}}{\mathbf{Z}_Y} = \frac{120 \angle 30^\circ}{3.33 + j2.51}$$

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{120 \angle 30^\circ}{4.17 \angle 37.01^\circ}$$

$$\mathbf{I}_{aA} = 28.78 \angle -7.01^\circ \text{ Arms}$$

*olduğundan;*

$$\mathbf{I}_{BC} = 16.60 \angle -97.02^\circ \text{ Arms}$$

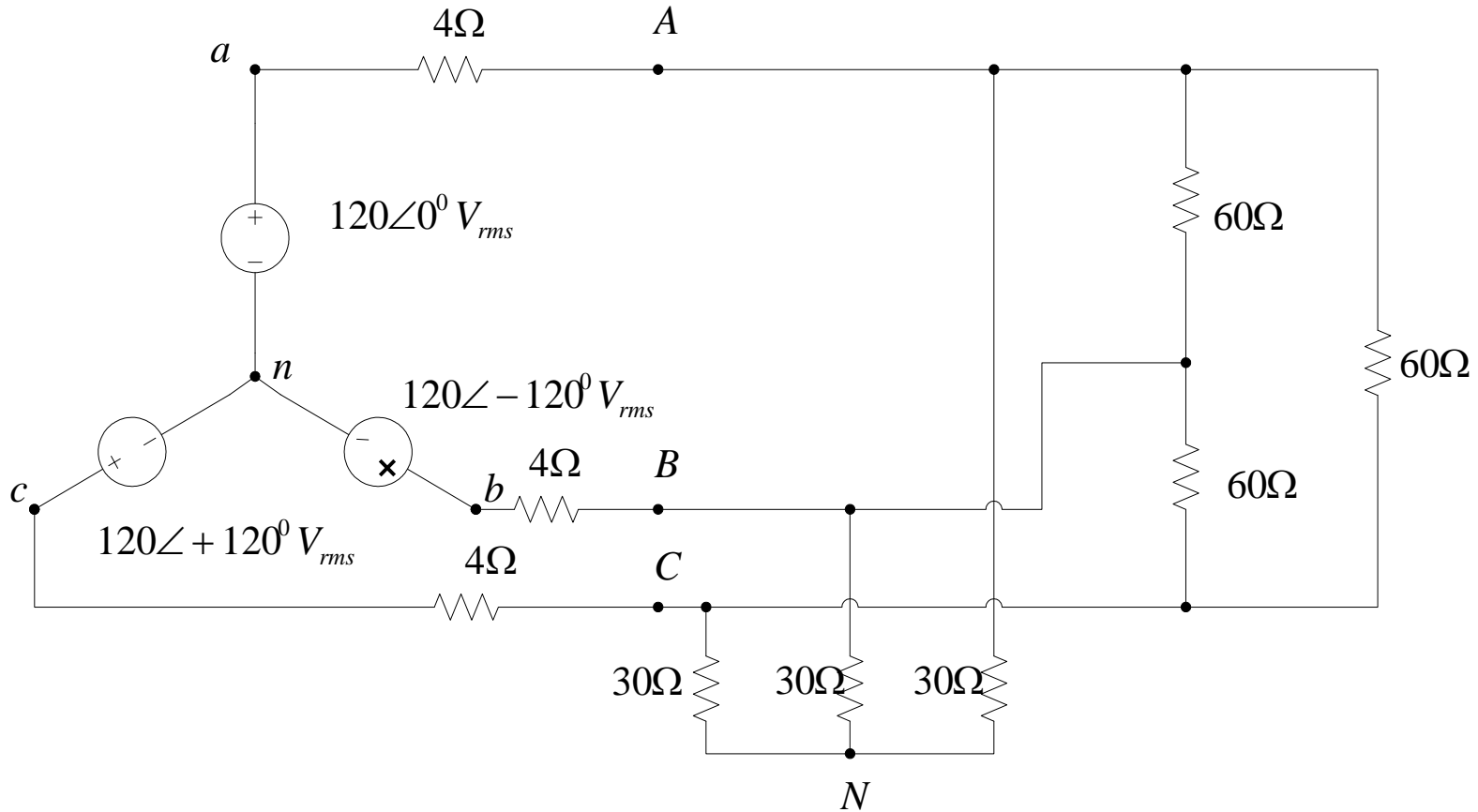
$$\mathbf{I}_{CA} = 16.60 \angle +142.98^\circ \text{ Arms}$$

$$\mathbf{I}_{bB} = 28.78 \angle -127.01^\circ \text{ Arms}$$

$$\mathbf{I}_{cC} = 28.78 \angle +112.99^\circ \text{ Arms}$$

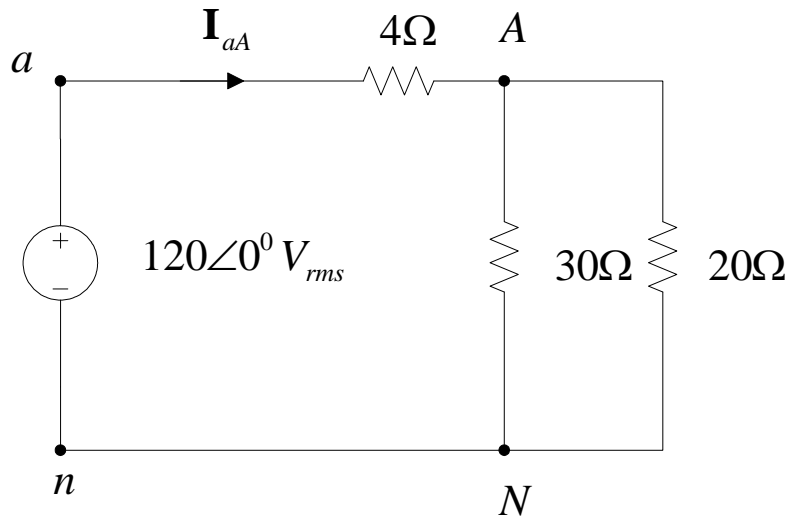
*olarak bulunur.*

*Örnek;*



*Bütün yük akımlarını bulunuz?*

Çözüm;



$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{120\angle 0^\circ}{16}$$
$$\mathbf{I}_{aA} = 7.5\angle 0^\circ \text{ Arms}$$

ve

$$\mathbf{V}_{AN} = (7.5\angle 0^\circ)(12)$$
$$= 90\angle 0^\circ \text{ V}_{rms}$$

*Orijinal yıldız bağlı yük için*

$$\mathbf{I}_{AN} = \frac{90 \angle 0^\circ}{30}$$

$$\mathbf{I}_{AN} = 3 \angle 0^\circ \text{ Arms}$$

*ve buradan;*

$$\mathbf{I}_{BN} = 3 \angle -120^\circ \text{ Arms}$$

$$\mathbf{I}_{CN} = 3 \angle +120^\circ \text{ Arms}$$

*Orijinal üçgen bağlı yük için*

$$\mathbf{V}_{AB} = 90\sqrt{3} \angle 0^\circ + 30^\circ$$

$$\mathbf{V}_{AB} = 155.88 \angle 30^\circ \text{ Vrms}$$

*Bu yüzden;*

$$\mathbf{I}_{AB} = \frac{155.88 \angle 30^0}{60}$$

$$\mathbf{I}_{AB} = 2.60 \angle 30^0 \text{ Arms}$$

*ve buradan;*

$$\mathbf{I}_{BC} = 2.60 \angle -90^0 \text{ Arms}$$

$$\mathbf{I}_{CA} = 2.60 \angle +150^0 \text{ Arms}$$

*Yük akımların toplamı hat akımına eşit olmalıdır.*

$$\mathbf{I}_{aA} = \mathbf{I}_{AN} + \mathbf{I}_{AB} + \mathbf{I}_{AC}$$

$$\mathbf{I}_{aA} = \mathbf{I}_{AN} + \mathbf{I}_{AB} - \mathbf{I}_{CA}$$

$$\mathbf{I}_{aA} = 3 \angle 0^0 + 2.6 \angle 30^0 - 2.6 \angle 150^0$$

$$\mathbf{I}_{aA} = 7.5 \angle 0^0 \text{ Arms}$$

## Örnek;

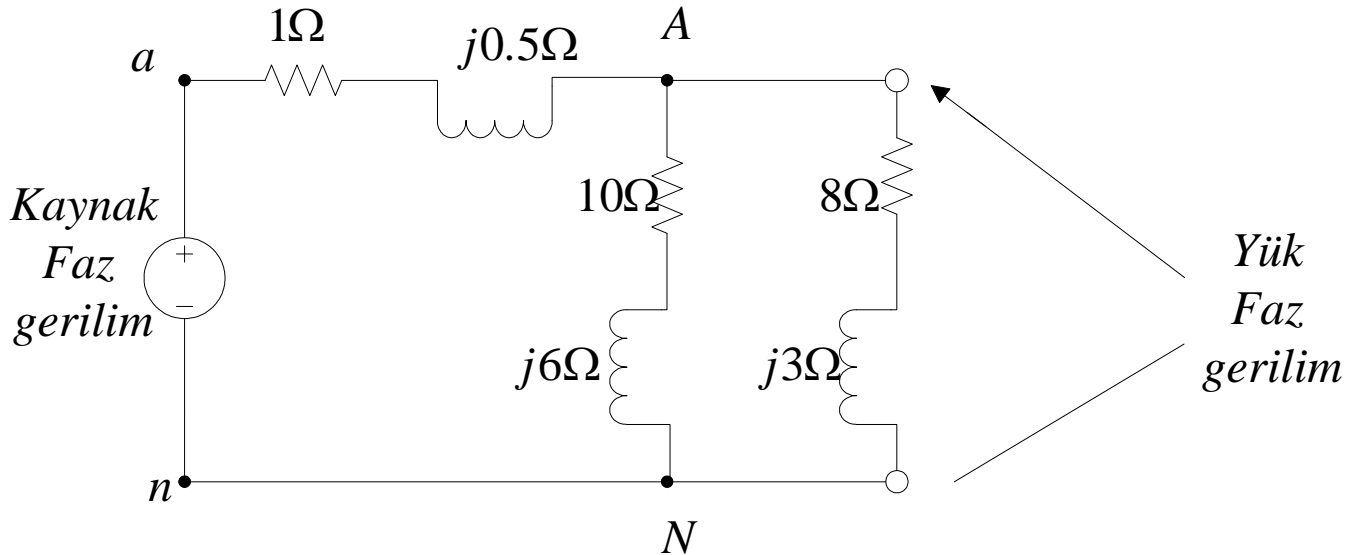
$$\mathbf{V}_{an} = 120 \angle 0^\circ$$

$$\mathbf{Z}_{Yük1} = 24 + j9\Omega$$

$$\mathbf{Z}_{Yük2} = 10 + j6\Omega$$

Gerilim kaynağı  $a, b, c$  pozitif faz sıralı dengeli üç fazlı yıldız bağlıdır.  $\mathbf{V}_{an} = 120 \angle 0^\circ \text{V}_{rms}$  dir. Kaynak üç fazlı iki tane yükü beslemektedir. Dengeli yıldız bağlı yük  $\mathbf{Z}_Y = 10 + j6\Omega$  'dur ve dengeli üçgen bağlı yük  $\mathbf{Z}_\Delta = 24 + j9\Omega$  dur.  $\mathbf{Z}_H = 1 + j0.5\Omega$

Devredeki hat akımlarını yük faz gerilimlerini ve üçgen bağlı yükteki akımları bulunuz?  
(üçgen bağlı yükün yıldız bağlı durumundaki değeri a faz için)



*Çözüm;*

*Üçgen yükün yıldız yüke dönüşümü;*

$$\mathbf{Z}_{Y2} = \frac{1}{3} \mathbf{Z}_{\Delta1} = 8 + j3\Omega$$

*Yıldız yük empedansları;*

$$\mathbf{Z}_Y = \frac{\mathbf{Z}_{Y1} \mathbf{Z}_{Y2}}{\mathbf{Z}_{Y1} + \mathbf{Z}_{Y2}}$$
$$\mathbf{Z}_Y = \frac{(10 + j6)(8 + j3)}{10 + j6 + 8 + j3} = 4.95 \angle 24.95^\circ$$
$$\mathbf{Z}_Y = 4.49 + j2.09\Omega$$

*Hat akımı;*

$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{\mathbf{V}_{an}}{\mathbf{Z}_{hat} + \mathbf{Z}_{Yük}}$$
$$\mathbf{I}_{aA} = \frac{120 \angle 0^\circ}{1 + j0.5 + 4.49 + j2.09}$$
$$\mathbf{I}_{aA} = 19.77 \angle -25.26^\circ \text{ Arms}$$

$V_F = |\mathbf{V}_{AN}|$  'den;

$$\mathbf{V}_{AN} = \mathbf{I}_{aA} \mathbf{Z}_{Yük}$$
$$\mathbf{V}_{AN} = (19.77 \angle -25.26^\circ)(4.95 \angle 24.95^\circ)$$
$$\mathbf{V}_{AN} = 97.86 \angle -0.31^\circ \text{ Vrms}$$

*Buradan hat akımları ve yük faz gerilimleri;*

$$\mathbf{I}_{aA} = 19.77 \angle -25.26^{\circ} \text{ Arms}$$

$$\mathbf{I}_{bB} = 19.77 \angle -145.26^{\circ} \text{ Arms}$$

$$\mathbf{I}_{cC} = 19.77 \angle +94.74^{\circ} \text{ Arms}$$

$$\mathbf{V}_{AN} = 97.86 \angle -0.31^{\circ} \text{ Vrms}$$

$$\mathbf{V}_{BN} = 97.86 \angle -120.31^{\circ} \text{ Vrms}$$

$$\mathbf{V}_{CN} = 97.86 \angle +119.69^{\circ} \text{ Vrms}$$

*Olduğundan;*

$$\mathbf{V}_{AN} = 97.86 \angle -0.31^\circ \text{ Vrms}$$

*ise;*

$$\mathbf{V}_{AB} = 97.86\sqrt{3} \angle -0.31^\circ + 30^\circ$$

$$\mathbf{V}_{AB} = 169.5 \angle 29.69^\circ \text{ Vrms}$$

$$\mathbf{I}_{AB} = \frac{\mathbf{V}_{AB}}{\mathbf{Z}_{\Delta}} = \frac{169.5 \angle 29.69^\circ}{24 + j9}$$

$$\mathbf{I}_{AB} = 6.61 \angle 9.13^\circ \text{ Arms}$$

*Faz akımları;*

$$\mathbf{I}_{BC} = 6.61 \angle -110.87^\circ \text{ Arms}$$

$$\mathbf{I}_{CA} = 6.61 \angle +129.13^\circ \text{ Arms}$$

# Güç İlişkileri

*Devre ister üçgen bağlı ister yıldız bağlı olsun bir faza ait güç ilişkileri;*

$$P_F = V_F I_F \cos \theta$$

$$Q_F = V_F I_F \sin \theta$$

$$P_F = \frac{V_H I_H}{\sqrt{3}} \cos \theta$$

$$Q_F = \frac{V_H I_H}{\sqrt{3}} \sin \theta$$

*Toplam ortalama ve reaktif güç;*

$$P_T = \sqrt{3}V_H I_H \cos \theta$$

$$Q_T = \sqrt{3}V_H I_H \sin \theta$$

*ve buradan karmaşık güç;*

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

$$S_T = \sqrt{3}V_H I_H$$

*ve*

$$\angle S_T = \theta$$

## Örnek;

Üç fazlı dengeli yıldız-üçgen bağlı bir sistemde hat gerilimi  $208 V_{rms}$  'dir. Toplam ortalama güç  $1200W$  ve güç faktörü açısı  $20^0$  geri ise;

Hat akımlarının büyüklüğünü ve üçgen bağlı yükün bir faza ait empedansını bulunuz?

$$P_T = \sqrt{3} |V_{\text{hat}}| |I_{\text{hat}}| \cos \theta$$

$$Q_T = \sqrt{3} |V_{\text{hat}}| |I_{\text{hat}}| \sin \theta$$

$$\frac{P_T}{3} = \frac{|V_{\text{hat}}| |I_{\text{hat}}|}{\sqrt{3}} \cos \theta \Rightarrow |I_{\text{hat}}| = 3.54(A)_{rms}$$

$$|I_{\text{hat}}| = \sqrt{3} |I_{\Delta}|$$

$$\theta_{\text{hat}} = \theta_{\Delta} - 30^{\circ}$$

Hat-faz akım ilişkisi

$$\Rightarrow |I_{\Delta}| = 2.05(A)_{rms}$$

$$\Rightarrow |Z_{\Delta}| = \frac{|V_{\text{hat}}|}{|I_{\Delta}|} = 101.46\Omega$$

*Verilenlerden empedansın büyüklüğü bulunur;*

$$|\mathbf{Z}_{\Delta}| = \frac{V_H}{I_{\Delta}}$$

$$|\mathbf{Z}_{\Delta}| = \frac{208}{2.05}$$

$$|\mathbf{Z}_{\Delta}| = 101.46\Omega$$

*Güç faktörü  $20^{\circ}$  geri olduğundan yük empedansı;*

$$\mathbf{Z}_{\Delta} = 101.46 \angle 20^{\circ}$$

$$\mathbf{Z}_{\Delta} = 95.34 + j34.70\Omega$$

## Örnek;

*Dengeli üç fazlı bir kaynak aşağıdaki yükleri beslemektedir.*

*1.Yük : 24kW ,  $pf=0.6$  geri*

*2.Yük : 10kW ,  $pf=1$*

*3.Yük : 12kVA ,  $pf=0.8$  ileri*

*Eğer hat gerilimi  $208 V_{rms}$  ise hat akımının büyüklüğünü ve yüklerin birleştirilmiş güç faktörünü bulunuz?*

## Çözüm;

$$S_1 = 24000 + j32000$$

$$S_2 = 10000 + j0$$

$$S_3 = 12000 \angle -36,9^\circ = 9600 - j7200$$

*Buradan toplam yükün karmaşık gücü bulunur;*

$$S_{yük} = 43600 + j24800$$

$$S_{yük} = 50160 \angle 29,63^\circ VA$$

$$I_H = \frac{|S_{yük}|}{\sqrt{3}V_H}$$

$$I_H = \frac{50160}{208\sqrt{3}}$$

$$I_H = 139,23 Arms$$

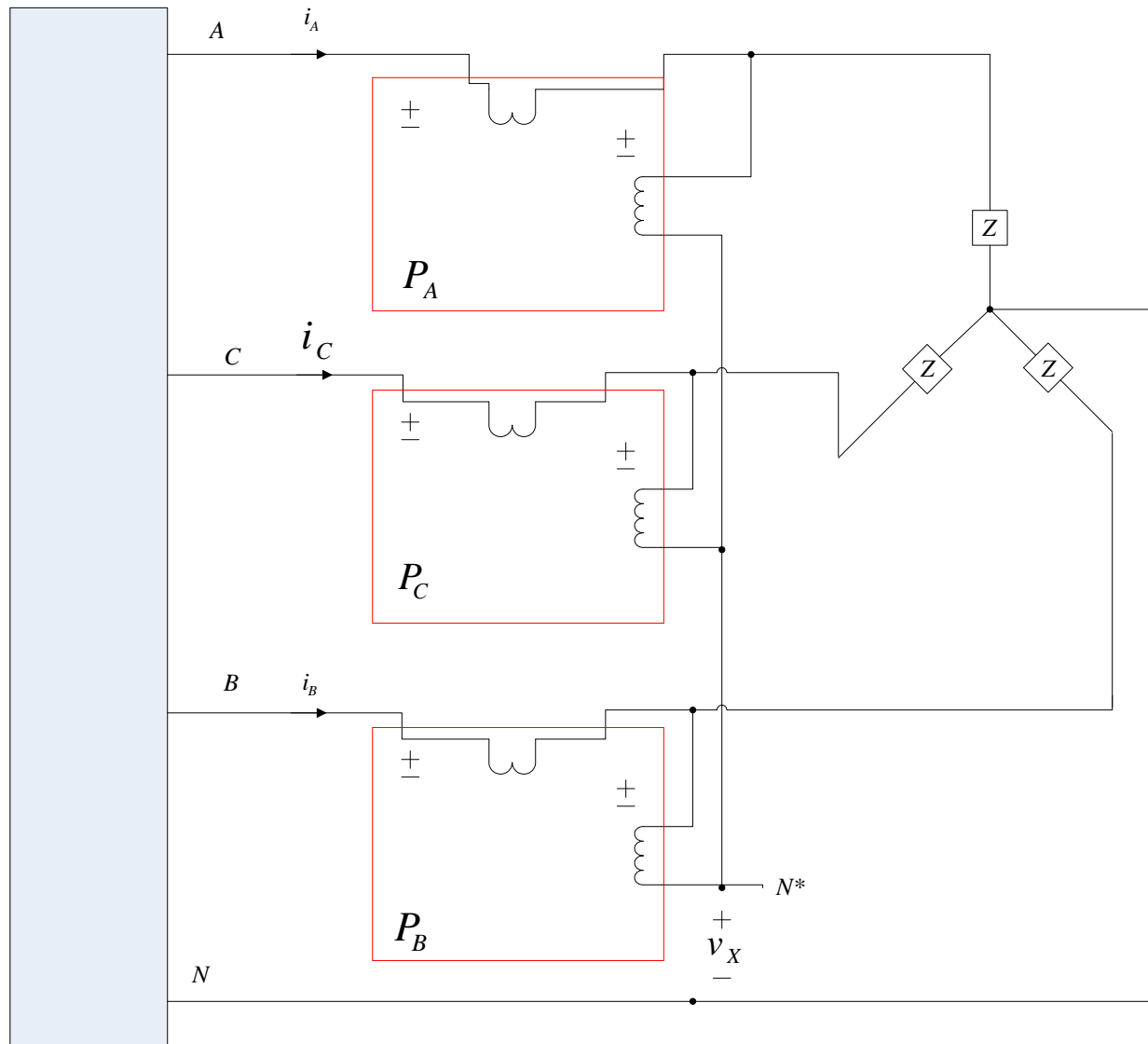
*ve birleştirilmiş güç faktörü;*

$$pf_{yük} = \cos 29.63^{\circ}$$

$$pf_{yük} = 0.869 \text{ geri}$$

# Üç Fazlı Ölçümler

# Ortalama Güç Ölçümü



*Wattmetrelerdeki ölçümler;*

$$P_A = \frac{1}{T} \int_0^T v_{AN^*} \cdot i_A dt$$

$$P_B = \frac{1}{T} \int_0^T v_{BN^*} \cdot i_B dt$$

$$P_C = \frac{1}{T} \int_0^T v_{CN^*} \cdot i_C dt$$

*Wattmetrelerdeki ölçümlerin toplam;*

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (v_{AN^*} \cdot i_A + v_{BN^*} \cdot i_B + v_{CN^*} \cdot i_C) dt$$

$$v_{AN}^* = v_{AN} - v_x$$

$$v_{BN}^* = v_{BN} - v_x$$

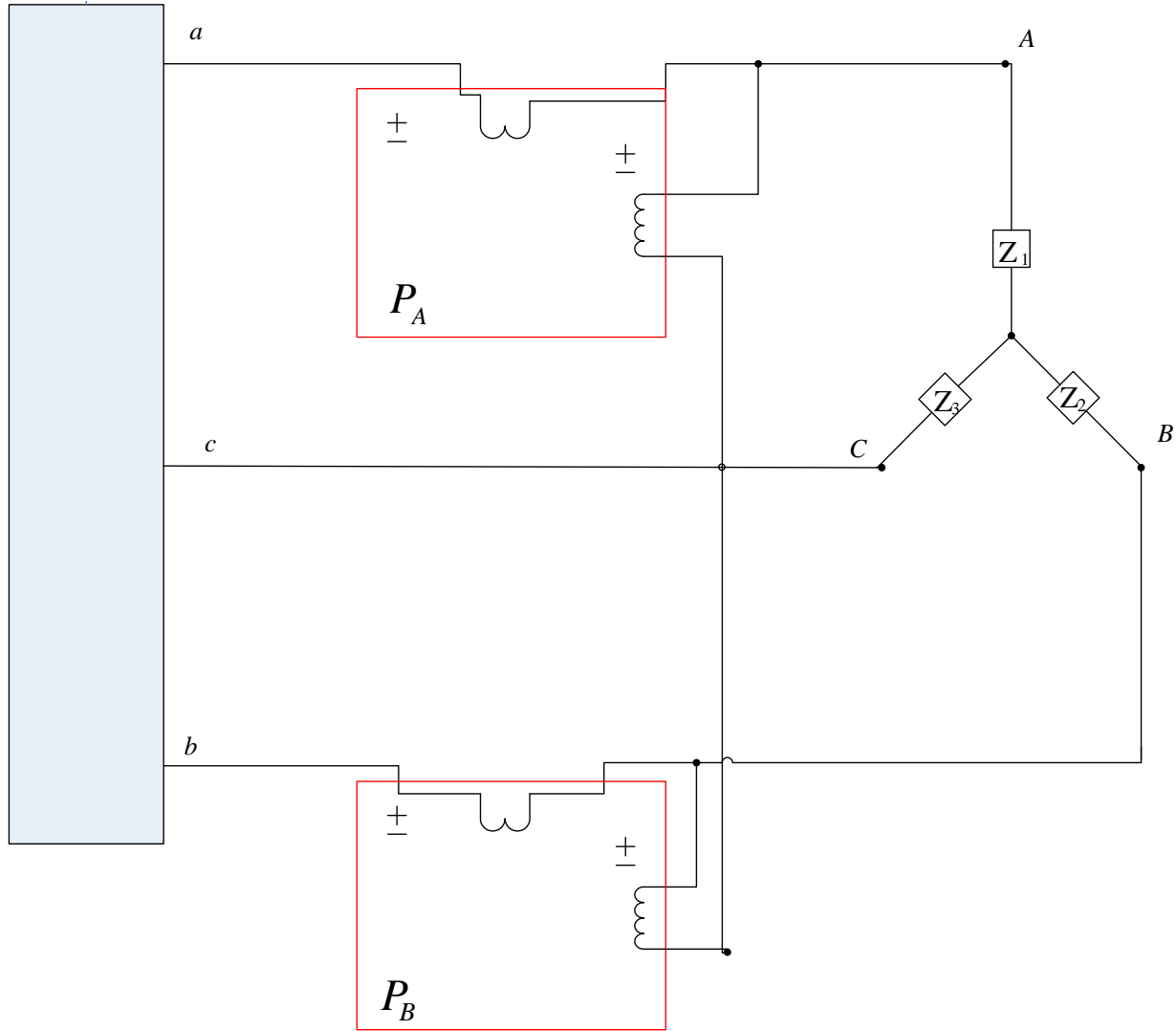
$$v_{CN}^* = v_{CN} - v_x$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (v_{AN} i_A + v_{BN} i_B + v_{CN} i_C) dt - \frac{1}{T} \int_0^T v_x (i_A + i_B + i_C) dt$$

$$i_A + i_B + i_C = 0$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v_{AN} i_A dt + \frac{1}{T} \int_0^T v_{BN} i_B dt + \frac{1}{T} \int_0^T v_{CN} i_C dt$$

# İki wattmetre ile güç ölçümü;



## Toplam Güç

$$P_T = P_A + P_B$$

$$P_T = V_{AC} I_{aA} \cos(\angle \mathbf{V}_{AC} - \angle \mathbf{I}_{aA}) \\ + V_{BC} I_{bB} \cos(\angle \mathbf{V}_{BC} - \angle \mathbf{I}_{bB})$$

*şeklinde olur.*

## Örnek;

*Dengeli yıldız-üçgen bağlı a,b,c pozitif faz sıralı bir sistem.*

$$\mathbf{V}_{an} = 120 \angle 0^\circ \text{V}_{rms}$$

*dengeli yükün bir faza ait empedansı  $10 + j5\Omega$*

*İki wattmetre kullanarak yük tarafından harcanan ortalama güç nedir?*

## Çözüm;

*Eğer*

$$\mathbf{V}_{an} = 120 \angle 0^{\circ} \text{Vrms} \quad \text{ise}$$

$$\mathbf{V}_{AB} = 208 \angle 30^{\circ} \text{Vrms}$$

$$\mathbf{V}_{BC} = 208 \angle -90^{\circ} \text{Vrms}$$

$$\mathbf{V}_{CA} = 208 \angle -210^{\circ} \text{Vrms}$$

*ve buradan;*

$$\mathbf{V}_{AC} = 208 \angle -30^{\circ} \text{Vrms}$$

*Empedans*

$$10 + j5 = 11.18 \angle 26.57^{\circ} \Omega$$

*üçgen akımın büyüklüğü;*

$$I_{\Delta} = \frac{208}{11,18} = 18,60 \text{ Arms}$$

*Buradan ortalama güç bulunur;*

$$P_F = (18,60)^2 (10)$$

$$P_F = 3461 \text{ W}$$

*ve toplam güç;*

$$P_T = 10383 \text{ W}$$

*İki wattmetre metodunu kullanarak;*

$$\mathbf{I}_{aA} = 18.60\sqrt{3}\angle -26.57^\circ \text{ Arms}$$

$$\mathbf{I}_{bB} = 18.60\sqrt{3}\angle -120 - 26.57^\circ \text{ Arms}$$

$$\mathbf{I}_{cC} = 18.60\sqrt{3}\angle -146.57^\circ \text{ Arms}$$

$$\angle \mathbf{I}_{aA} = \angle \mathbf{V}_{an} - \angle \mathbf{Z}_Y$$

*Buradan toplam güç hesaplanır;*

$$P_T = (208)(32,22)\cos(-30^\circ + 26,57^\circ) + (208)(32,22)\cos(-90^\circ + 146,57^\circ)$$

$$P_T = 10383 \text{ W}$$

# Güç faktörü ölçümü

*Eğer yük dengeli ise iki wattmetre metodu güç faktörü ölçümünde kullanılabilir*

$$\mathbf{Z}_{yük} = Z_{yük} \angle \theta$$

*Eğer*  $\angle \mathbf{V}_{an} = 0^0$  *ise;*

$$P_A = V_{AC} I_{aA} \cos(\angle \mathbf{V}_{AC} - \angle \mathbf{I}_{aA})$$

$$V_{AC} = V_H \quad \text{ve} \quad \angle \mathbf{V}_{AC} = \angle \mathbf{V}_{CA} + 180^0 = -30^0$$

$$I_{aA} = I_H \quad \text{ve} \quad \angle \mathbf{I}_{aA} = -\theta$$

*Buradan;*

$$P_A = V_H I_H \cos(-30^\circ + \theta)$$

$$P_B = V_H I_H \cos(30^\circ + \theta)$$

*İki wattmetrede okunan değerlerin oranı;*

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\cos(-30^\circ + \theta)}{\cos(\theta + 30^\circ)}$$

$$\cos 30^{\circ} = \sqrt{3} / 2$$

$$\sin 30^{\circ} = 1 / 2$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

*Trigonometrik değerlerini kullanırsak;*

$$\tan \theta = \frac{(P_A - P_B)\sqrt{3}}{P_A + P_B}$$

*Ayrıca*

$$P_T = P_A + P_B$$

*olduğundan;*

$$\theta = \tan^{-1} \frac{(P_A - P_B)\sqrt{3}}{P_T}$$

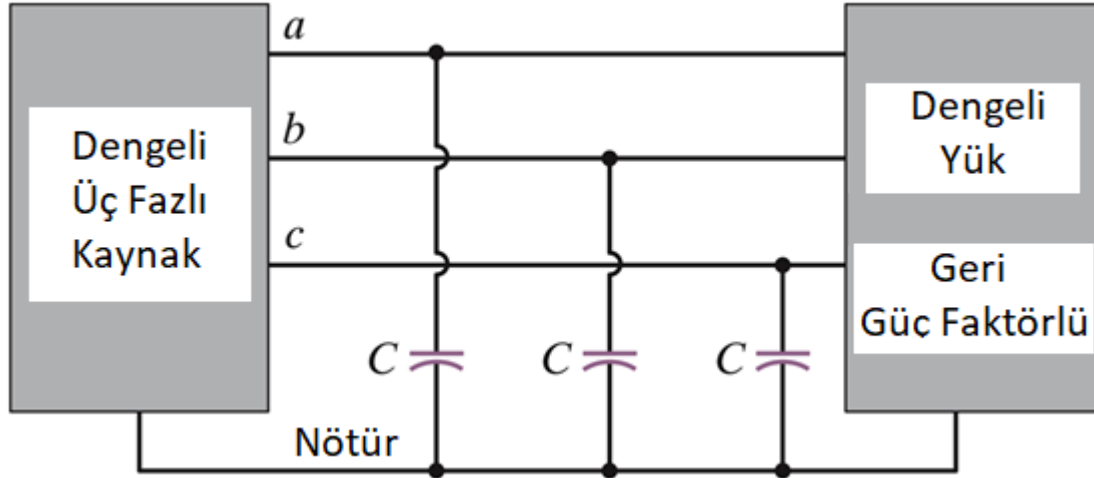
*Eğer  $P_A = P_B$  ise Yük sadece rezistiftir*

*Eğer  $P_A > P_B$  ise Yük endüktiftir.*

*Eğer  $P_A < P_B$  ise Yük kapasitiftir*

# Güç Faktörünün Düzeltilmesi

# GÜÇ FAKTÖRÜNÜN DÜZELTİLMESİ



Tek fazlı duruma benzer.  
Güç faktörünü arttırmak için  
kapasitörler kullanın.

$$\left. \begin{array}{l} S_{eski} \\ pf_{eski} \end{array} \right\} \rightarrow Q_{eski}$$

$$\Delta Q = Q_{yeni} - Q_{eski}$$

Eklenecek reaktif güc

$$\left. \begin{array}{l} P_{eski} \\ pf_{yeni} \end{array} \right\} \rightarrow Q_{yeni}$$

**Kapasitörler kullanmak için  
bu değer negatif olmalıdır.**

$Q_{herbir\ kapasitör} = -\omega CV^2$   
Gerilimler kapasitörlerin  
baglanma durumuna baglidir

$$S = P + jQ$$

$$P = |S| \cos \theta$$

$$Q = |S| \sin \theta$$

$$pf = \cos \theta$$

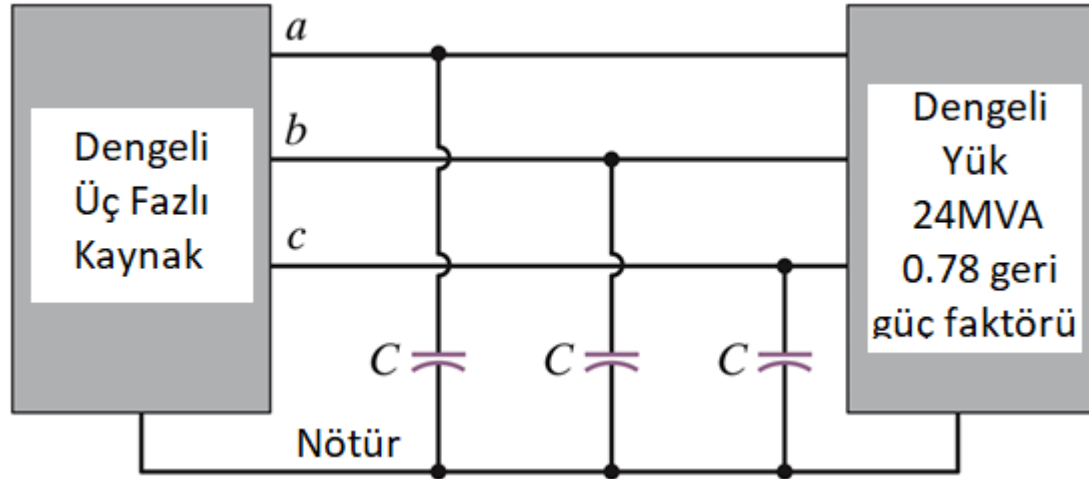
$$Q = P \tan \theta$$

$$geri \Rightarrow Q > 0$$

## ÖRNEK

Dengeli üç fazlı sistemde; hat gerilimi 34.5 kVrms, frekans 60 Hz, yük 24MVA ve güç faktörü 0.78 geridir.

Güç faktörünü 0.94 ileri yapmak için her faza paralel bağlanacak kapasitörün değeri ne olmalıdır?



## Çözüm;

$$S_{eski} = 24 \angle \cos^{-1} 0.78 \text{ MVA}$$

$$S_{eski} = 18.72 + j15.02 \text{ MVA}$$

$$P_{eski} = 18.72 \text{ MW}$$

$$Q_{eski} = 15.02 \text{ MVAR}$$

$$\theta_{yeni} = -\cos^{-1} 0.94$$

$$\theta_{yeni} = -19.95^\circ$$

$$Q = P \tan \theta$$

$$P_{eski} = 18.72 \text{ MW}$$

$$pf_{yeni} = 0.94 \text{ ileri}$$

$$Q_{yeni} = -6.8 \text{ MVAR}$$

$$S = P + jQ$$

$$P = |S| \cos \theta$$

$$Q = |S| \sin \theta$$

$$pf = \cos \theta$$

$$Q = P \tan \theta$$

$$\text{geri} \Rightarrow Q > 0$$

$$\Delta Q = -6.8 - 15.02 = -21.82 \text{ MVAR}$$

$$Q_{\text{herbir kapasitör}} = \frac{-21.82}{3} = -7.273 \text{ MVAR}$$

$$Y\text{-baglanti} \Rightarrow V_{\text{kapasitör}} = \frac{34.5}{\sqrt{3}} \text{ kV rms}$$

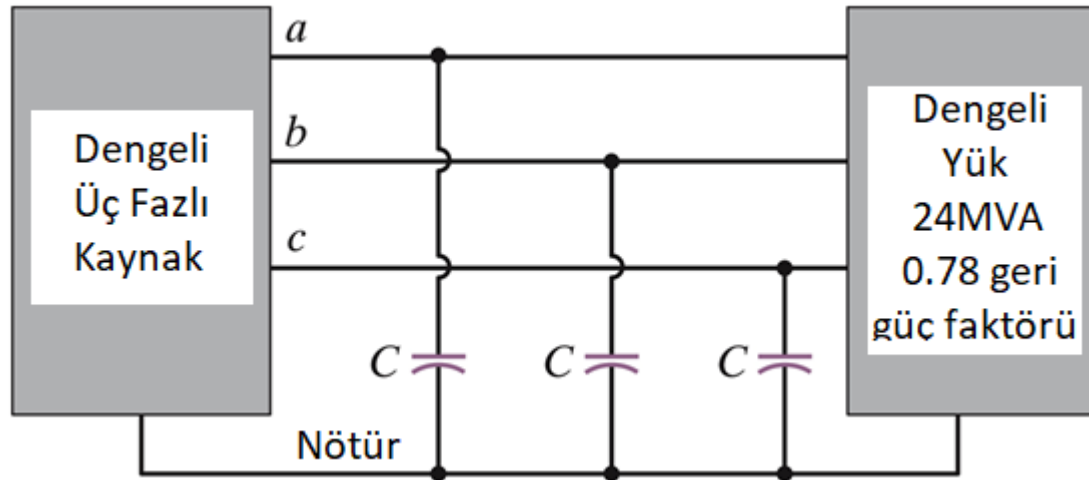
$$-7.273 \times 10^6 = -2\pi \times 60 \times C \times \left( \frac{34.5 \times 10^3}{\sqrt{3}} \right)^2$$

$$C = 48.6 \mu F$$

## ÖRNEK

Dengeli üç fazlı sistemde; hat gerilimi 34.5 kVrms, frekans 60 Hz, yük 24MVA ve güç faktörü 0.78 geridir.

Güç faktörünü 0.9 geri yapmak için her faza paralel bağlanacak kapasitörün değeri ne olmalıdır?



## Çözüm;

$$S_{eski} = 24 \angle \cos^{-1} 0.78 \text{ MVA}$$

$$S_{eski} = 18.72 + j15.02 \text{ MVA}$$

$$P_{eski} = 18.72 \text{ MW}$$

$$Q_{eski} = 15.02 \text{ MVAR}$$

$$\theta_{yeni} = \cos^{-1} 0.9$$

$$\theta_{yeni} = 25.84^\circ$$

$$Q = P \tan \theta$$

$$P_{eski} = 18.72 \text{ MW}$$

$$pf_{yeni} = 0.9 \text{ geri}$$

$$Q_{yeni} = 9.067 \text{ MVAR}$$

$$S = P + jQ$$

$$P = |S| \cos \theta$$

$$Q = |S| \sin \theta$$

$$pf = \cos \theta$$

$$Q = P \tan \theta$$

$$\text{geri} \Rightarrow Q > 0$$

$$\Delta Q = 9.067 - 15.02 = -5.953 \text{ MVAR}$$

$$Q_{\text{herbir kapasitör}} = \frac{-5.953}{3} = -1.984 \text{ MVAR}$$

$$Y\text{-baglanti} \Rightarrow V_{\text{kapasitör}} = \frac{34.5}{\sqrt{3}} \text{ kV rms}$$

$$-1.984 \times 10^6 = -2\pi \times 60 \times C \times \left( \frac{34.5 \times 10^3}{\sqrt{3}} \right)^2$$

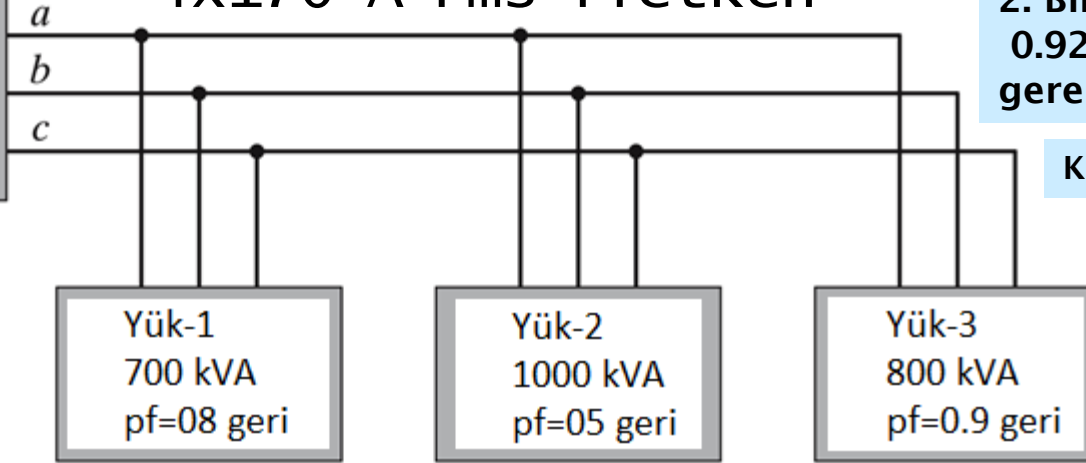
$$C = 13.26 \mu\text{F}$$

# Uygulamalar

# ÖRNEK

4x170 A rms iletken

Dengeli  
üç fazlı  
kaynak  
13.8 kV



1. iletkenler uygun mu?

2. Birleşik güç faktörünün 0.92 geri olması için gerekli kapasitörler ne olmalıdır.

Kapasitörler yıldız bağlanacaktır

$$S_1 = 700 \angle 36.9^\circ \\ = 560 + j420 \text{ kVA}$$

$$S_2 = 1000 \angle 60^\circ \text{ kVA} \\ = 500 + j866 \text{ kVA}$$

$$S_3 = 800 \angle 25.8^\circ \text{ kVA} \\ = 720 + j349 \text{ kVA}$$

$$S_{toplam} = S_1 + S_2 + S_3$$

$$S = P + jQ$$

$$P = |S| \cos \theta$$

$$Q = |S| \sin \theta$$

$$pf = \cos \theta$$

$$S_{toplam} = 1780 + j1635 \text{ kVA} = 2417 \angle 42.57^\circ \text{ kVA}$$

$$I_{hat} = \frac{S_{toplam}}{\sqrt{3} \times V_{hat}} = \frac{2.417 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 13.8 \times 10^3} = 101.1 \text{ A rms}$$

**iletken UYGUN**

$$\left. \begin{array}{l} P_{eski} \\ pf_{yeni} \end{array} \right\} \rightarrow Q_{yeni} = P \tan \theta_{(yeni)} = 758.28 \text{ kVAR}$$

$$\Delta Q = Q_{yeni} - Q_{eski} = -876.72 \text{ kVAR}$$

$$Q_{herbir \text{ kapasitör}} = \omega CV^2$$

$$V = |V_{faz}| = \frac{13.8 \text{ kV}}{\sqrt{3}}$$

$$C = \frac{(876.72 \times 10^3 / 3)}{2\pi \times 60 \times (13.8 \times 10^3)^2 / 3} = 12.2 \mu F$$

$$S_{Toplam} = 3 \times V_{faz} \times I_{faz}^*$$

$$S_{Toplam} = \sqrt{3} \times V_{hat} \times I_{hat}$$

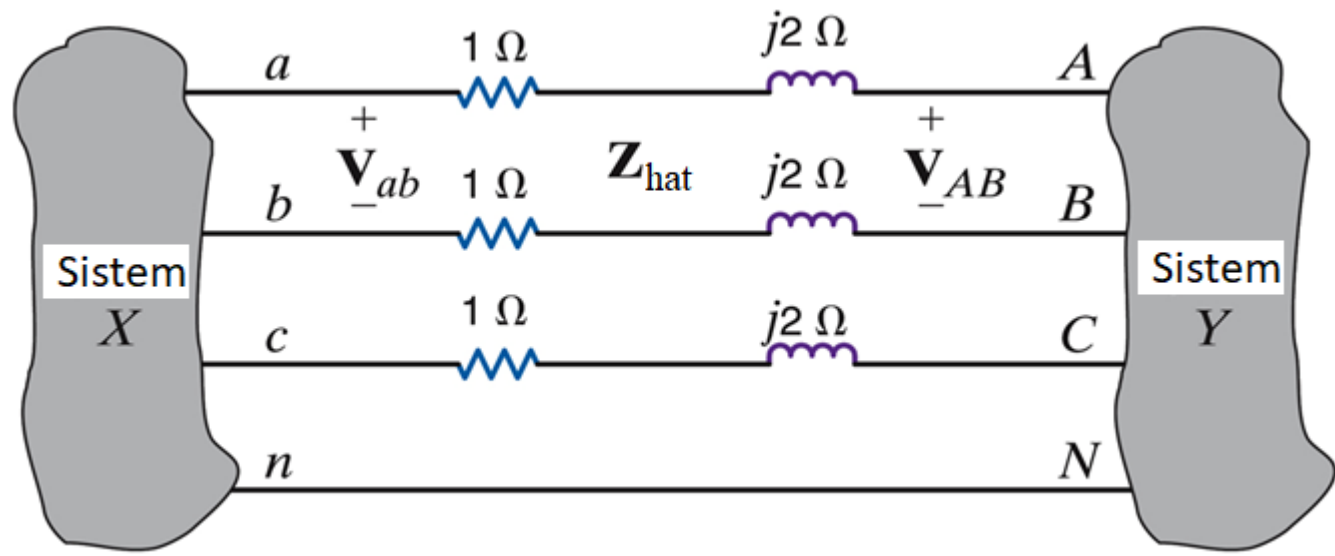
ÖRNEK

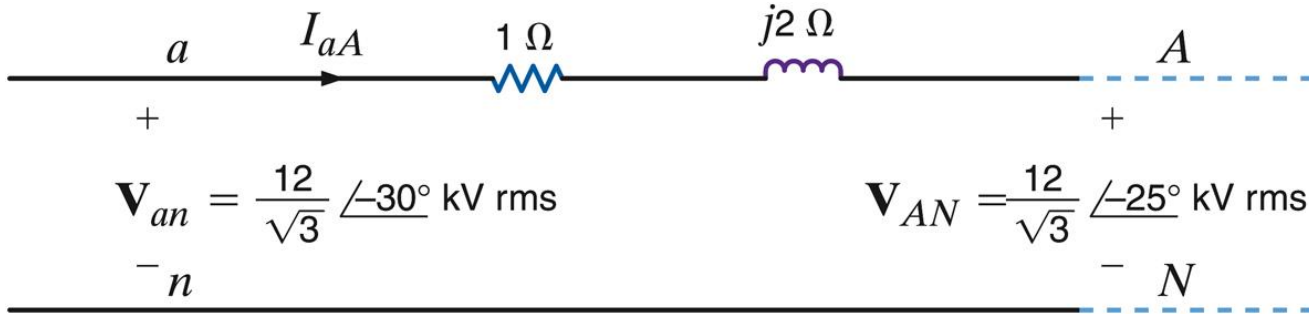
GÜÇ AKIŞININ ÖLÇÜMÜ

Hangi devre kaynaktır ve sağlanan ortalama güç ne kadardır?

$$V_{ab} = 12 \angle 0^\circ \text{ kVrms}$$

$$V_{AB} = 12 \angle 5^\circ \text{ kVrms}$$





### Eşdeğer 1-faz devre

$$I_{aA} = \frac{V_{an} - V_{AN}}{1 + j2} = \frac{\frac{12000}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ - \frac{12000}{\sqrt{3}} \angle -25^\circ}{1 + j2}$$

$$I_{aA} = 270.30 \angle -180.93(A) \text{ rms}$$

$$S_Y = 3V_{AN} \times I_{aA}^*$$

$$S_X = 3V_{an} (-I_{aA})^*$$

$$S_Y = \sqrt{3} \times 12 \times 0.2703 \angle (-25 + 180.93)^\circ \text{ MVA}$$

$$S_X = -\sqrt{3} \times 12 \times 0.2703 \angle (-30 + 180.93)^\circ \text{ MVA}$$

$$P_Y = -5.13 \text{ MW} \quad S = P + jQ$$

$$P_X = 4.91 \text{ MW} \quad P = |S| \cos \theta_f$$

$$P_{kayıp} = -(P_X + P_Y) \quad \text{Sistem Y kaynaktır.}$$

Faz farkları güç akış yönünü belirler!